8 КЛАСС

8.1. Иосиф Бродский говорил, что он сумма пяти поэтов, меньшая, чем каждое из слагаемых в отдельности. При каком минимальном числе отрицательных поэтов среди этих пяти такое возможно?

Ответ: 2.

8.2.

Отправляясь за покупками, некто имел в кошельке около 70 рублей рублевыми и пятирублевыми монетами. Возвратившись, некто принес столько рублевых монет, сколько было у него первоначально пятирублевых, и столько пятирублевых, сколько он имел раньше рублевых монет. Всего же уцелела у него в кошельке треть той суммы, с какой он отправился за покупками. Сколько стоили покупки?

Ответ: 48.

8.3. В порядке возрастания записали все натуральные числа, состоящие из цифр 1 и 9. Какой номер в этом ряду будет иметь число 19191?

Ответ: 41.

8.4. Найдите наибольшее значение отношения трёхзначного числа к сумме его цифр.

Ответ: 100.

8.5. В треугольнике ABC с медианой BM известны $AB = 2$, $BM = 1$, $\angle ABM = 30^o$. Найдите в градусах $\angle ABC$.

Ответ: 105^o.

8.6. По бильярдному столу в форме равнобедренного треугольника с углом 120^o и лузами в углах покатился шар. После какого минимального числа отскоков от бортов он может, не закатившись в лузу, оказаться в той же точке, что и в начале, катящимся в том же направлении, что и в начале?

Ответ: 4.

8.7. Сколько одночленов окажется в многочлене $(1+t^3+t^6+\ldots+t^{30})(1+t^5+t^{10}+\ldots+t^{30})$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов?

Ответ: 53.

8.8. Сколько различных делителей у числа 999^{999}?

Ответ: 2998000.

8.9. Двое игроков по очереди вычитают из целого числа простые числа. Проигрывает тот, кто первым получит отрицательное число. Оказывается, если игра начинается с числа 33, то при правильной игре первый игрок может выиграть, как бы ни ходил второй. Какое простое число первый игрок должен вычесть из 33, чтобы выиграть?

Ответ: 23.

8.10. Найдите наибольшее натуральное число, у которого каждая цифра, начиная с третьей (считая слева направо), равна сумме двух предыдущих цифр.

Ответ: 10112358.

9 класс

9.1. Ванна заполняется холодной водой за 6 минут 40 секунд, а горячей — за 8 минут. Кроме того, если из полной ванной вынуть пробку, вода вытечет за 13 минут 20 секунд. Какое время понадобится, чтобы наполнить ванну полностью, при условии, что открыты оба крана, но ванная не заткнута пробкой?

Ответ: 5 минут.

9.2. На шахматной доске 7x7 посчитайте количество всех квадратов, границы которых проходят по границам клеток.

Ответ: 140.

9.3. В последовательности чисел первые два равны 2 и 3, а каждое следующее – разности двух предыдущих. Найдите 2013-е число.

Ответ: 1.

9.4. В порядке возрастания записали все натуральные числа, состоящие из цифр 3 и 5. Какой номер в этом ряду будет иметь число 53335?

Ответ: 48.

9.5. По бильярдному столу в форме равнобедренного треугольника с углом 120^o, лузами в углах и основанием длины 5 покатился шар, и через некоторое время, не закатившись в лузу, был остановлен в той же точке, что и вначале, катящимся в том же направлении, что и вначале. Какое минимальное расстояние он мог прокатиться?

Ответ: 5.

9.6. В треугольнике ABC с медианой BM известны $AB = 4$, $\angle ABM = 40^o$, $\angle MBC = 70^o$. Найдите BM.

Ответ: 2.

9.7. Сколько одночленов окажется в многочлене $(1+t^4+t^8+\ldots+t^{40})(1+t^5+t^{10}+\ldots+t^{40})$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов?

Ответ: 69.

9.8. В стране четыре города: А, Б, В и Г. Их хотят связать тремя авиалиниями так, чтобы из каждого города можно было (быть может, с пересадками) долететь до любого другого. Сколькими различными способами это можно сделать?

Ответ: 16.

9.9. Сколькими способами можно заполнить цифрами $(0, 1, \ldots, 9$, можно с повторениями) таблицу 3x3, чтобы сумма цифр в каждой строке и в каждом столбце равнялась 4?

Ответ: 120.

9.10. В десятичной записи числа A использованы по одному разу все цифры 1,2,...,9 (ноль отсутствует). Найдите минимальное возможное значение суммы цифр числа $11 \cdot A$.

Ответ: 18.

10 класс

10.1. Найдите наибольшее шестизначное число, у которого каждая цифра, начиная с третьей (считая слева направо), равна сумме двух предыдущих цифр.

Ответ: 303369.

10.2. Сколько различных делителей у числа 1000^{1000}?

Ответ: 9006001.

10.3. На шахматной доске 8х8 посчитать количество всех квадратов, границы которых проходят по границам клеток.

Ответ: 204.

10.4. По бильярдному столу в форме прямоугольного треугольника с углом 60^o и лузами в углах покатился шар. После какого минимального числа отскоков от бортов он может, не закатившись в лузу, оказаться в той же точке, что и вначале, катящимся в том же направлении, что и вначале?

Ответ: 6.

10.5. Отправляясь за покупками, некто имел в кошельке около 70 рублей рублевыми и пятирублевыми монетами. Возвратившись, некто принес столько рублевых монет, сколько было у него первоначально пятирублевых, и столько пятирублевых, сколько он имел раньше рублевых монет. Всего же уцелела у него в кошельке треть той суммы, с какой он отправился за покупками. Сколько стоили покупки?

Ответ: 48.

10.6. Сколько одночленов окажется в многочлене $(1+t^4+t^8+\ldots+t^{56})(1+t^7+t^{14}+\ldots+t^{56})$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов?

Ответ: 95.

10.7. Какое наибольшее количество решений может иметь система уравнений

$$\begin{cases} y = a_0 - |x-a_1| + |x-a_2| - |x-a_3| + |x-a_4| - \cdots + |x-a_{2012}| - |x-a_{2013}| \\ x^2+y^2=b, \end{cases}$$

при каком-нибудь выборе значений параметров $a_0 < a_1 < \ldots < a_{2013}$ и b?

Ответ: 2014.

10.8. В стране пять городов: А, Б, В, Г и Д. Их хотят связать четырьмя авиалиниями так, чтобы из каждого города можно было (быть может, с пересадками) долететь до любого другого. Сколькими различными способами это можно сделать?

Ответ: 125.

10.9. Сколькими способами можно заполнить цифрами $(0, 1, \ldots, 9$, можно с повторениями) таблицу 3х3, чтобы сумма цифр в каждой строке и в каждом столбце равнялась 5?

Ответ: 231.

10.10. В треугольнике ABC с медианой BM известны $AB = 2$, $BM = 1$, $BC = 2\sqrt{2}$. Найдите в градусах $\angle ABC$.

Ответ: 135^o.

11 КЛАСС

11.1. В классе 12 учеников. Их нужно разбить на две группы (первую и вторую), состоящие из четного числа учеников. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 2046.

11.2. Найдите максимальное натуральное число n, при котором 2013 делится на n^2+n+1.

Ответ: 13.

11.3. Куб со стороной 3 состоит из 27 маленьких кубиков со стороной 1. Какое минимальное число маленьких кубиков надо удалить, чтобы среди центров оставшихся кубиков никакие три не лежали на одной прямой?

Ответ: 11.

11.4. В треугольнике ABC с медианой BM известны $AB = 4$, $BM = \sqrt{3}$, $BC = 2$. Найдите в градусах $\angle ABC$.

Ответ: 120^o.

11.5. По бильярдному столу в форме прямоугольного треугольника с углом 60^o, лузами в углах и большим катетом длины 1 покатился шар, и через некоторое время, не закатившись в лузу, был остановлен в той же точке, что и вначале, катящимся в том же направлении, что и вначале. Какое минимальное расстояние он мог прокатиться?

Ответ: 2.

11.6. Отправляясь за покупками, некто имел в кошельке около 70 рублей рублевыми и пятирублевыми монетами. Возвратившись, некто принес столько рублевых монет, сколько было у него первоначально пятирублевых, и столько пятирублевых, сколько он имел раньше рублевых монет. Всего же уцелела у него в кошельке треть той суммы, с какой он отправился за покупками. Сколько стоили покупки?

Ответ: 48.

11.7. Какое наибольшее количество решений может иметь система уравнений

$$\begin{cases} y = a_0 + |x - a_1| + |x - a_2| + \cdots + |x - a_{2013}| \\ x^2 + y^2 = 1, \end{cases}$$

при каком-нибудь выборе значений параметров $a_0, a_1, \ldots, a_{2013}$?

Ответ: 4028.

11.8. В стране шесть городов: А, Б, В, Г, Д и Е. Их хотят связать пятью авиалиниями так, чтобы из каждого города можно было (быть может, с пересадками) долететь до любого другого. Сколькими различными способами это можно сделать?

Ответ: 1296.

11.9. В десятичной записи числа А использованы по одному разу все цифры 1,2,...,9 (ноль отсутствует). Найти максимальное возможное значение суммы цифр числа $11 \cdot A$.

Ответ: 72.

11.10. Сколькими способами можно заполнить цифрами $(0, 1, \ldots, 9$, можно с повторениями) таблицу 3x3, чтобы сумма цифр в каждой строке и в каждом столбце равнялась 6?

Ответ: 406.