

Время выполнения: 240 мин

1. Решите в целых числах уравнение

$$x^2 - xy - 2y^2 = 13.$$

2. Точки A, B, C, D , принадлежащие координатной плоскости xOy , расположены на параболе $y = -x^2 + 4x$ и имеют абсциссы $0, b$ (где $0 < b < 3$), $3, 4$, соответственно. Найдите наибольшее возможное значение площади четырёхугольника $ABCD$.

3. Дано неравенство

$$\log_{a-2}(x-2) > \log_{a-2}(4a-2x).$$

Решите неравенство при $a = 2,5$ и найдите все значения a , при которых это неравенство имеет только одно целочисленное решение.

4. По координатной плоскости движутся две точки. Траектория первой точки описывается уравнением $y = \sqrt{x-A}$, а второй точки – уравнением $y = x-B$. Траектории зависят от параметров A и B . Напишите программу, которая по введённым значениям параметров A и B определяет, сколько раз пересекаются траектории этих точек. Если количество пересечений бесконечно, то ответом является отрицательное число -1 .

Пример.

Вход	Выход
1.0 0.84	2

5. Напишите программу, которая по введённому натуральному числу N ($N \leq 500$) выдаёт наименьшее число M , произведение цифр которого (в десятичной записи) равно N , или 0 , если такого числа M не существует.

Пример.

Вход	Выход
12	26
13	0

6. При подготовке космического корабля к полёту требуется перевести из института в ангар большое количество грузов, в том числе и дорогостоящие приборы. Для этих целей выделен контейнер размером $L \times W \times H$, где L, W и H – длина, ширина и высота контейнера в метрах (величины целочисленные). Имеется N одинаковых коробок размером $X \times Y \times Z$, где Z – это высота коробки, а X и Y – размеры её прямоугольного дна в метрах (все значения целочисленные). Все коробки маркированы знаком, запрещающим переворачивать коробки кверху дном или ставить коробки на бок. Разрешено ставить коробки друг на друга. Напишите программу, которая будет вычислять минимальное количество «этажей» коробок в контейнере. Если все коробки не поместятся в один контейнер, то вывести 0 .

Порядок ввода:

в первой строке размеры контейнера $L W H$;во второй строке количество коробок N ;в третьей строке размеры коробок $X Y Z$.

Вход	Выход
10 8 4	2
11	
3 4 1	

7. Луноход перемещается по прямой линии, вдоль которой от точки старта проложена ось ОХ. Луноход пересекает кратеры, имеющие форму кругов. Для каждого кратера луноход фиксирует x -координату центра кратера X_i и длину хорды D_i – отрезок линии пересечения трассы лунохода и кратера. Величина D_i положительна, т.е. луноход не распознаёт кратеры, граница которых только касается трассы. Сопоставим каждой точке трассы её «кратность» – количество кратеров, которым принадлежит эта точка. Например, если точка касания двух кратеров лежит на трассе лунохода (и другим кратерам эта точка не принадлежит), то «кратность» этой точки равна двум. Накопленная информация передается на Землю в следующем формате: N – количество кратеров, определённых за время движения ($0 < N \leq 100$), а далее N строк, в каждой строке два вещественных числа X_i и D_i , разделённые пробелом. Написать программу, которая по полученным от лунохода данным вычисляет максимальную «кратность» точек трассы лунохода.

Пример.

Вход	Выход
6	3
1 1	
9 2	
3.0 4	
3.5 1	
6 2	
3 1	
3	1
20 1	
2 6	
8 2	

