8 класс

Задача 1. В комнате находятся рыцари и лжецы — всего 11 человек. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Первый человек говорит: «В этой комнате все лжецы». Второй говорит: «Тот, кто говорил передо мной, сказал неправду». Оставшиеся 9 человек по очереди повторили фразу второго. Сколько рыцарей в комнате? $\boxed{\text{Ответ: 5}}$

Задача 2. Вдоль кольцевой дорожки длиной 3600 метров через каждые 40 метров установлены скамейки, каждая из которых покрашена в какой-то цвет. Известно, что если от любой скамейки пройти 160 метров по часовой стрелке, то мы придём к скамейке того же цвета. Найдите максимально возможное число различных цветов скамеек. $\boxed{\text{Ответ: 2}}$

Задача 3. У князя Гвидона было пять сыновей. Из его потомков 2012 имели ровно троих сыновей и не имели дочерей, а остальные умерли бездетными. Сколько было потомков у князя Гвидона? $\boxed{\text{Ответ: 6041}}$

Задача 4. Поезда «Сапсан» и «Красная стрела» одновременно выехали навстречу друг другу, один из Москвы, другой из Санкт-Петербурга, и встретились ровно в 2:00. Если бы оба поезда шли со скоростью «Сапсана», они встретились бы в 1:40, а если бы оба шли со скоростью «Красной стрелы», то в 2:35. Найдите скорость «Красной стрелы» (в км/ч), если скорость «Сапсана» равна 210 км/ч. $\boxed{\text{Ответ: 120}}$

Задача 5. Пять чисел x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 равны числам $7, 4, 11, 10, 14$, но, возможно, в другом порядке. Известно, что числа $(x_1 + x_2)/2$, $(x_1 + x_2 + x_3)/3$, $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)/4$ являются целыми. Найдите $x_3 + 2x_4 + 3x_5$. $\boxed{\text{Ответ: 71}}$

Задача 6. На клетчатой бумаге нарисован квадрат 3×3 клеточки. Требуется закрасить в этом квадрате три клеточки так, чтобы никакие две закрашенные клеточки не имели общей стороны. Сколькими способами это можно сделать? Два способа раскраски считаются одинаковыми, если один можно получить из другого поворотом квадрата. $\boxed{\text{Ответ: 6}}$

Задача 7. В треугольнике ABC провели серединный перпендикуляр к стороне AB. Он пересекает сторону BC в точке M. Найти (в градусах) угол $\angle BAC$, если $AC = 1$, $BM = 2$, $\angle MAC = 60°$. $\boxed{\text{Ответ: 75}}$

Задача 8. «Цифровое домино» представляет собой набор одинаковых прямоугольников размером 2×1, разделённых на два одинаковых квадрата, причём в каждом из этих двух квадратов написана какая-нибудь цифра от 1 до 6. Известно, что для любых двух разных цифр найдётся ровно одна доминошка, на которой написаны эти цифры, и ни на одной доминошке не написаны две одинаковые цифры. Доминошки выкладывают в ряд, следуя обычным правилам игры в домино: в примыкающих друг к другу квадратиках двух соседних доминошек должны быть написаны одинаковые цифры. Из какого наибольшего числа доминошек может состоять такой ряд? $\boxed{\text{Ответ: 13}}$

Задача 9. На плоскости расположены пять различных точек. Рассмотрим середины всех отрезков с концами в этих точках. Какое наименьшее количество середин может при этом получиться? $\boxed{\text{Ответ: 7}}$

Задача 10. Найдите наименьшее четырёхзначное натуральное число (не оканчивающееся на 0) со следующим свойством: если переставить его цифры в обратном порядке, то получится число, которое является делителем первоначального, причём частное больше единицы. $\boxed{\text{Ответ: 8712}}$