

## ЛЕКЦИОННЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### Лекции по моделям макроэкономики

**Смирнов А.Д.**

Журнал начинает публикацию курса лекций по моделям макроэкономики, который на протяжении ряда лет читается профессором Смирновым А.Д. на первом курсе магистратуры Государственного университета Высшей школы экономики. Лекции могут использоваться студентами и аспирантами экономических факультетов университетов для изучения экономической теории, макроэкономического моделирования и проблем переходной экономики.

*Спекуляция, пожалуй, безвредна до тех пор, пока образует всего лишь пузырики в мощном потоке предпринимательства. Положение, однако, серьезно осложняется, когда предпринимательство само становится не более, чем пузырем в водовороте спекуляции. Если реальное развитие страны превращается в побочный продукт активности казино, дела, скорее всего, обстоят скверно.*

Джон Мейнард Кейнс [1].

### Лекция 1. Элементы макроэкономического анализа

Существует значительная потребность в систематизированном введении в современную макроэкономическую теорию. Отметим, что и на Западе данной цели могут отвечать немногие работы, например, изданные сравнительно недавно монография С.Тарновского «Методы макроэкономической динамики» (1995), учебники Д.Ромера «Современная макроэкономика» (1996) и С.Маккафферти «Макроэкономическая теория» (1990), и до некоторой степени книга О.Бланшара и С.Фишера «Лекции по макроэкономике» (1989).

Данный курс лекций следует рассматривать как попытку систематизации, разработки и адаптации к анализу переходных процессов в экономике как существующих, так и новых моделей. Вместе с тем лекционный курс не содержит завершенности, канонизации, целостности. В нем нет и «равномерного» изложения всех проблем современной макроэкономической динамики. Это, скорее, экскурс по ряду - далеко не по всем - направлений современной макроэкономической теории.

---

**Смирнов А.Д.** - профессор, доктор экономических наук, действительный член Российской академии естественных наук; ГУ ВШЭ.

рии, предпринятый с единых методологических позиций анализа и синтеза макроэкономики как динамической, линейной или нелинейной, детерминированной или вероятностной, системы. По нашему мнению, при всей своей незавершенности такой курс может существенно облегчить студентам и аспирантам изучение современной макроэкономической теории в контексте анализа проблем переходной экономики.

### 1.1. Некоторые методологические комментарии

Современная макроэкономическая теория развивается в значительной мере на иной методологической основе по сравнению с теоретической базой учебников вводного и промежуточного уровней. И дело вовсе не в том, что эти учебники плохи или устарели. Проблема состоит в значительном семантическом разрыве между «каноническим», если так можно выразиться, изложением макроэкономических моделей и современным состоянием макроэкономического моделирования.

Композиция «канонической» макроэкономики учебников вводного или промежуточного уровней состоит из статических моделей классического и кейнсовского типа. Эти модели формулируются преимущественно как априорные конструкции, существование которых подтверждается эмпирически, либо по крайней мере, не отвергается на основании имеющихся данных. При этом априорные конструкции имеют место как в кейнсовой теории, например, в части существования функции агрегированного потребления, которая постулируется вне поведения рациональных потребителей, так и в классической теории, где вне мотиваций владельцев денежных активов определяется уравнение количества денег.

В современном макроэкономическом моделировании, между тем, доминирует подход, основанный на динамических моделях рационального поведения типичного агента (*representative agent model*) на эффективном рынке, формирующем рациональные ожидания в условиях неопределенности и отсутствия арбитража. Содержательное использование этих понятий в рамках концепции равновесия, как для фазового пространства (*market clearing*), так и во времени (*inter-temporal equilibrium*), требует адекватной математической базы. Например, многие задачи, возникающие в моделировании макроэкономического поведения подобного типа, представляются как задачи оптимального управления, особенно динамического программирования *P.Беллмана*, для детерминированных или стохастических процессов.

Эмпиризм и априорность «канонической» макроэкономики одновременно и ее сильная и слабая сторона. Конечно, функция Филлипса эмпирична, хотя *P.Лукас* в своей «островной модели» пришел практически к тем же результатам при теоретически строгой трактовке неопределенности, рыночного равновесия и условия арбитража. Вместе с тем, функция Филлипса дает возможность получать практически значимые результаты, значение которых, при всем их несовершенстве, невозможно отрицать. Главное, им в настоящее время не существует значимой альтернативы. Конечно, рациональные ожидания теоретически более интересны по сравнению с гипотезой аддитивных ожиданий. Но не менее ясно и то, что в краткосрочном периоде они дадут ошибку предсказания, скорее всего, не меньшую по сравнению с траекторией, которая учитывает неустановившийся режим развития. В любом случае нигилистический подход к «каноническим» разра-

боткам, к которым подчас причисляют и теорию Дж.М.Кейнса, хотя и имеет место, но вряд ли оправдан и большинством экономистов не разделяется.

В исследовании макроэкономических процессов можно выделить направление, связанное с построением «глобальных» или общих моделей процесса в целом, наряду с «локальными» моделями для отдельных сторон изучаемого процесса. И тот, и другой подход имеет свои сильные и слабые стороны. Ясно, что возможность представления процесса в целом дает чрезвычайно ценную информацию о взаимодействии различных факторов, порождающих различные траектории макроэкономической динамики. Это особенно важно, когда речь идет о практических приложениях макроэкономических моделей, и в этом отношении макроэкономика тесно переплетается с эконометрическими моделями.

Не менее ясны и ограничения, свойственные «глобальному» подходу: сложности и громоздкости нарастают весьма быстро и неизбежная декомпозиция системы (известно, что нормальный разум способен оперировать не более чем с семью признаками или образами) по сути дела обесценивает детализированное представление процесса через системы, насчитывающие подчас сотни уравнений и переменных. Представленная в лекции 2 модель Сарджента-Тарновского, хотя и сравнительно «невелика» по своим размерам, наглядно иллюстрирует все *pro* и *contra* «глобальных» моделей макроэкономики.

Для многих экономических проблем и ситуаций, однако, «глобальный» подход избыточен по существу. Например, для исследования краткосрочных процессов инфляции деньги, безусловно, являются важнейшим фактором, но для изучения долгосрочной динамики реального производства, стационарных состояний экономики, деньги, скорее всего, лишь усложнят модель без существенного обогащения наших представлений о процессе экономического роста. Поэтому в макроэкономическом моделировании огромную роль играет адекватная формулировка качественной гипотезы, характеризующей, в частности, границы применимости данной макроэкономической модели. Тем самым на содержательном уровне снимаются и, зачастую надуманные, противоречия между различными подходами и макроэкономическими моделями.

В данном курсе лекций из всего многообразия идей выбраны два источника развития макроэкономической теории. Мощный толчок развитию макроэкономической теории придан нахождением за последние годы содержательных аналогий между макроэкономическими процессами и поведением рационального инвестора на финансовом рынке. В известном смысле концепция рациональных ожиданий может рассматриваться как содержательное переосмысление и распространение гипотезы эффективного рынка (*efficient market hypothesis, EMH*) на основные макроэкономические рынки. За последние годы теоретические основы инвестирования, поведения центрального банка (*inflation targeting*), формирования государственной политики заимствований - названо лишь несколько примеров воздействия финансового рынка на макроэкономику - оказались во многом переосмысленными под влиянием результатов, полученных в рамках финансовой экономики. Теоретически это направление основано на моделях стохастической динамики и использовании дифференциальных уравнений в частных производных, в частности уравнения распространения тепла. Практическая значимость данного подхода определяется возможностью применения в макроэкономическом анализе методологии ценообразования опционов, ведущей свое начало от пионерных работ Р.Мертона, Ф.Блека и М.Шолза.

Одновременно, и во многом параллельно данному, сейчас интенсивно развивается альтернативный, в известном смысле, подход к анализу макроэкономической динамики, который видит важнейший ее источник, равно как и природу неопределенности, в принципиальной нелинейности экономических процессов. В 80-х годах было обнаружено, что для очень простой дискретной модели макроэкономики уже в одномерном случае при некоторых, весьма естественных, экономических предпосылках процесс может приобретать хаотический характер. Выявление множественности точек равновесия, предельных циклов, бифуркаций и хаоса заставляет экономистов во многом по-новому взглянуть на реальные макроэкономические системы.

Теория современной нелинейной динамики, к примеру методы расчета размерности фрактала, позволяет рассчитывать для таких процессов в частности автокорреляцию, хотя природа таких зависимостей, конечно же, совершенно иная, чем для стохастических процессов. Все это может изменить традиционные рекомендации экономистов, в том числе и практического характера. В этом отношении, пожалуй, наиболее интересными примерами являются исследования возможности функционирования экономики в качественно разных инфляционных режимах, равно как и появление специального анализа систем «высокой инфляции», для которых характерна сильная асимметрия финансового рынка.

Вместе с тем, несмотря на ряд впечатляющих теоретических результатов, целостная методология современной макроэкономики в настоящее время формируется, развивается и еще далека от завершенности. Нынешнее состояние макроэкономической теории является своего рода метастабильным, и можно представить, что общее направление научного поиска ведет к научному синтезу, контуры которого будут в чем-то подобными по своей методологической значимости «неоклассическому синтезу» 60-х годов.

*Особенности анализа переходной экономики.* Отбор проблематики и селекция макроэкономических моделей в данном курсе лекций продиктованы приоритетами исследования экономики переходного периода. Основная задача, которая решается в переходный период - это преодоление фрагментарности хозяйства командной экономики и создание подлинно конкурентной среды. Методологически анализ переходных экономических процессов привносит новые проблемы, общая природа которых состоит в том, что переходные экономики не являются полностью конкурентными. Рациональное поведение в таких системах ограничено, либо подчас приобретает свойства квазирациональности. Такой подход к анализу переходных процессов, по сути дела, развивается, например, в работах Т. Сарджента, А. Лейонхуда, Г. Кальво, О. Бланшара и других ученых, известных своим вкладом в создание современной макроэкономической теории.

Практически во всех странах переходной экономики, и в России особенно, решение задачи создания конкурентной среды осложняется глубоким и затяжным спадом, порожденным целым рядом причин. Объективно необходимые институциональные преобразования, подчас беспорядочно осуществляемые в условиях общей технологической отсталости, порождают социальную нестабильность, которая, как показывают соответствующие модели, является главной причиной острой нехватки капитала, столь необходимого для подъема и модернизации производства. Макроэкономическая стабилизация, особенно в краткосрочном периоде, в силу указанных выше причин, в решающей степени зависит от адекватной политики государства, особенно на рынках денег и долгов, как внутренних, так и

внешних. Именно здесь могут и должны быть созданы предпосылки структурной перестройки рынка товаров и услуг, повышения эффективности использования ресурсов и вывода производства из фазы стагнации и спада.

Математические модели, развивающиеся в данном курсе, в частности, стабилизации государственного долга, взаимодействия инфляции, ожиданий и денег учитывают ряд особенностей переходного периода, а значит, могут помочь в более глубоком понимании проблем переходной экономики. Это понимание должно, безусловно, строиться на основе современной макроэкономической теории, помогая отделять общее от особенного, следовательно, избегать заблуждений, в том числе и добросовестных, в исследовании экономики переходного периода.

Как в анализе, так и в применении моделей следует иметь в виду, что макроэкономическое воздействие на поведение микроагентов носит неоднозначный, прямолинейный характер, а обусловлено некоей системой мотиваций и стимулов. Последняя, в свою очередь, определяется социально-экономической или институциональной структурой системы. К примеру, известно, что поспешно или неадекватно проведенная приватизация в условиях вертикально-интегриированного производства порождает не новых собственников, а лишь предоставляет номенклатуре неограниченный контроль за кассовыми потоками «частных» компаний. В таком случае специфические изменения институционального характера порождают искаженную систему мотиваций, в которой гипертрофированы краткосрочные стимулы в ущерб долгосрочным интересам. Если система мотиваций неадекватна процессу экономического развития, то стремление к получению краткосрочных эффектов в ущерб долгосрочным интересам развития приводит к совершенно иным последствиям от данного макроэкономического импульса. Так, политика увеличения денежной массы дает эффект совершенно отличный от эффекта для стандартной конкурентной, пусть и с искажениями, среды.

В условиях конкуренции увеличение денежного предложения в краткосрочном периоде всегда, а в долгосрочном периоде - возможно, приводит к росту производства, опосредованному увеличением инвестиционного спроса в силу снижения стоимости кредита. Это положение будет детально исследовано в лекции 2. Напротив, в переходной экономике в условиях, описанных выше, роста производства скорее всего не произойдет, поскольку инвестиции малоэластичны к изменениям ставки процента. Следовательно, эффектом такой политики явится лишь уменьшение основного и оборотного капитала, скорее всего сопровождаемое ростом цен<sup>1)</sup>.

Влияние институциональных факторов, равно как и системы мотиваций необходимо иметь в виду, особенно в приложениях и эмпирической идентификации макроэкономических моделей. В данной работе мы не будем, однако, в явном виде исследовать их влияние на макроэкономические реакции. Выполнение данного требования методологически серьезно упрощает задачу макроэкономического моделирования. Оно позволяет ограничиться рамками чисто функционального под-

<sup>1)</sup> Для конкурентной экономики достаточно глубоко разработаны модели анализа ситуации, называемой «дойная корова» (*milkking cow*). Подобная ситуация может возникнуть, когда корпорация переживает финансовые трудности (*financial distress*) и ее собственники стремятся получить немедленные прибыли, пренебрегая интересами долгосрочного развития. Но для рыночной экономики - это все же особый, в известном смысле патологический, случай преддверия банкротства, так называемого *«default»*, искажающего нормальные мотивации собственников корпорации.

хода, т.е. изучением того, каким образом макроэкономическая политика, являясь в частности результатом анализа определенных макромоделей, оказывает воздействие на поведение микроагентов.

## 1.2. Анализ макроэкономической политики

На основе моделей, формальных или неформальных, разрабатывается и реализуется макроэкономическая политика, которая формирует общие условия, или макроэкономическую среду, в которой действуют индивидуальные производители и потребители. Как заметил Дж.М.Кейнс, политические деятели, которые полагают, что они не подвержены чьему бы то ни было влиянию, на самом деле оказываются интеллектуальными рабами некоего, как правило вышедшего из моды, экономиста [2]. Поэтому изучение экономических идей, особенно оформленных в моделях, необходимо и чрезвычайно полезно для выявления закономерностей принятия решений и реализации макроэкономической политики.

Методология анализа макроэкономической политики может быть систематизирована как раздел макроэкономической теории, предметом которого является исследование вопросов формирования и применения определенного типа макроэкономической политики. Литература по данному вопросу насчитывает многие десятки, если не сотни наименований и ведет свое начало в современной интерпретации с пионерных работ Я.Тинбергена и А.Филлипса, которые были опубликованы еще в 50-е годы.

Различные инструменты макроэкономической политики влияют на поведение микроагентов - производителей и потребителей, кредиторов и заемщиков на реальном и финансовом рынках прямо или косвенно через многие величины и параметры. В их числе налоги, ставки и сборы; размеры и структура государственных расходов, как в целом, так и дефицит консолидированного бюджета; величины различных денежных агрегатов; ставки рыночного процента и доходности ценных бумаг, стоимость кредита и т.д. На поведение микроагентов оказывают влияние также размеры различных трансфертов, дотаций, льготного кредита, а также общеэкономические и внешнеэкономические условия: состояние производства и занятости, платежного и торгового балансов, уровень и динамика реального и номинального обменного курса национальной валюты, соотношения внутренней и мировой инфляции, ставок процента, состояние мировой экономики и движение международного капитала. В настоящей и последующих лекциях будут выяснены взаимосвязи между некоторыми из перечисленных показателей и исследованы способы их использования в различных макроэкономических моделях.

Для многих ситуаций макроэкономический анализ удобно проводить в терминах «цели - средства». В этих рамках макроэкономическая политика может рассматриваться как целенаправленное изменение переменных системы, которое приводит к желаемым изменениям переменных состояния макроэкономической системы. Параметры системы при этом полагаются постоянными, или, в общем случае (в зависимости от постановки задачи)  $n$ -мерный вектор  $u$  можно считать вектором инструментальных переменных или средств, а  $n$ -мерный вектор  $x$  - вектором состояний макроэкономики, причем  $x^*$  является желаемым состоянием или целью макроэкономической политики. Формально макроэкономический процесс задается векторно-матричной системой уравнений:

$$(1.1) \quad \mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}) = \mathbf{0},$$

для которой в малой окрестности точки равновесия  $\mathbf{x}^*$  (желаемого состояния системы), макроэкономическая политика, как комбинация определенных целей и средств, должна удовлетворять условию:

$$(1.2) \quad d\mathbf{y} + \mathbf{J}d\mathbf{x} = \mathbf{0},$$

где  $d\mathbf{y}$  - вектор инструментов (средств),  $d\mathbf{x}$  -вектор целей макроэкономической

политики, а матрица Якоби  $\mathbf{J} = \left( \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right)_{i,j=1}^n$ , вычисленная в точке равновесия, характеризует реакции макроэкономики на изменение целевых установок.

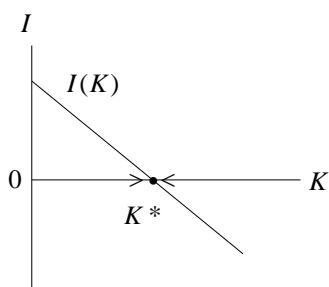
Макроэкономическая политика является стабилизационной, т.е. ее использование восстанавливает нарушенное по каким-либо причинам равновесие системы, если детерминант матрицы Якоби имеет отрицательный знак. Такие политики представляют наибольший интерес, хотя, конечно же, весь спектр макроэкономических воздействий к ним не сводится. В известном смысле синтез макроэкономической системы, т.е. результат экономических реформ, должен приводить к возможности построения и реализации стабилизационной политики, что, разумеется, не всегда возможно. Вариант стабилизационной политики мы рассмотрим сейчас, а в заключительном разделе исследуем политику другого типа - приводящую к неустойчивой динамике государственного долга.

Одномерным аналогом макроэкономической политики может служить модель динамики инвестиций и капитала, основанная на идеях неоклассической теории капитала, развиваемой в работах Д.Джоргенсона (*D.Jorgenson*). Пусть переменной состояния макроэкономической системы, или ее фазовой координатой, является объем реальной стоимости фактического капитала  $K = K(t)$ , а целью макроэкономической политики служит некоторый уровень «желаемого» капитала  $K^*$ . Под последним можно понимать оптимальный технологически уровень капитала, определяемый всеми наличными ресурсами и организацией системы. В любой точке времени  $t$ , т.е. для заданного планируемого или прогнозируемого периода, «мгновенные» чистые инвестиции  $I \equiv \dot{K}$  характеризуют изменение объема капитала, следовательно, являются «инструментом», который приводит к изменениям состояния системы. Для желаемого состояния инвестиции равны нулю, т.е. при достигнутой цели инструменты не используются. Если экономика конкурентная и характеризуется нормальной системой мотиваций экономических агентов, то уравнение динамики капитала в простейшем случае можно записать в следующем виде:

$$(1.1') \quad I - \lambda(K^* - K) = 0; \quad \lambda > 0,$$

где знак параметра определяется мотивацией экономических агентов. Для такой макроэкономической системы инвестиции положительны, если фактический капитал меньше желаемого уровня, отрицательны в обратном случае и отсутствуют

для  $K = K^*$ . Система (см. рис. 1.1) синтезирована<sup>2)</sup> таким образом, что инвестиции сокращаются при приближении к желаемому объему капитала (цели) слева, и увеличиваются, когда система удаляется от него, т.е.  $\frac{dI}{dK} = -\lambda < 0$ . Следовательно, макроэкономическая политика должна удовлетворять условию:



$$(1.2') \quad dI + \lambda dK = 0.$$

Рис.1.1. Стабилизационная политика

Конечно, следует иметь в виду, что приведенная модель – не более чем иллюстрация, поскольку инвестиции в рыночной экономике не являются непосредственно инструментальными переменными, а объектом регулирования посредством различных методов фискальной и монетарной политики. Можно отметить также, что неправильная мотивация экономических агентов меняет знак параметра  $\lambda$  на противоположный, и система становится неустойчивой, в том смысле, что для системы, находящейся в произвольном неравновесном состоянии, поставленная цель не может быть достигнута.

Цели стабилизационной политики должны быть согласованы со средствами их достижения или соответствующими инструментами. Задача согласования целей и средств может быть рассмотрена и в несколько ином виде. Пусть, например, экономика характеризуется наличием безработицы и превышением импорта над экспортом. В качестве целей краткосрочного развития выбрано достижение как сбалансированности счета текущих платежей, так и полной занятости:  $dy = (dy_1, dy_2)$ . Как известно, стандартными инструментами макроэкономической стабилизации могут служить (в рамках кейнсианской модели) изменение агрегированного спроса наряду с политикой изменения тарифов, либо обменного курса национальной валюты, т.е. вектор инструментов имеет вид  $dx = (dx_1, dx_2)$ . В целом политика макроэкономической стабилизации представляется системой:

$$(1.3) \quad \begin{pmatrix} dy_1 \\ dy_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \end{pmatrix}.$$

Анализ системы (1.3) помогает понять, в частности, почему, например, поставленные цели не могут быть достигнуты, если инструментом макроэкономической политики является управление только агрегированным спросом. Содержательно ясно, что расширение правительственные расходов может увеличить занятость, сопровождаемую ростом импорта. Напротив, сокращение бюджетного дефицита и улучшение счета текущих платежей может повлечь рост безработицы. Формально, невозможность при помощи одного инструмента реализовать две

<sup>2)</sup> В ситуации избыточного капитала (справа от точки равновесия) происходит деинвестирование, причем тем более интенсивное, чем дальше система отклоняется от цели.

конфликтующие цели означает, что система (1.3) имеет вырожденную матрицу реакций системы: в данном примере второй ее столбец будет состоять из нулей.

Уравнение (1.3) содержит полезную информацию относительно реализуемости (достижимости) поставленных целей и в тех случаях, когда цели и инструменты макроэкономической политики взаимно противоречивы. Методология разработки макроэкономической политики в своих основных чертах остается неизменной, но существенно дополнена и развита в нескольких направлениях, прежде всего, на основе применения гипотезы рациональных или адаптивных ожиданий, а также анализа средне- и долгосрочных аспектов динамики накопления богатства, которые в общем виде описываются на основе «портфельного подхода» Дж.Тобина. Эти проблемы будут детально исследованы в лекции 2 в рамках анализа общей модели макроэкономической динамики.

Отметим, что понятие эффективности макроэкономической политики понимается как способность монетарной или фискальной политики влиять на реальный рынок, производство и занятость прежде всего. Принимая, что наилучшее текущее положение экономики соответствует «естественному темпу роста», а в статике – экономическому потенциалу, основная задача макроэкономической политики (по крайней мере в краткосрочном периоде) состоит в максимальном приближении текущего положения системы, т.е. реального производства и занятости, прежде всего, к их потенциальным значениям.

Эквивалентная постановка этой задачи сводится к минимизации отклонения фактического уровня производства, измеряемого, например, объемом реального ВВП, от потенциально возможного. Для экономики США такая задача является приоритетной при любых обстоятельствах, что определено законодательно с 1946 г. (*The Federal Employment Act*). Эта же задача макроэкономической стабилизации ставится иногда как минимизация разности между потенциальным и фактическим уровнями производства, которая в современной интерпретации формулируется как поддержание безработицы на уровне, обеспечивающем заданный уровень инфляции – *NAIRU (Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment)*.

### **1.3. Макроэкономическая политика и «критика Лукаса»**

Как было выяснено в предыдущем разделе, макроэкономическая система реагирует на изменения внешних (*exogenous*) по отношению к модели переменных, т.е. на принятую макроэкономическую политику. При этом предполагается, что основные структурные параметры макроэкономической модели (системы) остаются инвариантными к различным типам политических воздействий. Однако, если макроэкономическая политика формирует не только определенный курс, но и режим развития экономики в кратко- или долгосрочном периодах, то параметры системы (1.1) могут не быть инвариантными к изменениям экономико-политического режима.

Макроэкономическая политика пассивна или «нейтральна» (*neutral or passive*), если она не способна стабилизировать макроэкономическую ситуацию, т.е. приближать производство к его потенциальному уровню, соответствующим образом влияя на изменения значений безработицы, нормы процента, обменного курса или инфляции. Интерес к проблеме «нейтральности» макроэкономической политики, обозначенный еще со времен работ классиков, получил мощный импульс

после публикации Р.Лукасом его знаменитой критики возможностей проведения той или иной макроэкономической политики. Она основана на использовании специальной функции агрегированного предложения, которая (в логарифмах) записывается как

$$(1.4) \quad y_t = \bar{y} + \gamma(p_t - p_{t,t-1}^e) + \zeta_t,$$

где  $y_t$  - уровень текущего производства в момент времени  $t$ ;

$\bar{y}$  - уровень потенциального производства;

$p_t$  - текущие цены в момент времени  $t$ ;

$p_{t,t-1}^e$  - ожидания на момент времени  $t$ , полученные на основе информации, доступной на момент  $(t-1)$ ;

$\zeta_t$  - случайные возмущения агрегированного предложения, которые являются независимыми во времени, распределенными нормально с нулевой средней и конечной дисперсией.

В модели Лукаса реальный рынок является *эффективным* в том смысле, что все его участники практически мгновенно используют всю доступную информацию, на которую реагируют цены. Ожидания экономических агентов на эффективном рынке  $p_{t,t-1}^e$  являются рациональными, т.е. формируются также, как происходит осреднение в случайном процессе:

$$(1.5) \quad p_t = E_{t-1}(p_t | \Omega_{t-1}) + \varepsilon_t,$$

где  $E$  - оператор рациональных ожиданий;

$\Omega_{t-1}$  - информационное множество, доступное производителям на момент времени  $(t-1)$ , когда они формируют свои ожидания;

$\varepsilon_t$  - случайная некоррелированная ошибка предсказания.

Данное уравнение утверждает, что фактические цены колеблются вокруг своего рационального предсказания с чисто случайной ошибкой, имеющей нулевую среднюю и конечную дисперсию. Такая зависимость между предсказанием и фактическим уровнем цен существует, по определению, на эффективном рынке, где цены абсолютно подвижны, постоянно уравновешивая спрос и предложение (*market clearing condition*). Это возможно, если цены полностью реагируют на поступающую информацию, которая практически мгновенно доступна всем его участникам. Последние, следовательно, лишены возможности использовать свои временные информационные преимущества в целях извлечения сверхприбыли.

Для рациональных ожиданий, поскольку новая информация принципиально непредсказуема в силу (1.5), наилучшим или наиболее точным предсказанием значения цен (или инфляции) на момент  $t$  будет ее значение в момент  $t-1$ , т.е. имеет место

$$(1.6) \quad E_{t-1}(p_t | \Omega_{t-1}) = p_{t-1}.$$

Гипотеза рациональных ожиданий, опирающаяся на определение эффективного рынка, адекватна поведению инвесторов на финансовом рынке, хотя в рамках *финансовой экономики* исследуются и другие гипотезы. В отношении фрагментированных, с асимметрично распределенной информацией, значительными лагами и ограничениями товарного рынка, и особенно рынка труда, уверенность в адекватности рациональных ожиданий не столь велика, и подвергается сомнению многими экономистами.

Условие (1.6) делает избыточными, а, вообще говоря и ненужными, все авторегрессивные схемы формирования ожиданий, в частности инфляционных. Для макроэкономики переходного периода, где значение предыстории резко снижается, особенно для краткосрочного периода, в силу фундаментальных изменений социально-политического характера, методология рациональных ожиданий представляет особую привлекательность. Т.Сарджент говорит, например, об ограниченно рациональных ожиданиях, свойственных экономике переходного периода.

Для гипотезы рациональных ожиданий значения цен в разные моменты времени, таким образом, связаны уравнением «случайного блуждания» (*random walk*):

$$(1.7) \quad p_t = p_{t-1} + \varepsilon_t,$$

которое в данном случае формально является моделью динамики цен для дискретных случайных процессов.

Суть утверждения о «нейтральности» макроэкономической политики с учетом рациональных ожиданий может быть продемонстрирована следующим образом. Вычисляя рациональные ожидания для агрегированного предложения в (1.4), мы получаем, что в силу (1.6) наилучшим предсказанием для случайной величины  $y_t$  будет значение потенциального производства, т.е. имеет место

$$(1.8) \quad E(y_t | \Omega_{t-1}) = \bar{y}.$$

Из (1.8) следует, что величина реального производства подвержена лишь воздействию внешних, чисто случайных, а потому и непредсказуемых воздействий. Следовательно, макроэкономическая политика «нейтральна» в указанном выше смысле, т.е. не может уменьшить разрыв между фактическим и текущим уровнем производства. Более того, поскольку ошибки предсказания случайны и независимы, то вмешательство государства скорее всего усиливает величину расхождения фактического и потенциального производства. Таким образом, фискальная и монетарная политика оказываются не стабилизирующими, а дестабилизирующими фактором, и государственное вмешательство в экономику следует не расширять, а сокращать. Конечно, аргументация Р.Лукаса значительно более сложная и утонченная, но суть ее передана достаточно точно.

Дальнейшая дискуссия по данной проблеме показала, что вывод о нейтральности макроэкономической политики справедлив лишь при достаточно жестких предположениях относительно агрегированного предложения и политического курса правительства. Они выполняются, например, когда функция (1.4) не зависит от нормы процента, а монетарная (или фискальная) политика строится лишь

на основании информации о прошлых решениях (*feedback rule*). Если изменить хотя бы одно из данных условий, то макроэкономическая политика, по крайней мере в краткосрочном периоде, воздействует на реальное производство. Методологически модель нейтральной макроэкономической политики оказалась *негрубой* (*nonrobust*) по отношению к принятым постулатам, хотя и оказала огромное влияние на оценку роли и места макроэкономической политики. Глубокий анализ проблем, затронутых в данном разделе, содержится в [2].

#### 1.4. Налоговая политика и кривая Лаффера

Рассмотрим теперь влияние на производителей и потребителей конкретной макроэкономической политики, например налоговой политики правительства. Известно, что увеличение налогов на производителя повышает его издержки, следовательно, цены, что смещает кривую агрегированного предложения, порождая сокращение производства. Таким образом, налоги играют роль дестимулятора производства – от увеличения налогов проигрывает и потребитель, который уплачивает более высокую цену за меньший продукт, и производитель, располагаемый доход которого сокращается. Дестимулирующая функция налогов должна быть хорошо осознана. Освобождение от налогов может использоваться в ряде случаев как средство поощрения производителей. Это особенно существенно в использовании механизма льготного налогообложения фирм, для которых характерна высокая инвестиционная активность.

С точки зрения макрорегулирования важно найти разумный компромисс между стремлением любого государства пополнить вечную нехватку в казне и отрицательным эффектом увеличения налогов на производство, и вообще на экономическую активность. Общим принципом проведения политики налогообложения является ее увязка не только с текущими фискальными целями, но и перспективами развития макроэкономики. Если экономика находится на подъеме, деловая активность высока, ставки процента в реальном выражении невелики, то налогообложение может быть повышенено. В фазе подъема размеры налогообложения желательно увеличивать в целях «охлаждения» перегретой экономики. Напротив, если экономика переживает спад, то высокие налоги лишь усиливают негативные тенденции и углубляют рецессию. В этой точке делового цикла противоречие между интересами производства и бюджета в краткосрочном периоде проявляются особенно отчетливо<sup>3)</sup>.

Взаимосвязи между ставкой налогообложения и поступлениями в бюджет очевидны. Однако не менее очевиден и их нелинейный характер. Проще говоря, нельзя в стремлении к увеличению государственных доходов постоянно увеличивать ставку налогообложения – рост последней может привести к сужению налогооблагаемой базы. Зависимость общего объема налоговых поступлений от ставки

<sup>3)</sup> Сокращение налогов администрациями Дж.Кеннеди в начале 60-х годов и Р.Рейгана - 80-х показывает, что эта акция, по сути своей - беспроцентный кредит производителям – способна дать мощный импульс росту экономической активности, следовательно, увеличению поступлений в бюджет. Поэтому краткосрочные налоговые льготы и «налоговые каникулы» производителям можно рассматривать как своего рода кредит государства своим подданным, причем кредит, возвратность которого гарантирована. На наш взгляд, изучение и разумное использование подобного опыта особенно ценно для современной России, где с конца 1998 г. готовятся акции по снижению непомерно высоких налогов.

налогообложения формализуется как *кривая Лаффера*, смысл которой весьма прост.

Налоговые поступления, выраженные, например, в долях от ВВП, представляются нелинейной, непрерывной и дифференцируемой кривой  $L(t)$ , заданной на отрезке  $[0,1]$ . Экономически это означает, что если нет производства, ВВП, то нет и налогов. Последних нет, впрочем и в том случае, если ставка налоговых сборов равна  $t = 1,0$ , или ста процентам дохода производителя - давно замечено, что разумные налоги собирают сколь угодно долго, а конфисковать можно лишь один раз. Известно (*теорема Ролля*), что непрерывная гладкая функция  $L(t)$ , принимающая равные значения на концах фиксированного интервала, достигает максимума в некоторой точке, лежащей внутри его:

$$L = L(t^*) = \max; \quad 0 < t < 1,$$

где  $L(t)$  - функция Лаффера (сумма налоговых поступлений в долях от ВВП);

$t$  - ставка налоговых сборов.

Теоретически исследование кривой Лаффера на максимум позволяет вычислить оптимальное значение ставки налоговых сборов, которое гарантирует максимальные поступления денежных средств в бюджет. Конечно, построение и анализ функции Лаффера требуют тщательного сбора данных, равно как и эмпирической идентификации этой кривой для каждой конкретной экономики<sup>4)</sup>.

В последующих лекциях будет показано, что кривая может быть применена не только к обычным налогам, взимаемым с населения и бизнеса, но и к так называемому «инфляционному налогу». Последний играет исключительно важную роль в системах «высокой инфляции» и переходной экономике и является особой формой государственных доходов, получаемых правительством от «чеканки монеты» или сеньоража.

### 1.5. Бюджетный дефицит и производство

С более общей точки зрения налогообложение является частью проблемы финансирования бюджетного дефицита. Известно, что увеличение государственных расходов стимулирует рост производства. Иными словами, в определенных условиях конкурентной экономики и режима низкой инфляции дефицит бюджета имеет стимулирующее значение. Поэтому сказанное выше о налогах может быть эквивалентным образом переформулировано для бюджета. Последний может иметь положительное сальдо, профицит, или быть бездефицитным в фазе подъема экономического цикла, и наоборот, иметь дефицит в его нижней фазе.

Регулирование бюджетного дефицита зависит от его природы и способа финансирования. Стандартный анализ причин дефицита дается посредством построения «бюджета полной занятости», который отвечает на вопрос о том, является ли дефицит следствием недостаточного налогообложения (при фиксированных государственных расходах), либо спада экономической активности. Пусть, предположим, кривая Лаффера показала, что ставка налогообложения близка к

<sup>4)</sup> Можно полагать, что для российской экономики точка оптимума на кривой Лаффера явно пройдена, и что даже с чисто фискальной точки зрения система налогообложения нуждается в крупных кардинальных изменениях.

оптимальной величине, а при замене фактического выпуска на потенциальный дефицит сменяется профицитом. В такой ситуации естественно предположить, что причиной дефицита является недостаточный объем производства. Следовательно, если увеличивать ставки налогообложения в условиях спада производства, то результатом будет не улучшение экономического положения, а, скорее всего, углубление рецессии.

Важно отметить, что популярное стремление сбалансировать бюджет, вообще говоря, не оправдано. Дело в том, что сбалансированный бюджет, в котором доходы равны расходам, не является нейтральным, а стимулирует рост производства. Однако увеличение производства для сбалансированного бюджета минимально, что объясняется неравенством мультипликаторов доходов и расходов бюджета. Покажем это на простой модели равновесия для рынка товаров и услуг.

Пусть реальный рынок, или рынок товаров и услуг, находится в равновесии в смысле равенства агрегированных доходов  $Y$  и агрегированных расходов  $E$ . В линейной модели реального рынка Кейнса цены не влияют на поведение системы, а совокупное потребление полагается функцией реального располагаемого дохода  $Y^D = (Y - T)$ :

$$C = C_0 + c(Y - T).$$

В точке равновесия реального рынка для налогов, не зависящих от уровня дохода (*lump-sum taxes*), имеет место равенство:

$$(1 - c)Y = C_0 - cT + I + G,$$

и при заданных экзогенно, т.е. вне модели, значениях инвестиций и государственных расходов  $I, G > 0$ , равновесное значение реального дохода равно:

$$(1.9) \quad Y^* = s^{-1}(C_0 - cT + I + G); \quad s = (1 - c).$$

В достаточно малой окрестности точки равновесия для рынка товаров и услуг по теореме о неявной функции, условия которой обычно считаются выполненными, существует функция  $Y^* = Y^*(G, T)$ , т.е. равновесный доход параметрически зависит от государственных расходов и налогов  $G$  и  $T$ , соответственно. Для данной модели реакция равновесного дохода на изменение бюджетных расходов (при фиксированных налогах) равна  $\frac{\partial Y^*}{\partial G} = \frac{1}{s} > 0$ , а реакция равновесного дохода на

изменение налогов (при фиксированных расходах) равна  $\frac{\partial Y^*}{\partial T} = -\frac{c}{s} < 0$ . Эти реакции вычисляются дифференцированием уравнения (1.9) по соответствующим аргументам.

Фискальная политика, состоящая в изменении объемов правительственные расходов и налогов, вызывает изменения равновесного дохода на величину

$$dY^* = \frac{\partial Y^*}{\partial G} dG + \frac{\partial Y^*}{\partial T} dT,$$

которая для данной модели может быть записана как

$$dY^* = s^{-1}dG - s^{-1}cdT = dG - cdT.$$

Равновесный доход, следовательно, останется неизменным, если налоги увеличиваются в большей степени по сравнению с доходами, т.е.

$$dG = cdT.$$

Иными словами, нейтральным к равновесному доходу является бюджет с положительным сальдо (профицитом). Напротив, в условиях равенства приростов налогов и правительственные расходов, т.е. сбалансированного бюджета  $dG = dT = d\hat{G}$ , равновесный доход будет расти, что видно из равенства:

$$dY^* = \frac{\partial Y^*}{\partial G} dG + \frac{\partial Y^*}{\partial T} dT = s^{-1}d\hat{G} - s^{-1}cd\hat{G} = d\hat{G}.$$

Мультипликатор сбалансированного бюджета равен единице  $\frac{dQ^*}{d\hat{G}} = 1$ , а значит, сбалансированное увеличение расходов и доходов приводит к росту реального дохода, но всего лишь в пропорции 1:1. Следовательно, сбалансированный бюджет на самом деле не нейтрален по отношению к доходу, а оказывает стимулирующее, хотя и минимальное для данной модели, влияние на производство<sup>5)</sup>.

### 1.6. Простая модель динамики долга

Проблема дефицита государственного бюджета и способов его финансирования представляет особую важность как для развития рыночных, так и переходных экономик и долгое время является предметом внимания экономистов. Исследование проблем государственного долга можно найти у А.Смита, а Д.Рикардо настойчиво, хотя и не вполне успешно, требовал от британского правительства немедленной выплаты огромных долгов, накопленных в войнах с Наполеоном. В полном объеме проблема моделирования стохастической динамики государственного долга будет рассмотрена в дальнейшем, а в данном разделе мы ограничимся лишь принципиальной постановкой данной проблемы для детерминированного процесса дефицита бюджета.

---

<sup>5)</sup> Отметим, что в 20-м веке лишь одна страна рыночной экономики имела сбалансированный в течение длительного времени бюджет: Португалия в эпоху диктаторского режима А.Салазара, который, кстати, в молодости преподавал экономику в университете Коимбры. Но Португалия в период его правления считалась «больным человеком Европы», в замедление развития которой постоянно сбалансированный бюджет вносил, безусловно, свой негативный вклад.

В простейшем случае детерминированного процесса дефицита, если отвлечься от факторов монетарной природы, сеньоража в частности, то накопленный за определенный период дефицит бюджета представляет объем государственного долга. Следовательно, для объема государственного долга в реальном выражении  $b = b(t)$  и непрерывно начисляемой положительной ставки доходности по государственным облигациям  $r > 0$  имеет место простое соотношение:

$$(1.10) \quad b(t) = \int_{-\infty}^t D(\tau) \exp[r(t-\tau)] d\tau = \int_{-\infty}^t [G(\tau) - T(\tau)] \exp[r(t-\tau)] d\tau,$$

в соответствии с которым бюджет, сводимый постоянно с дефицитом, приводит к росту долга. Ставка доходности полагается постоянной и не зависящей от размеров долга и дефицита.

Возникает естественный вопрос: насколько велики могут быть размеры долгов, чтобы у государства не возникали проблемы с их погашением? Ответ на данный вопрос дается эмпирически тем, что оцениваются верхние границы для удельного долга, понимаемого как отношение номинального долга к номинальному ВВП. Обычно полагается, что если удельный долг не превышает 50-70%, то его выплаты, как правило, не создают проблем для растущей экономики. Теоретически обоснованный ответ несколько сложнее.

Обозначим *удельный долг* через  $z(t) = \frac{b(t)}{Y(t)}$ , где  $Y(t)$  - объем реального ВВП

в году  $t$ . Изменение удельного долга за бесконечно малый период времени тогда равно:

$$(1.11) \quad \dot{z}(t) = \frac{\dot{b}}{Y} - \frac{b}{Y^2} = \frac{\dot{b}}{Y} - az(t),$$

где  $a = \frac{\dot{Y}}{Y}$  - темп прироста реального дохода (ВВП).

Приращение (бесконечно малое) реального долга в момент времени  $t$  представляет собой, по определению, величину бюджетного дефицита:

$$(1.12) \quad \dot{b} = (G - T) + rb.$$

По экономическому смыслу, уравнение (1.12) - это просто иная запись уравнения долга, которую можно получить дифференцированием (1.10) по времени  $t$ .

Уравнение (1.12) - есть уравнение бюджетного дефицита  $\dot{b}$ , который состоит из первичного, или беспроцентного дефицита  $G - T$  и выплат по накопленному долгу, осуществляемых по номинальной ставке доходности  $r$  государственных облигаций. Подставляя (1.12) в (1.11), получаем дифференциальное уравнение относительно удельного долга:

$$(1.13) \quad \dot{z} = (r - a)z + \bar{d},$$

где  $\bar{d} = \frac{(G-T)}{Y}$  - величина удельного первичного дефицита. В уравнении (1.13) структурный коэффициент  $(r-a) = q$  и удельный первичный дефицит могут быть некоторыми функциями времени, что, вообще говоря, соответствует истине, поскольку ставки процента, темпы роста и доли дефицита меняются во времени. Однако пока, для простоты, положим их постоянными величинами, значения которых известны:  $\bar{d} > 0$ ;  $q > 0$ . Известно, естественно, и значение удельного долга для некоторого момента времени, принимаемого за начальный, т.е.  $z(0) = z_0$ .

Экономически уравнение (1.13) просто повторяет определение бюджетного дефицита, только теперь выраженного в долях произведенного дохода (ВВП). Его однако удобнее интерпретировать, если понять, что в данной модели, поскольку, как было сказано выше, монетарные факторы отсутствуют, выплаты по долгам могут производиться лишь в меру превышения налогов над текущими правительственные расходами  $T - G$ . Следовательно, умножив обе части (1.13) на минус единицу и обозначив через  $h = -\bar{d}$  величину бюджетного профицита, получаем уравнение выплат по государственному долгу:

$$(1.14) \quad \bar{h} = qz - \dot{z}.$$

Уравнение (1.14) в принципе отвечает на вопрос, сформулированный в начале данного раздела. Оно говорит о том, что обеспечение долговых выплат гарантировано, если в каждый момент времени доходы государства (левая часть уравнения) равны разности между необходимыми платежами  $qz$  и увеличением удельного долга  $\dot{z}$ . Обратим внимание на то, что обслуживание долга уменьшается на величину новых заимствований, облегчая тем самым долговое бремя. В полной мере значимость этого обстоятельства будет выяснена позднее при вычислении стоимости опциона долговых заимствований, но и сейчас ясно, что возможность брать в долг, раз она позволяет экономить на издержках, не может быть в рыночных условиях даровой. Проще говоря, «доверие дорого стоит».

Уравнение (1.14) является обыкновенным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка, которое решим, предварительно переписав в стандартном виде:

$$(1.15) \quad \dot{z} = qz - \bar{h}.$$

Решением (1.15)<sup>6)</sup> является функция удельного долга, соответствующая размарам его погашения:

$$(1.16) \quad z(t) = [z_0 - \frac{\bar{h}}{q}] \exp(qt) + \frac{\bar{h}}{q}$$

---

<sup>6)</sup> Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений изложены в книге А.Чанга [5]. Разумеется, есть прекрасно написанные учебники по дифференциальным уравнениям и на русском языке.

После нахождения решения или траектории (1.16) проблема обслуживания долга, т.е. осуществления регулярных платежей по его погашению, сводится к исследованию поведения траектории удельного долга: если последняя стремится к некоторой постоянной величине (стационарной точке или стационарному состоянию)<sup>7)</sup>, не превышающей верхнюю границу допустимого долга, то долги могут быть выплачены. В противном случае выплаты асимптотически невозможны и банкротство неминуемо.

Для системы (1.15) стационарным состоянием, т.е. состоянием неизменного удельного долга  $\dot{z} = 0$  является капитализированное значение выплат  $z^* = \frac{\bar{h}}{q}$ . Значит, если чистые доходы государства в течение (бесконечно) долгого периода времени будут составлять  $\bar{h} = T - G$ , то их стоимость, приведенная к настоящему моменту времени, равна  $z^*$ . Пусть в некоторый начальный момент времени  $t = 0$  удельный долг, к примеру, превышает эту величину  $[z_0 - \frac{\bar{h}}{q}] > 0$ , тогда проблема выплаты долгов сводится к тому, чтобы выяснить: увеличивается или уменьшается эта разность с течением времени.

Предположим, что в период времени  $[0, t_1]$  выплаты по долгам не производятся, начинаясь в момент  $t_1$ , где они скачком возрастают до величины  $\frac{1}{q}\bar{h}$ . Как следует из решения (1.16), удельный долг сначала возрастает экспоненциально, а в момент  $t_1$  скачкообразно сокращается, поскольку начинаются его выплаты. Однако постоянные выплаты не влияют на динамику удельного долга, рост которого продолжается, как видно из рис. 1.2, лишь при изменившихся начальных условиях этого процесса.

Из анализа решения ясно, что такой характер траектории долга придает коэффициент  $q = (r - a) > 0$ , который представляет разность между ставкой реальной доходности по государственным облигациям  $r$  и темпом прироста реального дохода  $a$ . Значит, если ставка доходности государственных облигаций превышает рост дохода (ВВП или национального дохода), то удельный долг растет до бесконечности, поскольку экономически источников покрытия для долгов не существует. Напомним, что сеньораж в данной модели отсутствует, а экономика замкнута. Впрочем, апелляция к внешним источникам финансирования государственного долга для данной модели не принципиальна.

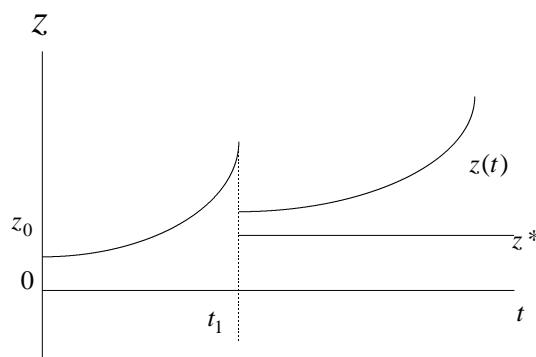


Рис.1.2. Динамика государственного долга

<sup>7)</sup> В некоторых экономических работах термин *steady state* переводится как «устойчивое состояние», что неточно, так как стационарное состояние (*steady state*) может быть как устойчивым, так и неустойчивым.

Формально траектория (1.16) говорит о том, что система выплаты государственного долга является неустойчивой. Напротив, динамика долга устойчива, следовательно, долги могут быть выплачены, только если реальный доход *растет быстрее ставки доходности* и параметр  $q < 0$ . Экономический смысл данного вывода нам представляется чрезвычайно важным: для депрессивной экономики долги выплачены быть не могут в любом случае, поскольку при  $a \leq 0$  система всегда неустойчива.

Качественный анализ, т.е. анализ поведения системы без нахождения решения в явном виде, в частности, анализ устойчивости динамики удельного долга может быть проведен на фазовой диаграмме, соответствующей уравнению (1.15). Для данной системы, впрочем, фазовая диаграмма не очень важна, поскольку решение может быть найдено в явном виде, но для нелинейных систем, не имеющих в общем случае решений в конечных интегралах, и которые будут исследоваться в дальнейшем, фазовые диаграммы чрезвычайно полезны.

На рис. 1.3 дается фазовая диаграмма системы (1.15), на которой стационарная точка  $\dot{z}^* = \frac{1}{q} \bar{h}$  находится на пересечении

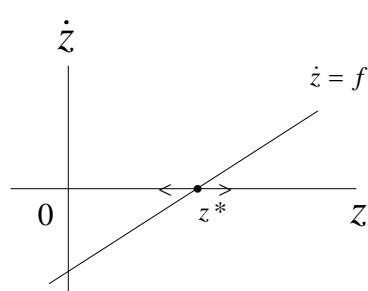


Рис.1.3. Фазовая диаграмма динамики долга

функции  $\dot{z} = f(z)$  и фазовой координаты  $z$ , в данном случае - удельного долга. Динамика удельного долга представляется движением точки вдоль оси абсцисс, для чего нужно знать направление (вектор) этого движения.

Данная модель говорит о том, что для  $a \leq 0$ , что характерно для экономического спада

в переходный период, динамика долга неустойчива, поскольку реальный доход не растет, а номинальная доходность государственных облигаций положительна. В этом случае

$$\frac{d\dot{z}}{dz} = f'(z^*) = q > 0,$$

и траектория системы удаляется от точки равновесия для любых начальных условий, кроме  $z_0 = z^*$ . Отметим, что если в стационарной точке производная системы по фазовой координате равна нулю, то линейного разложения функции в ряд Тейлора недостаточно, а необходимо исследовать члены разложения более высокого порядка. Экономически интересные ситуации возникают, в частности, когда равны нулю первый и второй члены разложения ряда Тейлора.

Итак, система выплаты долга для депрессивной экономики чревата в общем случае банкротством (*default*). С долгами опасно играть на постоянной основе даже для здоровой, растущей экономики, о чем предупреждали еще классики, а для стагнирующего хозяйства, как представляется, осторожность при обращении к заимствованиям на свободном рынке должна быть максимальной. Самым неприятным последствием дефолта, как будет показано в следующих лекциях, является многократно возрастающая стоимость обслуживания долга из-за невозможности дальнейших долговых заимствований ввиду потери доверия кредито-

ров. События августа 1998 г. в России, когда официально была признана невозможность дальнейших выплат по государственным долговым обязательствам, выяснили, так сказать эмпирически, важность данного вывода.

\* \* \*

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Литература для дополнительного изучения рекомендована в минимальном объеме с учетом явно ненаучного, но тем не менее весомого, фактора – ее доступности в российских условиях. В качестве критерия доступности выбраны фонды библиотеки Государственного университета Высшей школы экономики.

1. Keynes, J.M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London, Macmillan, p. 159.
2. Turnovsky, S. (1995). *Methods of Macroeconomic Dynamics*. The MIT Press.
3. Р. Дорнбуш, С. Фишер (1997). *Макроэкономика*. Изд. Московского университета, Москва.
4. Keynes, J.M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London, Macmillan, p. 383.
5. Chiang, A. (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, McGraw -Hill Book Company, London.
6. Tobin, J. (1992). *Money. The New Palgrave's Dictionary on Money and Finance*. The MacMillan Press, London.
7. Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*. The McGraw Hill Companies, Inc.

### **Лекция 2. Общая модель макроэкономической динамики**

Макроэкономическая динамика – это сложный процесс поведения экономики в целом, рассматриваемой как единая система. В этом процессе взаимодействуют многие переменные, на значения которых влияют политические решения и заданная структура системы. Макроэкономическая политика в контексте исследуемой модели понимается как управление агрегированным спросом, прежде всего, через формирование государственного бюджета (фискальная политика) и/или денежной массы (монетарная политика).

В данной лекции будет рассмотрена модель детерминированного процесса макроэкономической динамики, которую мы называем моделью Сарджента-Тарновского [1, 2]. Эта модель в силу своей относительной компактности и простоты дает целостное представление о поведении макроэкономики во времени и фазовом пространстве, которое в дальнейшем будет конкретизировано для важнейших аспектов: долга и дефицита бюджета, инфляции, экономического роста, взаимодействия экономики с мировым хозяйством. Данная лекция будет следовать в основном материалу монографии С.Тарновского [2, глава 2], сохраняя его обозначения и общую логику анализа проблемы.

Макроэкономическая система рассматривается как взаимосвязанное поведение производителей и потребителей, кредиторов и инвесторов, а также государства на основных рынках: продуктов, денег и ресурсов. Рынок валюты является естественным дополнением данной модели, но будет отдельно исследован в лекции 3, поскольку сложность рассуждений, равно как и громоздкость вычислений, нарастают очень быстро, не меняя зачастую качественных выводов.

Макроэкономическая система состоит из двух блоков: статического, формирующего параметры системы, и динамического, определяющего траектории развития макроэкономики. Формально, следовательно, можно применять методы анализа нелинейных динамических систем, зависящих от параметров. Все переменные системы являются непрерывными и соответствующее число раз дифференцируемыми функциями времени. Статический блок, формирующий параметры системы, состоит из простых уравнений, описывающих состояния равновесия на важнейших макроэкономических рынках. Динамика полагается результатом воздействия как нелинейностей, органически присущих макроэкономическим процессам, так и накопления частного богатства (государственного долга), сопровождающего определенным способом формирования ожиданий основными участниками процесса.

## 2.1. Рынок товаров и услуг (продуктов)

Рынок товаров и услуг в модели задается простым уравнением сбалансированности продукта  $Y$ , и агрегированных расходов  $D(\cdot)$ , частных и государственных. Модель полагается краткосрочной, поэтому агрегированный спрос на товары и услуги непроизводственного потребления и инвестиционного характера не различаются, а влияние инвестиций на основной капитал не рассматривается. Совокупный спрос состоит из частных и государственных (ожидаемых) расходов<sup>8)</sup>, которые в точке равновесия равны произведенному продукту:

$$(2.1) \quad Y = D(Y^D, r - \pi, A) + G \\ 0 < D_1 < 1; \quad D_2 < 0; \quad D_3 > 0.$$

Расположение аргументов под знаком функции будем считать фиксированным, а соответствующие производные обозначать подстрочным индексом, например,  $D_2 \equiv \frac{dD}{d(r - \pi)} < 0$ , что позволит несколько уменьшить неизбежные громоздкости.

Функция совокупного частного спроса  $D(\cdot)$  зависит от располагаемого дохода  $Y^D$ , реальной ставки процента  $r - \pi$  и частного богатства  $A$ . Характер основных реакций макроэкономики (частного спроса) на изменения располагаемого дохода, реального процента и частного богатства принимается стандартным для «нормальной» конкурентной экономики. Так, увеличение располагаемого дохода

---

<sup>8)</sup> Строго говоря, отличие фактических расходов *ex post* от предполагаемых (желаемых или планируемых) расходов *ex ante* уже вводит в рассмотрение динамический аспект поведения макроэкономики, хотя и в неявном виде.

на единицу приводит к росту частного спроса несколько меньшему единице, предполагая в общем случае сбережение части произведенного дохода. Рост реального процента, удорожая потребительский и инвестиционный кредит, сокращает частный спрос, тогда как накопление богатства его увеличивает.

Располагаемый доход  $Y^D$  в общем случае предстает как алгебраическая сумма произведенного дохода  $Y$ , налогов  $T$ , доходов, получаемых от личного богатства  $rb$ , и инфляционного налога на богатство  $\pi A$ :

$$(2.2) \quad Y^D = Y - T + rb - \pi A .$$

В модели принимается, что личное богатство в реальном выражении  $A$  представляется портфелем, состоящим из двух активов: денег  $m = \frac{M}{P}$  и государственных облигаций  $b = \frac{B}{P}$ , дефлятированных по индексу цен  $P$ :

$$(2.3) \quad A = m + b .$$

Существенно, что в данной модели в силу того, что частный спрос зависит как от располагаемого дохода, так и ставки процента, влияние портфеля активов на частный спрос неоднозначно, а зависит от формы накопления богатства. Так, если накопление частного богатства происходит в форме денег, то поскольку в этом случае  $b(t) = \bar{b} = const$ , получаем:

$$D_A^m = -D_1\pi + D_3 .$$

С учетом знаков производных в (2.1) естественно полагать, что частный спрос может сократиться при увеличении темпа инфляции,  $D_A^m < 0$ . Однако, если частное богатство накапливается в форме облигаций, то  $m(t) = \bar{m} = const$ , и знак производной

$$D_A^b = D_1(r - \pi) + D_3$$

в общем случае не определен. Неравенство  $D_A^b < 0$  имеет место при выполнении дополнительного условия, а именно, в предположении более сильного влияния процента на частные расходы (*substitution effect*) по сравнению с влиянием процента на располагаемый доход (*income effect*). Аналогичное условие требуется выдвинуть и для определения характера влияния ставки процента на частный спрос, поскольку

$$D_r = D_1b + D_2 .$$

Частный спрос будет, к примеру, возрастать,  $D_r > 0$ , при увеличении ставки процента, только если эффект дохода будет превосходить эффект замещения.

Наличие отмеченных выше неопределенностей чрезвычайно важно, как будет выяснено в дальнейшем, для исследования динамических процессов, особенно устойчивости системы, и свойств стационарного состояния системы.

Полагая постоянными все параметры и переменные в уравнении (1.1), кроме дохода и процента, можно вычислить соотношение для изменений переменных для малой окрестности точки равновесия реального рынка:

$$dY = D_1 dY + D_r dr.$$

В окрестности точки равновесия в силу принятых выше условий имеет место неравенство, которое определяет положение *IS*-кривой в координатах «доход-процент»:

$$\left. \frac{dr}{dY} \right|_{IS} = \frac{1 - D_1}{D_r} < 0.$$

В соответствии с теоремой о неявной функции, условия которой считаются выполненными, в достаточно малой окрестности точки равновесия реального рынка существуют функции:

$$Y^* = Y^*(G, T, \pi, A, P)$$

$$r^* = r^*(G, T, \pi, A, P),$$

что позволяет вычислить реакции положения равновесия для рынка товаров и услуг на изменения параметров системы. Например, если правительство увеличивает бюджетные расходы, то произведенный продукт (его равновесное значение) и равновесная ставка процента возрастают, поскольку

$$\frac{\partial Y^*}{\partial G} = (1 - D_1)^{-1} > 1 \quad \text{и} \quad \frac{\partial r^*}{\partial G} = -D_r^{-1} > 0.$$

Рост бюджетных расходов, финансируемых за счет государственных долгов, приводит к повышению ставки процента, что делает возможным продолжение заимствований на свободном рынке. Нетрудно заметить, что соотношения, полученные выше – это мультипликаторы макроэкономической системы, вычисленные для общего случая нелинейной *IS*-кривой.

## 2.2. Рынок денег

Построение уравнений, описывающих поведение агрегированных кредиторов и заемщиков на финансовом рынке, основано на портфельном подходе Дж.Тобина [3], суть которого кратко состоит в следующем.

На макроуровне портфель агрегированного инвестора состоит из трех активов вnominalном выражении: денег  $M$ , облигаций  $B$  и стоимости физического капитала  $P_K K$ , каждому из которых соответствует своя норма доходности:  $-\pi$ ,  $r - \pi$ ,  $r_k$ , а именно дефляция, реальная ставка процента и эффективность капитальных вложений (*rate of return on capital*)  $r_k = \frac{P}{P_k} \frac{\partial Y}{\partial K} \equiv \frac{PR}{P_k}$ . Совокупный

спрос на каждый из активов представлен, соответственно, функциями  $L(\cdot), J(\cdot), N(\cdot)$ , которые являются непрерывными и дифференцируемыми по каждому аргументу функциями реального дохода, доходностей по каждому активу и богатства.

Спрос на активы в реальном выражении определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} P^{-1}M^d &= L(Y, -\pi, r - \pi, r_k, A); \quad L_1 > 0, L_2 > 0, L_3 < 0, L_4 < 0, 0 < L_5 < 1; \\ P^{-1}B^d &= J(Y, -\pi, r - \pi, r_k, A); \quad J_1 \begin{cases} > \\ < \end{cases} 0, \quad J_2 < 0, J_3 > 0, J_4 < 0, 0 < J_5 < 1; \\ P^{-1}K^d &= N(Y, -\pi, r - \pi, r_k, A); \quad N_1 \begin{cases} > \\ < \end{cases} 0, N_2 < 0, N_3 < 0, N_4 > 0, 0 < N_5 < 1; \end{aligned}$$

Введенные таким образом функции структурируют спрос следующим образом. Рост дохода вызывает увеличение спроса на деньги (транзакционный спрос), но не влечет когерентных изменений в спросе на капитал и облигации, если не налагать дополнительные условия на соответствующие функции спроса. Между тем, увеличение доходности каждого актива вызывает рост спроса на данный актив из-за повышения его привлекательности для инвестора, а значит, и сокращение спроса на альтернативные активы. Дополнительная единица богатства распределяется полностью по всем активам портфеля. Спрос на активы «всюду плотный», т.е. имеют место равенства:

$$\begin{aligned} L_i + J_i + N_i &= 0; \quad i = \overline{1, 4}. \\ L_5 + J_5 + N_5 &= 1. \end{aligned}$$

Предположим, что облигации и физический капитал полностью взаимозаменямы и их нормы доходности равны,  $r - \pi = r_k$ , следовательно, существует однородный спрос на ценные бумаги  $[J(\cdot) + N(\cdot)]$ . Тогда, поскольку личное богатство определяется из равновесия спроса и предложения на каждый актив

$$P^{-1}(M^d + B^d + P_k K^d) = P^{-1}(M + B + P_k K) = A,$$

то по *принципу Вальраса* трехкомпонентный финансовый рынок может быть выражен через соотношение спроса и предложения денег. Обычно исследуется рынок денег, спрос на которые полагают зависящим от разности доходностей денег и облигаций, т.е. так называемого спреда (*spread*):  $(r - \pi) - (-\pi) = r$ .

В результате уравнения финансового рынка редуцируются к уравнению, представляющему соотношение спроса на деньги и их предложения в реальном выражении:

$$(2.4) \quad m = L(Y, r, A); \quad L_1 > 0, \quad L_2 < 0, \quad L_3 > 0,$$

которое графически представлено на рис. 2.1.

В определенном смысле уравнение (2.4) дает информацию о состоянии финансового рынка, сведенного к соотношению лишь спроса и предложения денег.

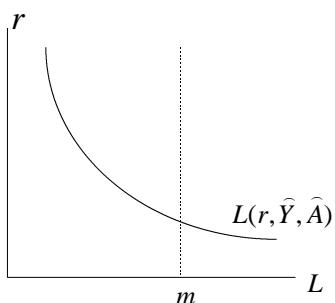


Рис.2.1. Равновесие на денежном рынке

принята некоторой функцией, зависящей от ставки процента или от обменного курса. Последнее предположение будет детально проанализировано в лекции 3 для моделей открытой и переходной экономики.

Регулирование предложения денег осуществляется в рыночной экономике посредством организации двухуровневой системы, состоящей из центрального и коммерческих банков. Центральный банк, определяя размеры своих пассивов – наличности и обязательных резервов коммерческих банков, регулирует напрямую лишь часть предложения денег, так называемую денежную базу  $H$ . Последняя связана с предложением денег через денежный мультиликатор, что и обеспечивает управление объемом денежного предложения, включая и банковские кредиты. Эти вопросы детально рассматриваются в учебнике С.Фишера и Р.Дорнбуша [4].

Воздействие монетарной политики на экономику определяется в зависимости от некоторых, априори заданных ориентиров, так называемых «номинальных якорей» (*nominal anchors*), которые будут рассмотрены в дальнейшем. В проведении монетарной политики центральный банк использует различные инструменты: регулирование учетной ставки, нормы резервирования, операции на свободном рынке с государственными долгами и т.д. Все эти инструменты денежной политики позволяют центральному банку управлять предложением денег, хотя под его прямым контролем находится лишь так называемая денежная база.

В рыночной экономике государство (центральный банк) может воздействовать на денежный спрос лишь косвенно, влияя на ставку процента. К примеру, ставка межбанковских кредитов весьма чувствительна к колебаниям уровня учетной ставки или ставки рефинансирования, т.е. стоимости кредитов центрального банка. При высоких значениях ставки процента денежный спрос весьма не-

При этом следует иметь в виду, что ставка процента приписывается доходности облигаций, тогда как доходность денег как актива равна  $(-\pi)$ , т.е. величине дефляции. При этом «цена денег» понимается в кейнсианской трактовке, т.е. как альтернативные издержки от владения богатством в денежной форме или, что тоже самое, как ставка процента  $r$ . В лекции 4 будет показано, что классическое определение цены денег через их покупательную способность в портфельном анализе Дж.Тобина не используется<sup>9)</sup>.

В стандартной модели рынка денег их предложение в реальном выражении – переменная управления (*control or exogenous variable*), хотя может быть

<sup>9)</sup> Как известно, деньги, выполняя функцию средства помещения богатства, являются активом. В своем качестве актива, как и любого другого, деньги, следовательно, имеют две цены: «продажную» цену, отождествляемую с покупательной способностью денег, и «прокатную» цену, которая соответствует цене кредита. Дж.Тобин [6] приводит интересное высказывание М.Фридмана о «лакмусовой бумаге», которая дает возможность отделить кейнсианцев от сторонников классической теории: если первые ценой денег считают ставку процента, то вторые – покупательную способность денег.

велик из-за высоких альтернативных издержек, связанных с денежными активами, а реакция денежного спроса на изменение ставки процента практически нулевая,  $L_2 \geq 0$ , поскольку облигации и деньги абсолютно не взаимозаменяемы. Поэтому спрос на деньги существует практически как транзакционный спрос, зависящий лишь от объема совершаемых сделок. В этом случае уравнение количества денег

$$Mv = PY,$$

где  $M$  - величина денежного спроса;  $v$  - скорость обращения денег;  $P$  - дефлятор валового внутреннего продукта;  $Y$  - валовой внутренний продукт в реальном выражении; служит достаточно хорошим приближением к величине предложения денег.

При малых значениях ставки процента, напротив, облигации и деньги становятся весьма близкими друг другу, следовательно, спрос на деньги весьма чувствителен к ее значениям, " $L_2 = -\infty$ ". Это случай, который известен в литературе как «денежная ловушка» Кейнса, хотя практически и не наблюдался. Поскольку для точки равновесия денежного рынка справедливо условие:

$$\frac{dr}{dY} \Big|_{LM} = -\frac{L_1}{L_2} > 0,$$

то сказанное выше представляет нелинейную функцию спроса на деньги, по характеру своему приближающуюся к гиперболической.

Методологически уравнение (2.4) изолированного денежного рынка можно рассматривать также как и (2.1), вычисляя в частности, по аналогии с мультипликаторами реального рынка эффективность монетарных воздействий на макроэкономику в рамках поощрительной или ограничительной денежной политики. Это мы предлагаем проделать читателю в качестве упражнения.

Совместное рассмотрение уравнений (2.1) и (2.4) дает возможность вычислить координаты равновесия реального и денежного рынков. Реакции макроэкономики на изменения параметров системы, например, бюджетно-налоговую политику,  $\partial G$ , можно вычислить из решения следующей системы, которая получена дифференцированием уравнений (2.1) и (2.4):

$$(2.5) \quad \begin{bmatrix} 1 - D_1 & -D_r \\ -L_1 & -L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y^*}{\partial G} \\ \frac{\partial r^*}{\partial G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

По условиям, сформулированным выше, определитель системы (2.5) всегда положителен, следовательно, система имеет единственное нетривиальное решение, определяющее последствия применения определенной фискальной политики. Аналогично вычисляются реакции макроэкономики на монетарную политику,  $\partial m$ , и изменения других параметров системы.

### 2.3. Функция агрегированного спроса

В достаточно малой окрестности точки совместного равновесия реального и денежного рынков, равновесные значения продукта и процента существуют как неявно заданные функции параметров системы, т.е. цен, инфляционных ожиданий, бюджетных расходов, налогов, предельного продукта капитала и активов:

$$\begin{aligned} Y^* &= Y^*(P, \pi, G, T, M, B, K, R) \\ r^* &= r^*(P, \pi, G, T, M, B, K, R). \end{aligned}$$

Это дает возможность, в частности, вычислить агрегированный спрос и его реакции на изменения цен. Проделаем это, предварительно, в целях некоторого упрощения, предположив, что располагаемый доход - это просто разность между произведенным доходом и налогами ( $Y - T$ ). Кроме того, реальную стоимость частного богатства, используя определение нормы эффективности капитальных вложений и условие  $r_k = r - \pi$ , преобразуем к виду:

$$A = \frac{M + B}{P} + \frac{RK}{r - \pi}.$$

Дифференцируя модифицированные уравнения (2.1) и (2.4), получаем систему уравнений для малой окрестности точки совместного равновесия реального и денежного рынков:

$$(2.6) \quad \begin{bmatrix} 1 - D_1 & -D_2 + D_3 \frac{RK}{(r - \pi)^2} \\ -L_1 & -L_2 + L_3 \frac{RK}{(r - \pi)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y^*}{\partial P} \\ \frac{\partial r^*}{\partial P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_3 \frac{M + B}{P^2} \\ \frac{M}{P^2} - L_3 \frac{M + B}{P^2} \end{bmatrix}.$$

Определитель системы уравнений (2.6) всегда положителен  $\det J > 0$ . Функция агрегированного спроса, следовательно, имеет отрицательный угол наклона  $\frac{\partial Y^*}{\partial P} < 0$ , если выполняется условие  $L_3 < \frac{M}{M + B}$ . Это, конечно, достаточно слабое требование, поскольку чувствительность денежного спроса к изменениям частного богатства как правило меньше доли денежных активов в портфеле богатства.

### 2.4. Агрегированное предложение

Для нахождения точки макроэкономического равновесия, однако, необходимо иметь функцию агрегированного предложения  $Y^s = Y^s(P, \dots)$ , для построения которой обращаются к рынку ресурсов, или рынку труда в краткосрочном периоде. Использование ресурсов в краткосрочном периоде может быть редуцировано к использованию труда, который является самым текущим фактором создания дохода. Для конкурентной экономики зависимость выпуска  $Y$  от ресурсов (труда или занятости  $N$  в данном случае) выражается производственной функцией

$Y = f(N)$ , для которой полагают выполнеными условия вогнутости:  $f'(N) > 0$ ;  $f''(N) < 0$ .

Обычно предполагается, что функционирующие на рынке труда домашние хозяйства и фирмы независимы друг от друга, и их число достаточно велико. Все хозяйствующие микроагенты имеют явную систему преференций, позволяющую им оптимизировать свое поведение. В простейшем случае домашние хозяйства максимизируют собственную полезность  $U(\cdot)$ , зависящую от дохода и свободного времени:

$$\max U(Y, L).$$

Доход зарабатывается домашними хозяйствами от продажи своего труда  $N^s$ , за единицу которого они получают ставку реальной заработной платы  $\frac{w}{P}$ , что, следовательно, лишает их «денежных иллюзий». Свободное время определяется просто как разница общего фонда времени и отработанного времени, например в человеко-часах:  $L = T - N^s$ . Из необходимых условий оптимальности:

$$\frac{\partial}{\partial N} U\left(\frac{w}{P} N^s, T - N^s\right) = u_1 \frac{w}{P} - u_2 = 0$$

находим предложение труда как функцию реальной заработной платы:  $N^s = N^s\left(\frac{w}{P}\right)$ . Естественно полагать, что домашние хозяйства положительно реагируют на повышение реальной заработной платы, увеличивая предложение труда, соответственно, уходя с рынка труда в противоположном случае.

С другой стороны, рационально хозяйствующие фирмы предъявляют спрос на трудовые ресурсы. Фирмы максимизируют разность между своим доходом и издержками, которые для краткосрочного периода представлены выплатами (номинальной) заработной платы по рыночным ставкам, т.е. имеет место:

$$\max \Pi(N, P, w) = Pf(N) - wN.$$

Из необходимых условий оптимальности для задачи максимизации прибыли:

$$Pf'(N) - w = 0,$$

находим спрос на трудовые ресурсы как функцию реальной заработной платы:  $N = N\left(\frac{w}{P}\right)$ . Рационально действующие фирмы сокращают спрос на труд, если ставка реальной заработной платы растет, и увеличивают в противоположном случае. Таким образом, на конкурентном рынке труда существует равновесие между предложением труда и спросом на него, которое устанавливается при некоторых значениях цены труда (номинальной заработной платы), уровне цен и занятости. Эта точка равновесия единственна в заданных предположениях и со-

отвечает единственному значению производственной функции  $Y^* = f(N^*)$ , т.е. уровню агрегированного предложения.

Характер агрегированного предложения зависит от гипотез, которые могут быть выдвинуты относительно поведения номинальной заработной платы. Если рынок труда конкурентный, то номинальная заработка постоянно уравновешивает спрос и предложение труда. Следовательно, изменениям цен должно соответствовать такое же изменение номинальной оплаты труда, тогда как при новом уровне цен занятость, а значит и агрегированное предложение не изменяется. Такая ситуация может иметь место и в условиях совпадения ожиданий, на основе которых фирмы и домашние хозяйства заключают трудовые контракты. Если же номинальная заработка фиксирована, либо изменяется существенно медленнее цен, то изменение последних приводит к изменениям спроса на труд, занятости и агрегированного предложения. Сказанное может иметь место либо на неравновесном рынке труда, либо при отклонениях ожиданий от уровня цен, например, из-за искаженной, неполной или неточной информации.

В условиях инфляционных процессов, действующих практически повсеместно в современных рыночных экономиках, удобнее пользоваться не уровнем цен, а их изменениями, т.е. инфляцией, и соответственно, связывать их с изменениями уровня производства (агрегированное предложение). Поэтому в современной теории кривая агрегированного предложения обычно заменяется на *кривую Филлипса*, дополненную ожиданиями, которая записывается в виде:

$$(2.7) \quad p = \pi + \alpha(Y - \bar{Y}); \quad \alpha > 0 ,$$

где  $p$  - фактическая инфляция;

$\pi$  - инфляционные ожидания;

$\bar{Y}$  - уровень потенциального производства;

$Y$  - фактический уровень производства;

$\alpha$  - чувствительность инфляции к изменению производства.

В соответствии с (2.7) в краткосрочном периоде увеличение инфляции приводит к росту производства, поскольку  $\frac{\partial Y}{\partial p} = \frac{1}{\alpha} > 0$ . Это обстоятельство чрезвычайно важно, поскольку кратковременный инфляционный импульс, например, в результате возросшего предложения денег, может явиться толчком к расширению производства в депрессивной экономике. Правда, как будет выяснено в дальнейшем, этот эффект будет иметь место, если только увеличение денежной массы инфляционно, что, вообще говоря, необязательно. По нашему мнению, из-за недооценки этого стимулирующего свойства инфляции в экономике переходной России был упущен ряд возможностей оживления производства.

Кривая Филлипса, определяя поведение агрегированного предложения, играет важную роль в исследовании устойчивости макроэкономической динамики. Поэтому необходимо определить ее чувствительность к изменениям параметров, в данном случае, инфляционных ожиданий. Для равновесных значений выпуска и инфляции реакции фактической инфляции и выпуска на изменения ожиданий для функции Филлипса дополняют друг друга до единицы:

$$\frac{\partial p}{\partial \pi} - 1 = \alpha \frac{\partial Y}{\partial \pi}.$$

В следующих разделах мы увидим, что для данной модели  $\frac{dp}{d\pi} \geq 1$ , или фактическая инфляция растет лавинообразно при увеличении ожиданий, подтверждая тем самым определение ожиданий как «предсказаний, которые обязательно сбываются». Это обстоятельство является одним из источников потенциальной нестабильности макроэкономической системы.

## 2.5. Динамика ожиданий

До сих пор в уравнениях (2.1) и (2.7) - для рынка продуктов и агрегированного предложения, ожидания полагались постоянными. Однако в действительности ожидания непрерывно меняются, влияя на поведение экономических агентов и, тем самым, на траекторию макроэкономического развития. Изменения ожиданий, следовательно, формируют потенциальный источник макроэкономической динамики.

В данной модели будем полагать, что ожидания меняются *адаптивно*, непрерывно реагируя на изменения фактической инфляции. Простое правило адаптации ожиданий выражается векторным полем, т.е. соответствием между значениями ожиданий и направлением (вектором) их изменений:

$$(2.8) \quad \dot{\pi} = a(p - \pi); \quad a > 0.$$

Уравнение (2.8) означает, что в каждой точке на оси времени ожидания изменяются пропорционально ошибке наблюдения  $(p - \pi)$ : они возрастают, если фактическая инфляция оказалась выше существующих ожиданий, и уменьшаются в противном случае. Положительный параметр  $a > 0$  учитывает важность, или вес, который придается каждой ошибке наблюдения, и значит, в известном смысле характеризует инерционность системы: чем выше параметр  $a > 0$ , тем, следовательно, менее инерционен процесс адаптации.

Для известных ожиданий в некоторый начальный момент времени  $\pi(0) = \pi_0$  и, например, постоянной фактической инфляции  $p = \bar{p}$ , решение данного уравнения легко находится и определяется функцией:

$$(2.9) \quad \pi(t) = [\pi_0 - \bar{p}] \exp(-at) + \bar{p}.$$

Данная траектория ожиданий является устойчивой, т.е. с течением времени ожидания сколь угодно близко приближаются к значениям фактической инфляции. Ясно, что замена инфляции с постоянной на изменяющуюся, например, по некоторому закону  $p = p(t)$ , не повлияет на устойчивый характер системы, моделируемой уравнением (2.8). Однако процесс адаптации ожиданий к фактической инфляции инерционен в том смысле, что наличие переходного процесса в системе свидетельствует о накоплении однотипных ошибок наблюдения: установив, например, что фактическая инфляция выше ожидаемой, ее неверная оценка ис-

правляется не сразу, а постепенно. Инерционность процесса адаптивных ожиданий породила серьезную критику этой гипотезы на том основании, что рационально действующий экономический агент (производитель или потребитель, кредитор или инвестор) если и совершает ошибки, то, по крайней мере, «*не наступает на грабли дважды*».

Формально инерционность системы адаптивных ожиданий может быть устранена на основе предельного перехода:  $a \rightarrow \infty$ , что предполагает бесконечно быструю реакцию агента на изменения фактической инфляции. В этом случае

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} |\dot{\pi}| = 0 \text{ и } \pi = p,$$

т.е. рационально действующий экономический агент совершает безошибочные предсказания. Ясно, однако, что подобная логика рассуждений слишком прямолинейна, а потому переводит нас «*из огня да в полымя*».

С одной стороны, наличие систематических ошибок может быть объяснено искажением и неполнотой имеющейся информации, а также задержками в ее получении. Всякого рода дискриминация в этом отношении, особенно заметная на несовершенных рынках, в том числе и в переходных экономиках, на наш взгляд, служит аргументом в поддержку инерционности процесса адаптации ожиданий. С другой стороны, всецерьез обосновать безошибочность предсказаний возможно лишь для некоторых гипотетических ситуаций, например, для стационарных точек макроэкономической системы. Кроме того, как будет показано в дальнейшем, гипотеза рациональных ожиданий делает, как правило, проблематичной устойчивость анализируемой макроэкономической системы. Поэтому аккуратный вывод уравнения рациональных ожиданий для детерминированных, а затем и вероятностных процессов будет дан позже, а в данной модели ожидания полагаем адаптивными.

## 2.6. Накопление частного богатства

Модель макроэкономической динамики Сарджента-Тарновского идентифицирует накопление частного богатства с процессом формирования государственного долга: это как бы разные стороны одного и того же процесса. Конечно, это серьезное упрощение реальной действительности, которое, однако, может быть оправдано рядом экономических соображений. Во-первых, модель воспроизводит краткосрочные эффекты, а в краткосрочном периоде накопление физического богатства (капитала, знаний, земли) происходит медленно по сравнению с изменениями денежных активов или ценных бумаг. По аналогичным соображениям мы не рассматривали ранее реализацию капитальных вложений, а рынок ресурсов был сведен лишь к рынку труда. Во-вторых, долги эмитируются в действительности не только государством, но и частными лицами и бизнесом. Игнорирование последних, конечно, является серьезным упрощением, но для таких экономик как российская, например, где рынок частных долгов относительно невелик, оно представляется вполне допустимым.

Итак, изменение реальной стоимости активов в каждый момент времени с учетом (2.3) представляется как приращение реальной стоимости денег и государственных облигаций:

$$(2.10) \quad \dot{A} = \dot{m} + \dot{b}.$$

Вычислим мгновенные приращения реальной стоимости денег и облигаций, используя их определения и полагая цены и номинальные значения денег и долга непрерывными и дифференцируемыми функциями времени:

$$(2.11) \quad \dot{m} = \frac{\dot{M}}{P} - pm; \quad \dot{b} = \frac{\dot{B}}{P} - pb,$$

где  $p = \frac{\dot{P}}{P}$  – фактическая инфляция. Функции  $\frac{\dot{M}}{P}$  и  $\frac{\dot{B}}{P}$  носят названия, соответственно, сеньоража (*seigniorage*) и реальной стоимости (новых) долговых заимствований государства на свободном рынке. Они играют важную роль в макроэкономических исследованиях и в дальнейшем будут неоднократно использоваться.

В лекции 1 указывалось, что в каждый момент времени государство финансирует свои реальные фактические расходы  $G$  за счет налогов  $T$  и обслуживает долги, накопленные к этому моменту времени. Оно обязано, следовательно, профинансировать первичный или беспроцентный номинальный дефицит  $P(G-T)$ , а также обслужить по рыночной (номинальной безрисковой) ставке процента  $r$  государственный долг, накопленный к данному моменту времени  $rB$ . Эти задачи могут быть решены посредством использования той или иной комбинации денежной эмиссии  $\dot{M}$  и заимствований на свободном рынке  $\dot{B}$ . Для каждого момента времени, следовательно, справедливо следующее уравнение финансирования бюджетного дефицита в номинальном виде:

$$(2.12) \quad P(G-T) + rB = \dot{M} + \dot{B}.$$

Аналогичное уравнение финансирования бюджетного дефицита в реальном выражении может быть получено на основе подстановки (1.11) в (1.12), что дает:

$$(2.13) \quad \dot{m} + \dot{b} = (G-T) + rb - pA.$$

Уравнение (2.13) говорит о том, что в реальном выражении правительство кроме долговых заимствований и эмиссии денег получает еще один, чрезвычайно важный источник финансирования бюджетного дефицита, а именно, *инфляционный налог*, который уплачивается со всех форм частного богатства:  $-pA = -p(m+b)$ . В макроэкономической теории акцент обычно делается лишь на инфляционном налоге, который уплачивается только с активов, существующих в форме денег. Понятно, что содержательно инфляционный налог  $-pm$  характеризует меру обесценения денег из-за инфляции. Налог с облигаций уплачивается как разница между номинальным и реальным процентом по государственному долгу, которая также измеряет обесценение номинальной стоимости государственного долга.

Интересно отметить, что если государство не прибегает к сеньоражу, то стоимость государственного долга предстает как капитализированная по ставке

реального процента  $\hat{r}$  разница между потоками будущих доходов и расходов. В этом случае, как следует из

$$(2.14) \quad b(t) + \int_t^\infty G(\tau) \exp[-\hat{r}(\tau-t)] d\tau = \int_t^\infty T(\tau) \exp[-\hat{r}(\tau-t)] d\tau ,$$

единственным источником финансирования накопленного долга и текущих расходов являются будущие доходы государства, т.е. будущие налоги, стоимость которых приведена или дисконтирована к настоящему моменту времени. Соотношение (2.14) будет использоваться в дальнейшем для анализа проблем долговых заимствований государства на свободном рынке.

## 2.7. Макроэкономическая модель в целом

Итак, в целом модель макроэкономической динамики имеет следующий вид:

$$(2.15) \quad \begin{aligned} Y &= D(Y^D, r - \pi, A) + G; \quad 0 < D_1 < 1; \quad D_2 < 0; \quad D_3 > 0; \\ Y^D &= Y - T + rb - \pi A; \\ A &= m + b; \\ m &= L(Y, r, A); \quad L_1 > 0; \quad L_2 < 0; \quad L_3 > 0; \\ p &= \pi + \alpha(Y - \bar{Y}); \quad \alpha > 0; \\ \dot{\pi} &= a(p - \pi); \quad a > 0; \\ \dot{A} &= (G - T) + rb - pA. \end{aligned}$$

Рассмотрим на интуитивном уровне структуру данной макроэкономической модели, которая в основных частях синтезирована в упомянутых выше работах Т.Сарджента и С.Тарновского. Система (2.15) состоит из статического блока, который при условии совместности позволяет вычислить значения в точке равновесия пяти функций:  $Y, Y^D, r, p$ , а также  $m$ , либо  $b$  (в зависимости от выбранной политики финансирования государственного бюджета), зависящих от параметров системы. Динамика макроэкономики представлена последними двумя уравнениями для ожиданий и накопления частного богатства. Анализ статической подсистемы позволяет, используя приемы описанные выше, вычислить реакции макроэкономики на изменения параметров и выбранные политики. Они сведены в таблицу 2.1, в которой символ (?) обозначает неопределенность знака соответствующей производной.

Таблица 2.1.

**Краткосрочные макроэкономические эффекты**

	$\partial Y$	$\partial r$	$\partial p$
$\partial G$	$> 0$	$> 0$	$> 0$
$\partial m$	?	$< 0$	?
$\partial \pi$	$> 0$	$> 0$	$\geq 1$
$\partial A$	?	$> 0$	?

Анализ таблицы 2.1 дает интересную информацию о реакциях макроэкономики на изменения правительственные расходов, богатства, ожиданий и денежной массы. Отметим два эффекта, анализ которых расширяет наши представления о возможном поведении макроэкономики в краткосрочном периоде.

В противоречие стандартным представлениям, увеличение денежной массы в краткосрочном периоде не обязательно влечет инфляционные последствия. Инфляция не будет усиливаться, если, к примеру, соответствующий эффект монетарной политики, представленный производной  $\frac{\partial p}{\partial m}$ , имеет отрицательный знак.

В этом случае выполняется неравенство  $|D_1 b + D_2| > |L_2 D_1 r|$ . В частности, когда производство малочувствительно к изменениям ставки процента,  $D_2 = 0$ , (а это характерно для переходной экономики), то при  $b > |L_2 r|$  дополнительная эмиссия денег может не иметь инфляционных последствий. Равным образом, монетарная политика не обязательно приводит к увеличению производства - это произойдет, только если увеличение денежной массы вызовет инфляционные последствия, что определяется рассмотренной в разделе 2.4 функцией Филлипса.

Второе замечание подчеркивает чрезвычайную важность ожиданий для поведения системы. В рассматриваемой модели макроэкономика реагирует на изменения ожиданий очень сильно: производная  $\frac{\partial p}{\partial \pi} \geq 1$ . Такой результат получается из решения системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} (1 - D_1) & -D_r & 0 \\ -L_1 & -L_2 & 0 \\ -\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y^*}{\partial \pi} \\ \frac{\partial r^*}{\partial \pi} \\ \frac{\partial p^*}{\partial \pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_\pi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

для

$$\frac{\partial p^*}{\partial \pi} = 1 - \frac{\alpha L_2 D_\pi}{\det J} \geq 1, \quad D_\pi = [-D_1(A - \bar{m}) - D_2] > 0,$$

поскольку определитель системы  $\det J > 0$  и второе слагаемое неотрицательно, поскольку, особенно для переходной экономики допустимо, чтобы  $D_2 = 0$ . Следовательно, если инфляционные ожидания растут, то инфляция нарастает лавинообразно, подтверждая их свойство сбываться.

Динамическая подсистема в модели представлена двумя обычновенными дифференциальными неоднородными уравнениями. Эти уравнения, однако, существенно нелинейны, поскольку их структура задана функциями, зависящими от фазовых координат системы  $r(\pi, A)$  и  $p(\pi, A)$ , а также от других параметров системы. Внешние воздействия, или управления, определяются выбором политики финансирования государственного бюджета, т.е. априорной фиксацией либо

денежной массы в реальном выражении  $m = \bar{m} = const$ , либо реальной стоимости государственного долга  $b = \bar{b} = const$ . Хотя формально указанные выше ограничения, или номинальные якори, равноправны, но экономически они определяют разные макроэкономические политики: первая предполагает финансирование бюджетного дефицита за счет долговых заимствований, тогда как вторая - за счет денежной эмиссии.

В силу нелинейности макроэкономической системы (2.15) исследовать ее поведение можно, предварительно проведя ее линеаризацию в точке межвременного равновесия или стационарной точке  $(\bar{\pi}, \bar{A})$ , т.е. редуцировав к линейной системе вида:

$$(2.16) \quad \begin{pmatrix} \dot{\pi} \\ \dot{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\pi}}{\partial \pi} & \frac{\partial \dot{\pi}}{\partial A} \\ \frac{\partial \dot{A}}{\partial \pi} & \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi - \bar{\pi} \\ A - \bar{A} \end{pmatrix}.$$

Для вычисления коэффициентов матрицы линеаризованной системы используются значения реакций макроэкономики, которые приведены в таблице 2.1.

Анализ структуры матрицы перехода системы (2.16) приводит к выводу о неустойчивости макроэкономической динамики. Расчет коэффициентов матрицы перехода в точке равновесия говорит о неотрицательности следа матрицы в общем случае из-за условия  $(\frac{dp}{d\pi} - 1) \geq 0$ , которое, напомним, было установлено ранее, включая анализ кривой Филлипса. Для переходной экономики, в частности, следует ожидать появления собственных значений с чисто мнимыми частями из-за допустимости  $D_2 = 0$ . Экономически это означает, что в общем случае финансирование бюджетного дефицита влечет за собой рост государственного долга, который не может быть редуцирован к стационарному состоянию.

Сказанное, однако, не исключает принципиальной возможности синтеза устойчивой системы макроэкономической динамики, например, при ее линеаризации в точке достаточно близкой к точке равновесия, где выполняются условия:

$$\left( \frac{dp}{d\pi} - 1 \right) > 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} = [A(\frac{\partial r}{\partial A} - \frac{\partial p}{\partial A}) + (r - p) - \frac{\partial p}{\partial A} \bar{m}] < 0.$$

Второе неравенство может иметь место, если, к примеру, влияние богатства на агрегированный спрос положительно  $D_A > 0$ , а рост частного богатства имеет значительные инфляционные последствия, т.е.  $\frac{\partial p}{\partial A} \gg 0$ . Экономический анализ стационарных состояний интересен тем, что дает ответ на вопрос о долгосрочных последствиях макроэкономической политики, а они, в свою очередь, могут существенно отличаться от краткосрочных эффектов.

## 2.8. Стационарное состояние макроэкономики

Рассмотрим стационарную точку для макроэкономики, в которой накопление частного богатства происходит в форме государственных облигаций, т.е. применяется политика финансирования дефицита бюджета на основе займов на свободном рынке. Поскольку номинальный якорь выбран в виде  $m = \bar{m} = const$ , то уравнение богатства (2.3) можно записать как  $b = A - \bar{m}$ , и для стационарной точки  $\dot{x} = \dot{A} = 0$  имеем:

$$(2.17) \quad \begin{aligned} p &= \pi \\ (G - T) + r(A - \bar{m}) &= pA \end{aligned}$$

В силу первого из уравнений (2.17) для стационарных состояний инфляционные ожидания совпадают с фактической инфляцией. Именно здесь справедливо условие «безошибочности предсказаний», выведенное в разделе 2.6; для стационарных состояний, следовательно, рациональные ожидания совпадают с адаптивными. Кроме того, как следует из второго уравнения (2.17), в стационарном состоянии инфляционный налог – единственный источник финансирования бюджетного дефицита. Это объясняется тем, что денежная масса и долги не растут, а ожидания совпадают с фактической инфляцией, которая также постоянна.

Из уравнения кривой Филлипса для стационарной точки следует, что произведенный доход фиксируется на максимально возможном уровне – экономического потенциала  $\bar{Y} = \bar{Y}$ . Следовательно, в стационарном состоянии, к которому устойчивая макроэкономика асимптотически приближается, реальное производство инвариантно по отношению к любым политикам – монетарным или фискальным. Иными словами, в долгосрочном периоде «классический» вывод о независимости производства от монетарных воздействий, или нейтральности денег, который был исследован в лекции 1, получает убедительное подтверждение.

Располагаемый доход для стационарного состояния получает простое выражение:  $\bar{Y}^D = \bar{Y} - G$ , т.е. это максимальное значение произведенного дохода за вычетом государственных расходов. С учетом сказанного, уравнения модели (2.15) для стационарного состояния макроэкономики принимают следующий вид:

$$(2.18) \quad \begin{aligned} \bar{Y} - D(\bar{Y} - G, r - p, A) - G &= 0 \\ \bar{m} - L(\bar{Y}, r, A) &= 0 \\ (G - T) + r(A - \bar{m}) - pA &= 0. \end{aligned}$$

Нетривиальное решение этой системы уравнений, если существует, в достаточно малой окрестности стационарной точки представлено функциями равновесных значений ставки процента, инфляции и богатства:

$$\bar{r} = \bar{r}(G, \bar{m}); \quad \bar{p} = \bar{p}(G, \bar{m}); \quad \bar{A} = \bar{A}(G, \bar{m}),$$

которые зависят от государственных расходов и денежной массы для априори известных значений потенциального выпуска.

Долгосрочные эффекты макроэкономической политики – изменения бюджетных расходов и/или предложения денег – в малой окрестности точки меж-

временного равновесия могут быть вычислены также, как это было сделано ранее для статической точки равновесия. К примеру, изменения ставки процента, инфляции и богатства в зависимости от фискальной политики находятся как решение следующей системы уравнений:

$$(2.19) \quad \begin{bmatrix} -D_2 & D_2 & -D_3 \\ -L_2 & 0 & -L_3 \\ (A - \bar{m}) & -A & (r - p) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \bar{r}}{\partial G} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial G} \\ \frac{\partial A}{\partial G} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - D_1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Из соображений устойчивости, поскольку только устойчивая система может иметь нетривиальное решение, в стационарной точке детерминант системы (2.19) неотрицателен. По экономическому смыслу его естественно выбрать положительным при достаточно малых влияниях богатства на денежный спрос, т.е. для  $L_3 \geq 0$ . Реакции макроэкономики на возмущения в стационарном состоянии сведены в таблицу 2.2.

Табл.2.2.

Макроэкономические эффекты в стационарном состоянии

	$\partial \bar{r}$	$\partial \bar{p}$	$\partial \bar{A}$
$\partial G$	$< 0$	?	$< 0$
$\partial \bar{m}$	?	?	?

Анализ стационарных эффектов, или долгосрочных последствий макроэкономической политики, помогает представить экономические условия сходимости решения системы, что чрезвычайно важно, например, при формулировании политики долговых заимствований. Например, из соображений устойчивости макроэкономической системы следует, что в долгосрочном периоде ставка процента должна уменьшаться, и в любом случае она не может быть возрастающей. Это – совершенно иной эффект по сравнению с краткосрочным периодом, в котором, как известно, финансирование бюджетных расходов влечет рост ставки процента. Однако, если макроэкономика устойчива и ее траектория приближается к стационарной точке, то долг должен перестать расти, а его обслуживание может быть снижено из-за уменьшения ставки процента. Эффекты монетарной политики в долгосрочном плане носят в общем случае неопределенный характер и требуют конкретизации структуры системы. Тем не менее, можно снова отметить, в частности, что не всегда дополнительная денежная эмиссия имеет инфляционные последствия.

\* \* \*

### *СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Sargent, T. (1987). *Macroeconomic Theory*. Academic Press, New York.
2. Turnovsky, S. (1995). *Methods of Macroeconomic Dynamics*. The MIT Press.
3. Tobin, J. (1969). *A General Equilibrium Approach to Monetary Theory*. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1.
4. Р. Дорнбуш, С. Фишер (1997). *Макроэкономика*. Изд. Московского университета, Москва.
5. Chiang, A. (1984). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, McGraw - Hill Book Company, London.
6. Tobin, J. (1992). *Money. The New Palgrave's Dictionary on Money and Finance*. London.
7. Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*. The McGraw Hill Companies, Inc.
8. Dixit, A. (1990). *Optimization in Economic Theory*. 2<sup>nd</sup> Edition. Oxford University Press.
9. McCafferty, S. (1990). *Macroeconomic Theory*, Harper & Row, Publishers, New York .
10. *Handbook of Monetary Economics*. ed. by B. Friedman and F. Hahn, Elsevier, North Holland, 1996. Vol.1  
A. Orphanides and R. Solow, ch.6. *Money, Inflation and Growth*.  
O.J. Blanchard, ch. 15, *Why Does Money Affect Output? A Survey*.