

10 класс

Задача 1. В ряд выписаны числа от 1 до 2011 в порядке возрастания. Можно и между ними расставить знаки $+$ и $-$ так, чтобы значение полученного выражения было полным квадратом?

Задача 2. Докажите, что если m и n — различные натуральные числа, то числа $2^{2^m} + 1$ и $2^{2^n} + 1$ не имеют общих делителей, больших единицы.

Задача 3. Окружности S_1 , S_2 и S_3 с центрами O_1 , O_2 и O_3 проходят через точку F . Известно, что вторая точка пересечения окружностей S_2 и S_3 лежит на прямой FO_1 , а вторая точка пересечения окружностей S_1 и S_3 лежит на прямой FO_2 . Докажите, что вторая точка пересечения окружностей S_1 и S_2 лежит на прямой FO_3 .

Задача 4. Найдите все пары взаимно простых натуральных чисел a и b , такие что $a^2 + 2b^2$ делится на $a + 2b$.

Задача 5. Натуральные числа p и q таковы, что $p/q < \sqrt{13}$. Всегда ли верно, что

$$\frac{p}{q} + \frac{1}{3pq} < \sqrt{13}.$$

Задача 6. Двусторонняя линейка позволяет через две данные точки проводить прямую, а также, имея прямую, проводить параллельную ей прямую на расстоянии 3 см от неё. Разделите, пользуясь только двусторонней линейкой, данный отрезок на три равные части.