

А.А.Фридман

к.э.н., доцент кафедры микроэкономического анализа Государственного университета - Высшей школы экономики (Москва)

Эффективное ценообразование на водные ресурсы при неоднородности потребителей¹

Аннотация

В работе рассматривается вопрос эффективного ценообразования на водные ресурсы с учетом множества источников водоснабжения (подземные воды, поверхностные воды и альтернативный источник) и потребителей, различающихся коэффициентами безвозвратного водопользования. Показано, что эффективные цены должны отражать фактор редкости и внешние воздействия, вызываемые различиями в коэффициентах безвозвратного водопользования. Исследована зависимость эффективных цен и распределения ресурсов от ограничения по стоку поверхностных вод. Продемонстрировано, что при неоднородности потребителей возможно одновременное использование двух источников водоснабжения, различающихся предельными издержками, то есть нарушается принцип последовательного использования ресурсов по мере увеличения предельных издержек. Проанализировано влияние запаса ресурса, предельных издержек водоснабжения для разных источников и эффективности водопотребления на эффективные траектории цен.

Efficient water pricing under heterogeneous demands

Abstract

This paper deals with efficient water price paths for the economy with different supplies (groundwater, surface water and backstop technology) and demands that differ in water reutilization coefficients. It is shown that efficient water price should reflect scarcity and external effect that arises from the consumption patterns. The effect of limited surface water inflow on optimal price and water allocation is analyzed. In presence of heterogenous demands it might be optimal to use both least cost and high cost water resources simultaneously that is least-cost-first principle can be violated. Comparative static's analysis demonstrates how marginal extraction costs, capacity constraint of surface water and water consumption pattern affects the efficient pricing and consumption paths.

1. Введение

В экономической литературе долгое время вопросу ценообразования на водные ресурсы не придавалось должного значения. Однако в связи с увеличением водопотребления, с одной стороны, и загрязнением пресных вод, с другой стороны, вопрос эффективного ценообразования сегодня актуален как никогда. Россия располагает значительными водными ресурсами и использует лишь около 3% речного стока ежегодно. Однако неравномерное распределение ресурсов по территории страны приводит к острому дефициту воды в ряде регионов. Основным источников водоснабжения выступают поверхностные воды, однако, как следует из таблицы 1, немалую роль играют подземные воды, доля которых в совокупном водопотреблении составляет около 14%, а также морская вода. Заметим, что в силу совершенствования технологий издержки опреснения морской воды сократились в 10 раз \$90²

¹ Данное исследование является результатом работы по индивидуальному исследовательскому проекту № 07-01-131 «Эффективное ценообразование на водные ресурсы», выполненному при поддержке ГУ-ВШЭ.

² См. Zhou Yu., R.Tol (2004), стр 228

за кубометр в 1960 г. до \$0.9 за кубометр в 2000 г. Дальнейшее снижение издержек опреснения будет способствовать более широкому использованию морской воды в экономике.

Таблица 1. Забор воды из природных источников в России за 1980–2005 гг.

Показатели \ Год	1980	1990	1995	1998	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Забор воды, км ³ в год	113.3	106.1	80.6	76.4	75.9	74.6	72.7	72.2	69.2	69.3
Пресная вода из поверхностных источников, %		82.5	79.0	78.5	79.84	78.55	79.23	79.09	78.90	79.37
Морская вода, %		5.4	6.2	5.9	6.7	8.0	7.3	7.6	7.5	7.4
Вода из подземных источников, %	10.1	12.2	14.8	15.6	13.44	13.40	13.48	13.30	13.58	13.28

Источник: таблица построена на основе данных Госкомстата России (<http://www.gks.ru/>)

Большая часть водных ресурсов (около 65%) используется для производственных нужд, оставшиеся ресурсы распределяются между хозяйственно питьевыми нуждами и орошением и сельхозводоснабжением. Заметим, что как следует из динамики использования воды, представленной на рисунке 1, доля воды, используемой на хозяйственно-питьевые нужды, за последние десятилетия неуклонно возрастала, а доля воды, расходуемой в сельском хозяйстве, напротив, неуклонно сокращалась. Особенность воды, как экономического ресурса, состоит в высоких издержках транспортировки, а потому потребности, главным образом должны обеспечиваться за счет рационального использования тех ресурсов, которые имеются в данном регионе. Другая особенность заключается в том, что использованная вода в результате кругооборота возвращается обратно в природные источники. Однако некоторые источники (главным образом подземные) при интенсивном использовании постепенно истощаются. Также отмечено, что различные отрасли экономики характеризуются разной степенью безвозвратных потерь воды в результате потребления. Согласно данным, приведенным в работе Шикломанова (Shiklomanov 1997), безвозвратный расход воды оказывается наибольшим в сельском хозяйстве, далее следует коммунальное хозяйство и промышленность.

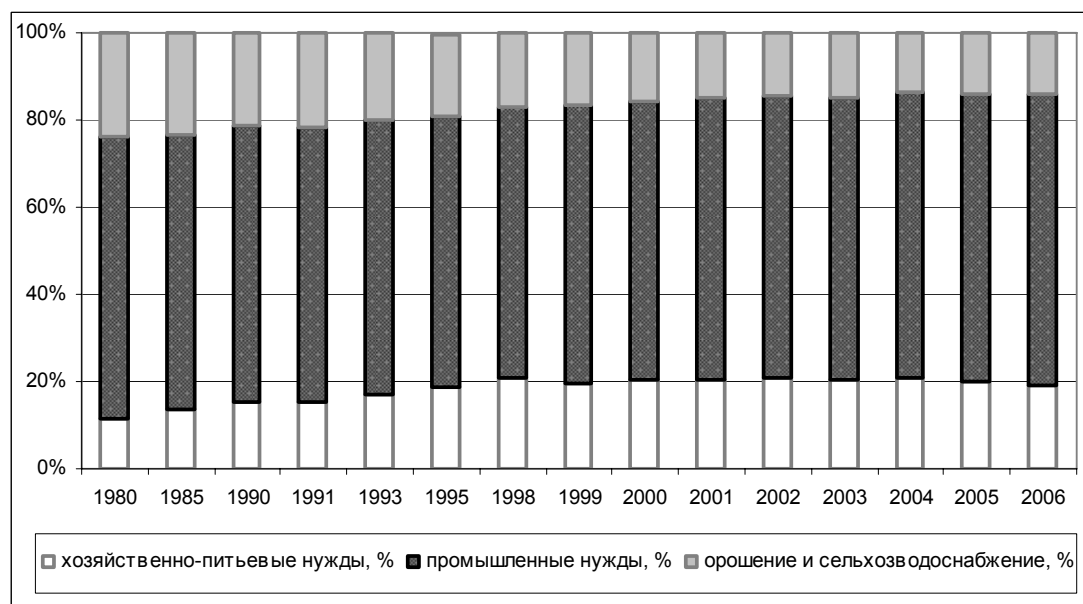


Рисунок 1. Динамика использования воды в России за 1980-2006 гг. (по секторам экономики)

Источник: диаграмма построена на основе данных Госкомстата России (<http://www.gks.ru/>)

В данной работе предлагается проанализировать вопрос эффективного распределения водных ресурсов региона между тремя секторами: промышленностью, сельским хозяйством и коммунальным хозяйством, с учетом различия в коэффициентах безвозвратного водопотребления. Многочисленные

исследования, посвященные оптимальному использованию истощаемого ресурса (в качестве которого в данной работе выступают подземные воды) при наличии альтернативного неисчерпаемого ресурса заменителя показывают, что в первую очередь должен использоваться наиболее дешевый ресурс. Этот принцип первостепенного использования более дешевого ресурса в экономической литературе называют принципом Герфиндаля (Herfindahl 1963). Впоследствии было показано, что принцип может нарушаться при наличии ограничения на мощности (Holland 2003). В данной работе будет показано, что даже при неэффективном ограничении на мощности нарушение данного принципа может иметь место при наличии специфического внешнего эффекта, связанного с различиями в коэффициентах безвозвратного водопотребления.

2. Модель эффективного ценообразования

Рассмотрим экономику с тремя секторами: промышленным сектором, сельскохозяйственным сектором и жилищно-коммунальным сектором, которые используют водные ресурсы для производства товаров и услуг. Будем считать, что в качестве источника пригодной для потребления воды могут выступать поверхностные воды, подземные воды и также имеется доступ к альтернативному источнику водоснабжения, в качестве которого может выступать импорт воды из другого региона или использование технологии опреснения морской воды.

Предполагается, что предложение поверхностных вод детерминировано и ограничено в каждый момент времени определенным объемом (например, речным стоком за период). Запас подземных вод ограничен. Объем потребления подземных вод определяется не только водозабором, но и способом использования воды: забранная вода частично возвращается обратно и коэффициенты безвозвратного потребления этих вод различаются по секторам экономики: коэффициент безвозвратного водопотребления является наибольшим для сельского хозяйства и наименьшим для промышленности. Предполагается, что издержки водоснабжения оказываются наименьшими при использовании подземных вод (эти воды наиболее чистые и не требуют высоких затрат на очистку) и наибольшими для альтернативного источника водоснабжения, что связано либо с высокими расходами на транспортировку (в случае импорта), либо с затратами на опреснение морской воды.

Пусть максимальный объем поверхностных вод, доступный для потребления одинаков в каждый момент времени и равен \bar{L} . Тогда, обозначив объем водозабора из поверхностных вод i -ой отраслью через l_i , имеем $\sum_{i=1}^3 l_{it} \leq \bar{L}$ для любого момента времени t . Будем считать, что 1-ая отрасль соответствует сельскому хозяйству, 2-ая- коммунальному хозяйству и третья- промышленности.

Пусть первоначальный запас подземных вод составляет S_0 . Если забор воды i -ым сектором из подземного источника в момент t обозначить через g_t , то безвозвратное водопотребление можно представить как $\delta_i g_t$, где $0 < \delta_i < 1$, причем $\delta_1 > \delta_2 > \delta_3$.

Наконец, объем использования альтернативного источника водоснабжения в i -ом секторе в момент t обозначим через y_{it} . Будем предполагать, что предельные издержки водоснабжения для каждого источника постоянны и $c_g < c_l < c_y$, где индекс "g" соответствует подземным водам, "l" - поверхностным и "y" - альтернативному источнику.

Таким образом, совокупное водопотребление для i -го сектора в момент t составит $g_{it} + l_{it} + y_{it}$, что приносит полезность, равную $u_i(g_{it} + l_{it} + y_{it})$, причем предполагается, что $u'_i > 0$ и $u''_i < 0$. Обозначив ставку процента через r , получим следующую задачу максимизации совокупной приведенной стоимости общественного благосостояния для определения оптимальных траекторий водоснабжения отраслей

$$\begin{aligned} & \max_{l_{it}, g_{it}, y_{it} \geq 0, S_t \geq 0} \int_0^{\infty} \left(\sum_i u_i (g_{it} + l_{it} + y_{it}) - c_g \sum_i g_{it} - c_l \sum_i l_{it} - c_y \sum_i y_{it} \right) e^{-rt} dt \\ & \dot{S}_t = - \sum_i \delta_i g_{it} \\ & \sum_{i=1}^3 l_{it} \leq \bar{L} \\ & S_0 - \text{задано} \end{aligned}$$

Запишем Гамильтониан в терминах приведенной стоимости

$$H_t = \left(\sum_i u_i (g_{it} + l_{it} + y_{it}) - c_g \sum_i g_{it} - c_l \sum_i l_{it} - c_y \sum_i y_{it} \right) e^{-rt} - \lambda_t \sum_i \delta_i g_{it} + \rho_t \left(\bar{L} - \sum_{i=1}^3 l_{it} \right).$$

Обозначим совокупное потребление воды i -ым сектором через $x_{it} \equiv g_{it} + l_{it} + y_{it}$. Дифференцируя Гамильтониан по объемам водозабора и запасу подземных вод, получим следующие условия первого порядка:

$$u'_i(x_{it}) \begin{cases} \leq c_g + \delta_i \lambda_t e^{rt} \\ = c_g + \delta_i \lambda_t e^{rt}, & \text{если } g_{it} > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$u'_i(x_{it}) \begin{cases} \leq c_l + \rho_t \\ = c_l + \rho_t, & \text{если } l_{it} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$u'_i(x_{it}) \begin{cases} \leq c_y \\ = c_y, & \text{если } y_{it} > 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\dot{\lambda}_t = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^3 l_{it} \begin{cases} \leq \bar{L} \\ = \bar{L}, & \text{если } \rho_t > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Поскольку рассматривается задача с бесконечным временным горизонтом и, соответственно отсутствует условие на правом конце, то необходимо выписать условие трансверсальности:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t S_t = 0. \quad (6)$$

Как следует из условия (4), теневая оценка подземных вод λ_t является константой до тех пор, пока запас подземных вод не исчерпан и падает со временем после его исчерпания.

Утверждение 1. Если ежепериодный сток поверхностных вод \bar{L} велик так, что $\rho_t = 0$, то альтернативный источник водоснабжения не будет использоваться ни одной из отраслей.

Доказательство. Предположим, что это не так и для какой-то отрасли i имеем $y_{it} > 0$. Тогда согласно (3) $u'_i(x_{it}) = c_y > c_l$, но в силу условий (2) $c_l \geq u'_i(x_{it})$. Эти неравенства не могут выполняться одновременно, откуда заключаем, что $y_{it} = 0$ для всех i .

Обозначим через p_{it} - эффективную цену на воду для i -ой отрасли, то есть $p_{it} \equiv u'_i$.

Утверждение 2. Если в течение некоего периода отрасль i осуществляет водозабор из подземных источников, то эффективная цена за вычетом предельных издержек добычи

подземных вод для данной отрасли на рассматриваемом временном интервале будет расти в этот промежуток постоянным темпом равным ставке процента.

Доказательство. Если в течение некоего интервала $g_{it} > 0$, то в соответствии с условием (1) имеем $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}$. Дифференцируя по времени, находим $\dot{p}_{it} = r \delta_i \lambda e^{rt}$, откуда поделив на $p_{it} - c_g$, находим $\dot{p}_{it} / (p_{it} - c_g) = r$.

Покажем, что отрасль, менее эффективно использующая истощаемые подземные воды (т.е. с большим коэффициентом водозабора δ) должна в первую очередь приступить к использованию поверхностных вод или альтернативного источника водоснабжения, нежели более эффективная отрасль.

Утверждение 3. Если отрасль i осуществляет водозабор из подземных источников, а отрасль j использует поверхностные воды или альтернативный источник водных ресурсов, то $i \geq j$.

Доказательство. Предположим, что это неверно и $i < j$, тогда $\delta_i > \delta_j$. Если фирма i использует подземные воды, то согласно условию(1) имеем $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}$, откуда с учетом $\delta_i > \delta_j$ находим $u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt} > c_g + \delta_j \lambda e^{rt} \geq u'_j(x_{jt})$.

Если отрасль j использует поверхностные воды, то $u'_j(x_{jt}) = c_l + \rho_t$. С учетом полученного выше неравенства, находим $u'_i(x_{it}) > u'_j(x_{jt}) = c_l + \rho_t$, что противоречит условию первого порядка (2) для отрасли i .

Аналогично, если отрасль j использует альтернативный источник воды, то $u'_j(x_{jt}) = c_y$, откуда получаем противоречие с условием (3) для отрасли i .

Покажем, что, если некая отрасль одновременно использует подземные и поверхностные воды, то отрасль с большей эффективностью использования подземных вод не может в это же время использовать поверхностные воды.

Утверждение 4. Пусть отрасль i использует одновременно подземные и поверхностные воды в момент t . Тогда отрасль j , где $j > i$, не будет использовать поверхностные воды

Доказательство. Докажем это утверждение от противного. Пусть в некий момент t имеем $g_{it} > 0$, $l_{it} > 0$. Предположим, что $l_{jt} > 0$, где $j > i$. Тогда согласно условиям (1) и (2) $u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt} = c_l + \rho_t$. Поскольку для $j > i$ имеем $\delta_j < \delta_i$, то $c_g + \delta_j \lambda e^{rt} < c_g + \delta_i \lambda e^{rt} = c_l + \rho_t$. Если $l_{jt} > 0$, то $u'_j(x_{jt}) = c_l + \rho_t$, откуда с учетом предыдущего неравенства находим $c_g + \delta_j \lambda e^{rt} < u'_j(x_{jt})$, что противоречит условию первого порядка (1).

Утверждение 4 вполне согласуется с интуицией: нет смысла агенту с более высокой эффективностью использования подземных вод переходить на использование поверхностных, в то время как подземные воды продолжает использовать менее эффективный агент.

3. Случай неэффективного ограничения на объем стока поверхностных вод

Обозначим через \hat{x}_i эффективный объем потребления воды для отрасли i в ситуации отсутствия подземных вод и неограниченном стоке поверхностных вод, то есть $u'_i(\hat{x}_i) = c_l$. Проанализируем эффективные траектории цен в ситуации, когда сток поверхностных вод достаточно велик, а именно $\bar{L} \geq \sum_i \hat{x}_i$. Данное условие можно эквивалентным образом

переписать в стоимостных характеристиках. Пусть $p_i(\cdot) \equiv u'_i(x_i)$, то есть $p_i(\cdot)$ - обратная функция спроса i -ой отрасли. Поскольку предельная полезность каждого агента, по предположению, является убывающей функцией водопотребления, то мы можем рассмотреть обратную функцию $x_i(\cdot) \equiv (u'_i(x_i))^{-1}$. Обозначим через \bar{p} - цену, при которой совокупное водопотребление в точности равно \bar{L} , то есть $x_1(\bar{p}) + x_2(\bar{p}) + x_3(\bar{p}) = \bar{L}$. Поскольку по определению \hat{x}_i находится из решения уравнения $u'_i(\hat{x}_i) = c_l$, то с учетом убывания предельной полезности условие $\bar{L} \geq \sum_i \hat{x}_i$ можно эквивалентным образом представить в виде $\bar{p} \leq c_l$. В этом случае ограничение по стоку поверхностных вод не существенно и оптимальное водопотребление будет описываться условиями, представленными в утверждении 5.

Утверждение 5. В регионе с достаточно большим запасом поверхностных вод $\bar{L} \geq \sum_i \hat{x}_i$, оптимальная траектория цен на воду описывается условиями:

- (1) $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}$ и $x_{it} = g_{it}$ при $t \leq T_i$, где T_i момент переключения i -ой отрасли на поверхностное водоснабжение,
- (2) $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_l$ и $x_{it} = l_{it}$ при $t > T_i$;
- (3) $p_{iT_i} = c_g + \delta_i \lambda e^{rT_i} = c_l$ для всех i ,
- (4) если $T_i > 0$ и $T_j > 0$, то $T_i - T_j = \ln(\delta_i / \delta_j) / r$,
- (5) $\int_0^\infty (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0$.

Доказательство. В силу большого запаса \bar{L} ограничение по совокупному потреблению поверхностных вод не будет сдерживающим, и в соответствии с утверждением 1 альтернативный источник водоснабжения не будет задействован, то есть $y_{it} = 0$ для всех i и t .

В результате сначала будут использоваться подземные воды, цена которых будет расти в соответствии с утверждением 2 и, достигнув величины c_l , далее будет оставаться на этом уровне, то есть $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}$ при $t \leq T_i$ и $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_l$ и $x_{it} = l_{it}$ при $t > T_i$.

Как следует из утверждения 3, первыми на использование поверхностных вод должны будут переключиться сельскохозяйственные потребители, затем жилищно-коммунальный сектор и в последнюю очередь- промышленные потребители. В момент переключения на поверхностные воды цена для соответствующего сектора должна в точности равняться c_l . Поскольку цена соответствует предельной полезности ресурса, то скачок цен означал бы соответствующее скачкообразное изменение предельной полезности. В этом случае совокупный излишек увеличился бы при перераспределении ресурса от момента с низкой предельной полезностью к моменту с высокой предельной полезностью. Таким образом, $p_{iT_i} = c_g + \delta_i \lambda e^{rT_i} = c_l$ для всех i

Таким образом, для отраслей i и j при $T_i, T_j > 0$ имеем $p_{iT_i} = c_g + \delta_i \lambda e^{rT_i} = c_l$ и $p_{jT_j} = c_g + \delta_j \lambda e^{rT_j} = c_l$, откуда $c_g + \delta_i \lambda e^{rT_i} = c_g + \delta_j \lambda e^{rT_j}$ или $\delta_i e^{rT_i} = \delta_j e^{rT_j}$. Прологарифмировав обе части уравнения, найдем $T_i - T_j = \ln(\delta_i / \delta_j) / r$.

Поскольку в соответствии с условием первого порядка (4) λ не меняется во времени, то условие трансверсальности (6) примет вид $\lim_{t \rightarrow \infty} S_t = 0$, откуда следует, что совокупный водозабор должен быть равен запасу подземных вод $\int_0^{\infty} (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0$. Результирующие траектории цен изображены на рисунке 2.

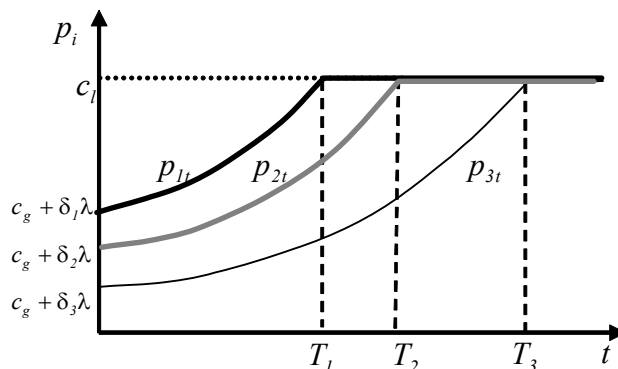


Рисунок 2. Случай большого стока поверхностных вод.

При небольшом запасе подземных вод теневая оценка ресурса λ может оказаться достаточно высока. Если в результате $c_g + \delta_1 \lambda \geq c_l$, то $T_1 = 0$ и, соответственно сельское хозяйство будет с самого начала использовать поверхностные воды. Более того, при очень малом запасе подземных вод величина $c_g + \delta_2 \lambda$ также может оказаться выше c_l , тогда $T_2 = 0$ и подземные воды будут использоваться лишь в промышленности.

Заметим, что в рассматриваемой экономике наблюдается нарушение принципа последовательности использования ресурса в соответствии с возрастанием предельных издержек производства (известного в литературе как принцип Герфиндаля³). Так, к примеру, первая отрасль начинает использовать более дорогие поверхностные воды в то время, как еще не исчерпан запас подземных вод.

Ранее Холланд (Holland 2003) показал, что принцип Герфиндаля может нарушаться в модели с однородными потребителями ресурса при наличии ограничения на мощности. Примеры подобного рода нарушений приведены в разделах 4 и 5, где одна и та же отрасль при эффективном ограничении на сток поверхностных вод одновременно использует водные ресурсы с разными предельными издержками добычи, что наглядно проиллюстрировано в таблице 2 (см. приложение).

Однако в данном случае рассматривалась ситуаций с несущественным ограничением на сток поверхностных вод, а потому причина нарушения принципа Герфиндаля не связана с ограниченными мощностями. Несоответствие принципу последовательности использования ресурсов кроется в специфичности самого процесса потребления ресурса разными отраслями. Поскольку водозабор приводит к уменьшению запаса подземных вод, а коэффициенты безвозвратных потерь различаются по отраслям, то мы наблюдаем пример отрицательного внешнего воздействия. Один и тот же объем первоначального водозабора разными отраслями приводит к различному истощению подземных вод. Наличие подобного внешнего эффекта и является причиной нарушения принципа последовательного использования ресурсов от самого дешевого к самому дорогому. С учетом разницы в фактических издержках водоснабжения (с учетом различия в рентной составляющей для разных отраслей), данный принцип соблюдается.

³ Herfindahl O.C., Depletion and economic theory, в книге M.Gaffney (ed.), Extractive resources and taxation: Proceedings, University of Wisconsin Press, Madison, 1967.

4. Эффективное ограничение на сток: отказ от использования альтернативного ресурса

Теперь обратимся к ситуации, когда ограничение на сток поверхностных вод для каких-то моментов времени становится существенным, то есть $\bar{L} < \sum_i \hat{x}_i$ или $\bar{p} > c_l$. Заметим, что в случае, если $\bar{p} \leq c_y$, то альтернативный ресурс использоваться не будет. Действительно альтернативный ресурс используется только при цене, покрывающей предельные издержки его производства. Однако цена никогда не достигнет этого уровня, поскольку уже при цене $\bar{p} \leq c_y$ весь спрос может быть удовлетворен за счет поверхностных вод.

Рассмотрим подробнее эффективные траектории цен при $c_l < \bar{p} \leq c_y$. Для этого необходимо определить, является ли ограничение по поверхностным водам сдерживающим в случае, когда эти воды используются лишь одной и/или двумя отраслями. Заметим, что, как было показано выше, первыми на использование поверхностных воды переключаются потребители 1-ой отрасли, затем к ним присоединяются потребители второй отрасли и лишь в последнюю очередь- третьей. Таким образом, нас будет интересовать, достаточен ли запас поверхностных вод для обеспечения потребителей 1-ой отрасли, и в случае положительного ответа на этот вопрос, достаточен ли запас для удовлетворения спроса первой и второй отраслей в совокупности. Для ответа на эти вопросы рассмотрим следующие пороговые значения параметров. Пусть \hat{p}_1 - цена, при которой спрос первой отрасли равен \bar{L} , а \hat{p}_{12} - цена, при которой совокупный спрос первой и второй отрасли равен \bar{L} , то есть $x_1(\hat{p}_1) = \bar{L}$ и $x_1(\hat{p}_{12}) + x_2(\hat{p}_{12}) = \bar{L}$.

В зависимости от соотношения параметров при $c_l < \bar{p} \leq c_y$ возможны три различные ситуации:

- (1) $c_l \leq \hat{p}_1$,
- (2) $\hat{p}_1 < c_l \leq \hat{p}_{12}$,
- (3) $\hat{p}_1 < \hat{p}_{12} < c_l$.

В первом случае стока поверхностных вод оказывается недостаточно, чтобы удовлетворить даже спрос одного сектора (первого, поскольку именно этот сектор в первую очередь переключается на использование поверхностных вод). Во втором случае запас поверхностных вод несколько больше и позволяет удовлетворить спрос первого сектора, но его оказывается недостаточно для снабжения первого и второго секторов вместе. И, наконец, последний случай соответствует ситуации, где поверхностных вод хватает для удовлетворения нужд первых двух секторов, но не достаточно для обеспечения потребностей трех секторов экономики.

Опишем эффективные траектории цен для каждого из приведенных выше случаев.

4.1. Случай ограничения на сток, эффективного для одной отрасли.

Утверждение 6. Пусть $c_l \leq \hat{p}_1$ и $\bar{p} \leq c_y$. Тогда оптимальная траектория цен на воду описывается условиями:

- (1) $y_{it} = 0$ для всех i и t ;

$$(2) p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = \begin{cases} c_g + \delta_1 \lambda e^{rt} n p u & t \leq T_2 \\ \hat{p}_1 & n p u & t \in [T_2, T_3] \\ c_g + \delta_2 \lambda e^{rt} n p u & t \in [T_3, T_4] \\ \hat{p}_{12} & n p u & t \in [T_4, T_5] \\ c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} n p u & t \in [T_5, T_6] \\ \bar{p} & n p u & t \geq T_6 \end{cases} \text{ и } l_{it} = \begin{cases} 0 & n p u & t < T_1 \\ \bar{L} & n p u & t \in [T_1, T_3], \\ x_{it} & n p u & t \geq T_3 \end{cases}$$

$$p_{2t} \equiv u'_2(x_{2t}) = \begin{cases} c_g + \delta_2 \lambda e^{rt} \text{ нпу} & t \leq T_4 \\ p_{1t} \text{ нпу} & t \geq T_4 \end{cases} \quad \text{и } l_{1t} = \begin{cases} 0 \text{ нпу} & t < T_3 \\ \bar{L} - l_1 \text{ нпу} & t \in [T_3, T_4] \\ x_{2t} \text{ нпу} & t \geq T_4 \end{cases}$$

$$p_{3t} \equiv u'_3(x_{3t}) = \begin{cases} c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} \text{ нпу} & t \leq T_6 \\ \bar{p} \text{ нпу} & t \geq T_6 \end{cases} \quad \text{и } l_{3t} = \begin{cases} 0 \text{ нпу} & t < T_5 \\ \bar{L} - l_{1t} - l_{2t} \text{ нпу} & t \geq T_5 \end{cases}$$

$$(3) \int_0^{T_6} (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0.$$

Доказательство. Поскольку при $\bar{p} < c_y$ сток поверхностных вод оказывается достаточным для удовлетворения спроса на воду в экономике, то дальнейшего роста цен наблюдаться не будет. Соответственно цены не будут покрывать предельных издержек производства альтернативного ресурса и потому $y_{it} = 0$ для всех i и t .

Первоначально все отрасли будут использоваться подземные воды, цена которых будет расти по мере истощения запаса $p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}$. Однако, когда в момент T_1 цена для 1-ой отрасли достигнет уровня c_1 , в случае $c_1 < \hat{p}_1$ полного переключения этой отрасли на поверхностные воды не произойдет, поскольку их запас не достаточен для удовлетворения спроса. Действительно, если бы это произошло, то наблюдалось бы скачкообразное изменение цен от c_1 до \hat{p}_1 , но эффективная траектория должна быть непрерывной. Напомним, что цены соответствуют предельной полезности ресурса. При скачкообразном изменении полезности мы можем изменить траекторию использования ресурса, сократив его потребление в момент с низкой предельной полезностью и увеличив потребление в момент с высокой предельной полезностью, что приведет к росту общественного благосостояния.

Итак, первая отрасль не сможет полностью переключиться на использование поверхностных вод, пока цена не достигнет уровня \hat{p}_1 . Это означает, что, при цене, равной c_1 , первая отрасль будет использовать поверхностные воды в объеме \bar{L} , а оставшийся спрос удовлетворять за счет подземных вод. Поскольку $g_{1t} > 0$ и $l_{1t} > 0$, то согласно условиям (1) и (2) имеем $p_{1t} \equiv u'_1(x_{1t}) = c_g + \delta_1 \lambda e^{rt} = c_1 + \rho_1$, то есть $\rho_1 > 0$. Таким образом, цена будет расти в соответствии с траекторией $p_{1t} = c_g + \delta_1 \lambda e^{rt}$ до тех пор, пока ограничение по объему поверхностных вод будет сдерживающим для первой отрасли, то есть до момента T_2 , когда цена достигнет уровня \hat{p}_1 , как показано на рисунке 2.

Аналогично получаем, что вторая отрасль также не сможет переключиться на использование поверхностных вод в момент, когда ее цена будет равной c_1 , поскольку объем стока окажется недостаточен даже для удовлетворения нужд 1-ой отрасли. Более того, вторая отрасль согласно утверждению 4 не может начать использование поверхностных вод до момента T_2 , то есть, пока первая отрасль не переключится полностью на поверхностные воды.

Заметим, что и сразу после момента T_2 вторая отрасль не сможет переключиться на поверхностные воды, поскольку это повлекло бы скачкообразное изменение цены с уровня $p_{2T_1} = c_g + \delta_2 \lambda e^{rT_2}$ до уровня $\hat{p}_1 = c_g + \delta_1 \lambda e^{rT_2} > c_g + \delta_2 \lambda e^{rT_2}$, что противоречит эффективности траектории. Таким образом, в течение некоторого промежутка времени от T_2 до T_3 первая отрасль будет единственным потребителем поверхностных вод, и ее цена при этом будет оставаться неизменной на уровне \hat{p}_1 . При этом вторая отрасль будет использовать подземные воды, и лишь когда цена для второй отрасли поднимется до уровня \hat{p}_1 , она также начнет использовать поверхностные воды.

Поскольку, начиная с момента T_3 , первая и вторая отрасли используют поверхностные воды, то цены для них будут совпадать: $p_{1t} = c_l + \rho_t = p_{2t}$. Кроме того, пока цена не достигнет уровня \hat{p}_{12} стока поверхностных вод не достаточно для удовлетворения нужд обеих отраслей и потому вторая отрасль продолжает использование поверхностных вод. В результате цены продолжают расти $p_{2t} = c_g + \delta_2 \lambda e^{rt} = c_l + \rho_t$. В соответствии с утверждением 4 третья отрасль не будет использовать поверхностные воды до тех пор, пока вторая отрасль не прекратит использование подземных. Более того, даже в момент T_4 , когда цены для первых двух отраслей достигнут уровня \hat{p}_{12} , и они будут использовать исключительно поверхностные воды, третья отрасль не сможет начать использование поверхностных вод, поскольку это повлекло бы скачкообразный рост ее цен с $p_{3T_3} = c_g + \delta_3 \lambda e^{rT_3}$ до уровня $\hat{p}_{12} = c_g + \delta_2 \lambda e^{rT_4} > c_g + \delta_3 \lambda e^{rT_4}$, что противоречит эффективности траектории. Таким образом, в течение интервала $[T_4, T_5]$ первые две отрасли будут полностью утилизировать поверхностный сток, а третья отрасль – лишь подземные воды, пока ее цена не достигнет в момент T_5 уровня \hat{p}_{12} : $c_g + \delta_3 \lambda e^{rT_5} = \hat{p}_{12}$. Затем все три отрасли будут использовать поверхностные воды, и потому их цены будут совпадать $p_{1t} = p_{2t} = p_{3t} = c_l + \rho_t$. Поскольку стока поверхностных вод при ценах, меньших \bar{p} не достаточно для удовлетворения нужд всех трех отраслей, то третья отрасль продолжает использовать подземные воды, и потому цена продолжает расти $p_{it} = c_g + \delta_3 \lambda e^{rt}$ для всех i . При достижении уровня \bar{p} в момент T_6 и последняя отрасль переключается на использование поверхностных вод и далее цены остаются неизменными.

Осталось определить лишь начальные значения цен, которые зависят от одного параметра - теневой оценки запаса подземных вод λ . Его значение должно быть достаточно высоким (по сравнению с тем, что мы наблюдали в случае большого запаса подземных вод), чтобы обеспечить потребность в этих водах на протяжении большого отрезка времени, поскольку ни одна из отраслей не перестает использовать подземные воды при достижении ценами уровня c_l . Итак, величина λ определяется из условия:

$$\int_0^{T_6} (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0,$$

$$\text{где } g_{1t} = \begin{cases} x_{1t}(c_g + \delta_1 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \leq T_1 \\ \bar{L} - x_{1t}(c_g + \delta_1 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \in [T_1, T_2] \\ 0 & \text{при } t \geq T_2 \end{cases}$$

$$g_{2t} = \begin{cases} x_{2t}(c_g + \delta_2 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \leq T_3 \\ \bar{L} - l_{1t} - x_{2t}(c_g + \delta_2 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \in [T_3, T_4] \\ 0 & \text{при } t \geq T_4 \end{cases}$$

$$g_{3t} = \begin{cases} x_{3t}(c_g + \delta_3 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \leq T_5 \\ \bar{L} - l_{1t} - l_{2t} - x_{3t}(c_g + \delta_3 \lambda e^{rt}) & \text{при } t \in [T_5, T_6] \\ 0 & \text{при } t \geq T_6 \end{cases}$$

Результирующая траектория цен проиллюстрирована на рисунке 3.

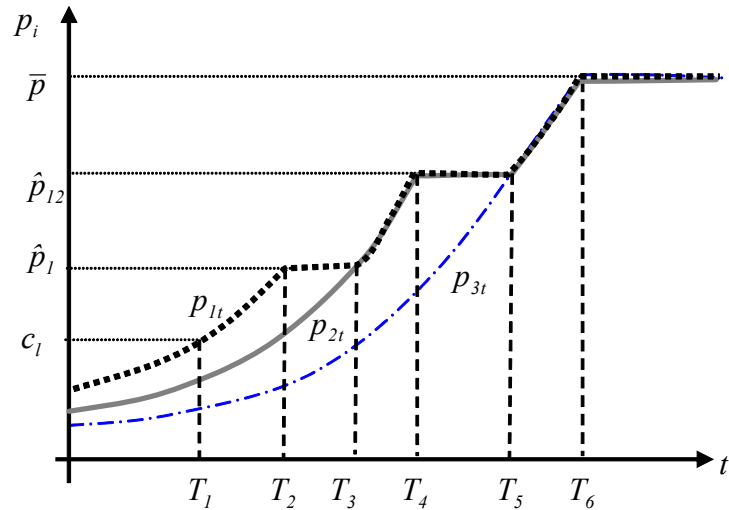


Рисунок 3. Случай малого стока поверхностных вод, недостаточного для водоснабжения первого сектора: $c_l \leq \hat{p}_1 < \bar{p} \leq c_y$.

4.2. Ограничение на сток, неэффективное для двух отраслей, но эффективное для экономики в целом.

Пусть $\bar{p} \leq c_y$ и $\hat{p}_{12} < c_l$. Тогда оптимальная траектория цен на воду описывается условиями:

(1) $y_{it} = 0$ для всех i и t ;

(2) для $i = 1, 2$ $p_{it} = \begin{cases} c_g + \delta_i \lambda e^{rt} \text{ нпу} & t \leq T_i \\ c_l \text{ нпу} & t \in [T_i, T_3] \\ c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} \text{ нпу} & t \in [T_3, T_4] \\ \bar{p} \text{ нпу} & t \geq T_4 \end{cases}$ и $l_{it} = \begin{cases} 0 \text{ нпу} & t < T_i \\ x_{it} \text{ нпу} & t \geq T_i \end{cases}$,

$p_{3t} \equiv u'_3(x_{3t}) = \begin{cases} c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} \text{ нпу} & t \leq T_4 \\ \bar{p} \text{ нпу} & t \geq T_4 \end{cases}$ и $l_{3t} = \begin{cases} 0 \text{ нпу} & t < T_4 \\ x_{3t} \text{ нпу} & t \geq T_4 \end{cases}$,

(3) $\int_0^{T_4} (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0$.

Данные результаты получаются аналогично утверждению 6. Результирующие траектории цен изображены на рисунке 4.

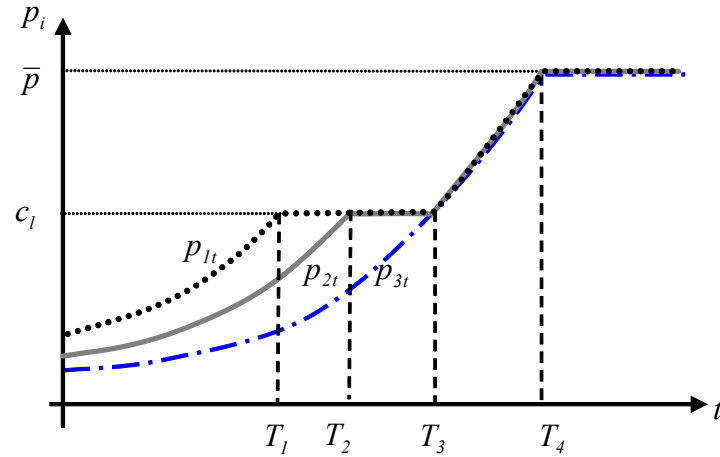


Рисунок 4. Случай стока поверхностных вод, достаточного для водоснабжения первых двух секторов, но не достаточного для водоснабжения всех трех: $\hat{p}_{12} < c_1 < \bar{p} \leq c_y$.

4.3. Ограничение на сток, неэффективное для одной отрасли, но эффективное для двух отраслей.

Пусть $\bar{p} \leq c_y$ и $\hat{p}_1 < c_1 \leq \hat{p}_{12}$. Тогда оптимальная траектория цен на воду описывается условиями:

(1) $y_{it} = 0$ для всех i и t ;

$$(2) p_{1t} \equiv u'_1(x_{1t}) = \begin{cases} c_g + \delta_1 \lambda e^{rt} npu & t \leq T_1 \\ c_1 npu & t \in [T_1, T_2] \\ c_g + \delta_2 \lambda e^{rt} npu & t \in [T_2, T_3] \\ \hat{p}_{12} npu & t \in [T_3, T_4] \\ c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} npu & t \in [T_4, T_5] \\ \bar{p} npu & t \geq T_5 \end{cases} \text{ и } l_{1t} = \begin{cases} 0 npu & t < T_1 \\ x_{1t} npu & t \geq T_1 \end{cases}$$

$$p_{2t} \equiv u'_2(x_{2t}) = \begin{cases} c_g + \delta_2 \lambda e^{rt} npu & t \leq T_3 \\ p_{1t} npu & t \geq T_3 \end{cases} \text{ и } l_{2t} = \begin{cases} 0 npu & t < T_2 \\ \bar{L} - l_1 npu & t \in [T_2, T_3] \\ x_{2t} npu & t \geq T_3 \end{cases}$$

$$p_{3t} \equiv u'_3(x_{3t}) = \begin{cases} c_g + \delta_3 \lambda e^{rt} npu & t \leq T_5 \\ \bar{p} npu & t \geq T_5 \end{cases} \text{ и } l_{3t} = \begin{cases} 0 npu & t < T_4 \\ \bar{L} - l_{1t} - l_{2t} npu & t \geq T_4 \end{cases}$$

(3) $\int_0^{T_4} (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0$.

Данное утверждение доказывается аналогично утверждению 6. Результирующие траектории цен изображены на рисунке 4.

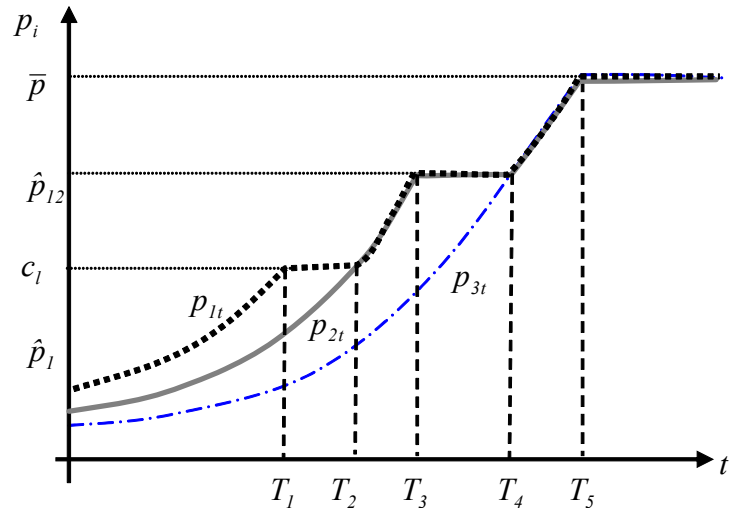


Рисунок 5. Случай стока поверхностных вод, достаточного для водоснабжения первого сектора, но недостаточного для водоснабжения двух секторов: $\hat{p}_1 < c_1 \leq \hat{p}_{12} < \bar{p} \leq c_y$.

Случай, представленный на рисунке 5, является промежуточным между ситуациями, проиллюстрированными на рисунках 3 и 4. С одной стороны, объем стока не столь мал как на рисунке 3 и его достаточно для обеспечения потребностей первой отрасли. Потому по достижении цены, равной c_1 , сельское хозяйство полностью переключается на использование поверхностных вод. С другой стороны, объем стока оказывается недостаточным для обеспечения потребностей обоих секторов при этой цене, а потому второй сектор продолжает использовать подземные воды даже после того, как цена p_2 достигает величины c_1 . В итоге вторая отрасль переключается полностью на поверхностные источники водоснабжения лишь тогда, когда цена достигнет уровня \hat{p}_{12} , при котором совокупный спрос первых двух отраслей в точности равен объему стока поверхностных вод.

5. Эффективное ограничение на сток и использование альтернативного ресурса

Во всех рассмотренных выше случаях объем стока поверхностных вод оказывался достаточным для того чтобы сделать использование альтернативного значительно более дорого источника водоснабжения не привлекательным, то есть мы проанализировали случай $\bar{p} \leq c_y$. Обратимся к анализу ситуации, в которой очень малый объем стока поверхностных вод на определенном этапе приводит к тому, что альтернативный источник водоснабжения оказывается предпочтительнее.

Обратимся к более детальному анализу эффективных траекторий цен при $\bar{p} > c_y$. Как и в рассмотренном выше случае для классификации ситуаций будем использовать два пороговых значения цен: \hat{p}_1 и \hat{p}_{12} - цены, при которых спрос, соответственно, первой отрасли и первой и второй отрасли вместе равен \bar{L} . Заметим, что в силу убывания спроса каждой отрасли (следующего из гипотезы об убывающей предельной полезности) имеем $\hat{p}_1 < \hat{p}_{12}$.

В зависимости от соотношения параметров c_y , c_1 , \hat{p}_1 и \hat{p}_{12} возможны следующие 6 различных ситуаций:

- (1) $c_y < \hat{p}_1$,
- (2) $c_1 \leq \hat{p}_1 < \hat{p}_{12} < c_y$,
- (3) $c_1 \leq \hat{p}_1 < c_y < \hat{p}_{12}$,

$$(4) \hat{p}_1 < \hat{p}_{12} < c_1,$$

$$(5) \hat{p}_1 < c_1 < \hat{p}_{12} < c_y,$$

$$(6) \hat{p}_1 < c_1 < c_y < \hat{p}_{12}.$$

В первых трех случаях сток поверхностных вод не достаточен для удовлетворения спроса даже одной отрасли, а различаются эти ситуации лишь моментом, начиная с которого потребители могут переключиться на альтернативный источник водоснабжения. В первом случае сток поверхностных вод оказывается столь мал, что переключение на альтернативный ресурс возможно еще до того момента, как первая отрасль выйдет на ограничение по мощности для поверхностных вод, как показано на рисунке 6.

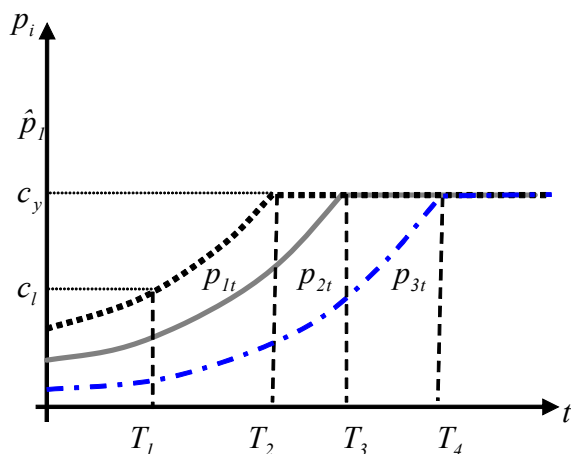


Рисунок 6. Случай $c_y < \hat{p}_1$.

Сначала все отрасли используют лишь самые дешевые – подземные воды, цена которых растет темпом, равным ставке процента. Как только цена подземных вод для 1-ой отрасли достигнет уровня предельных издержек водоснабжения из поверхностных источников, эта отрасль начинает использовать поверхностные воды, но не может переключиться полностью на их использование в связи с недостаточным объемом. В результате цена продолжает расти, и к моменту T_2 цена для первой отрасли достигает уровня предельных издержек альтернативного источника водоснабжения, после рост цен для первой отрасли прекращается в силу неограниченности альтернативного ресурса. Первая отрасль использует весь сток поверхностных вод, а оставшийся спрос удовлетворяет за счет альтернативного ресурса. Поскольку объем стока поверхностных вод столь мал, что не достаточен для удовлетворения спроса даже первой отрасли при ценах, меньших c_y , то остальные отрасли вынуждены удовлетворять спрос исключительно за счет подземных вод, и переключаются на использование альтернативного источника лишь тогда, когда цены в этих отраслях достигают уровня c_y .

Во 2-ом случае запас поверхностных вод существенно больше, чем в первом, а именно объем стока оказывается достаточен для удовлетворения потребностей не только первой, но и второй отрасли при некоторой цене, меньшей предельных издержек производства альтернативного ресурса. В результате переключение секторов на альтернативный ресурс происходит в момент T_6 лишь после того, как оба сектора вместе выйдут на ограничение по мощности для источника поверхностного водоснабжения, как показано на рисунке 7.

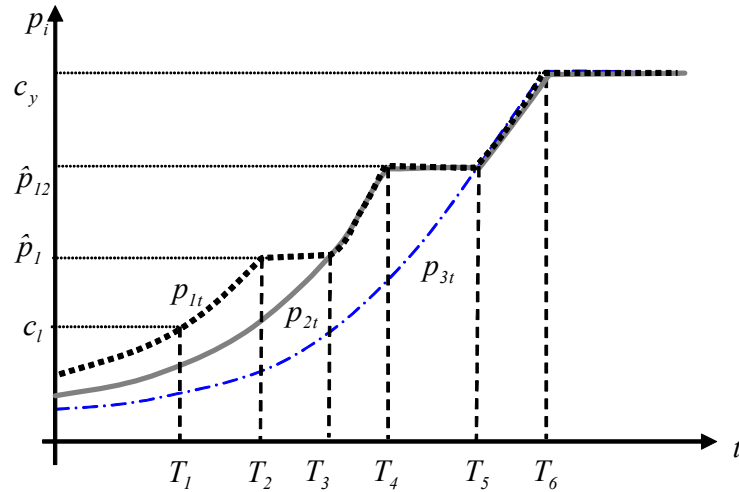


Рисунок 7. Случай $c_l \leq \hat{p}_1 < \hat{p}_{12} < c_y$.

До момента T_1 все отрасли используют лишь подземные воды, от T_1 до T_2 первая отрасль использует подземные и поверхностные воды, от T_2 до T_3 первая отрасль использует лишь поверхностные в объеме \bar{L} . С момента T_3 вторая отрасль начинает использовать поверхностные воды наравне с подземными, а с момента T_4 полностью переходит на поверхностные. В момент T_5 третья отрасль начинает использовать подземные воды. В момент T_6 происходит полное исчерпание подземных источников, поверхностные воды используются в объеме \bar{L} , а оставшийся спрос удовлетворяется за счет альтернативного источника.

Наконец, третий случай представляет собой некий промежуточный вариант: использование альтернативной технологии начинается после того, как первая отрасль выходит на ограничение по мощности, но до того, как ограничение по мощности окажется существенным для двух секторов. Эта ситуация проиллюстрирована на рисунке 8.

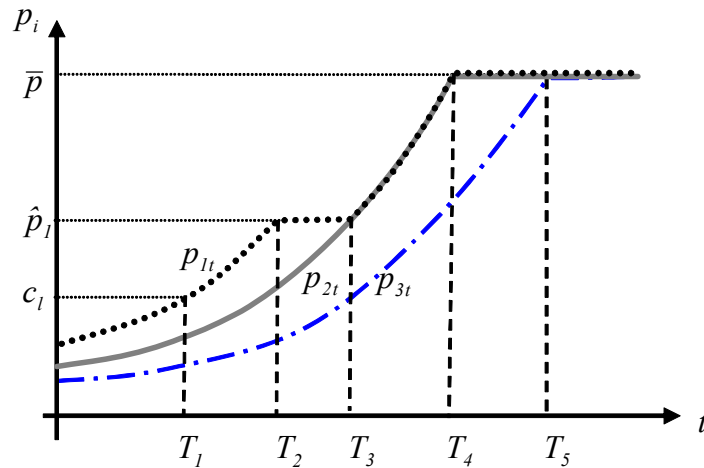


Рисунок 8. Случай $c_l \leq \hat{p}_1 < c_y < \hat{p}_{12}$.

В ситуациях (4)-(6), в отличие от рассмотренных выше случаев, сток поверхностных вод оказывается достаточным для удовлетворения спроса первой отрасли. При этом сток может быть достаточен и для удовлетворения спроса двух отраслей (ситуация, изображенная на рисунке 9).

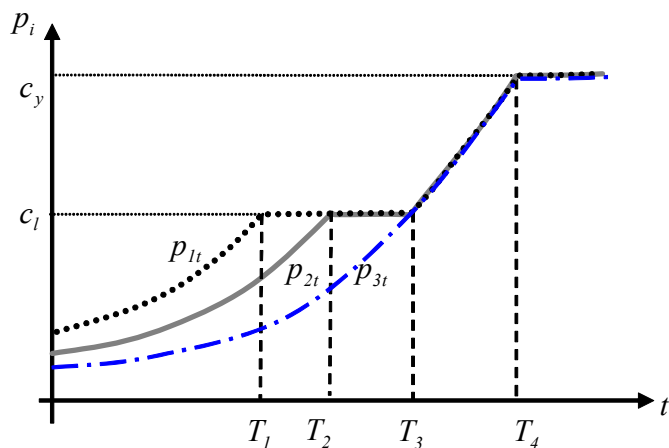


Рисунок 9. Случай $\hat{p}_1 < \hat{p}_{12} < c_1$.

Если же величина стока достаточна для удовлетворения спроса лишь одной отрасли, но не достаточна для удовлетворения спроса первых двух отраслей (случаи (5) и (6)) при цене, равной c_1 , то возможны следующие два варианта: в случае (5) переключение на альтернативный источник происходит после того, как обе отрасли выйдут на ограничение по мощности для поверхностных вод, а в случае (6) до этого момента, как показано на рисунках 10 и 11, соответственно.

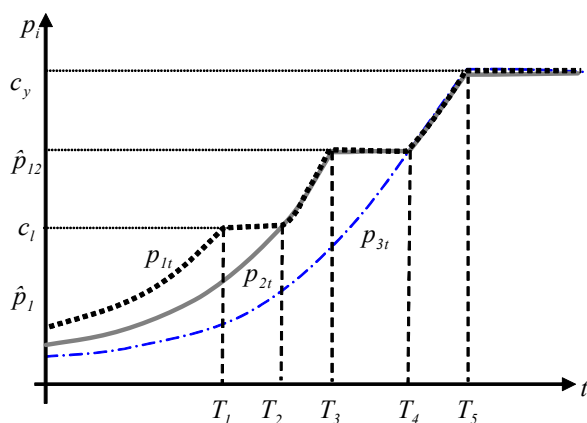


Рисунок 10. Случай $\hat{p}_1 < c_1 < \hat{p}_{12} < c_y$,

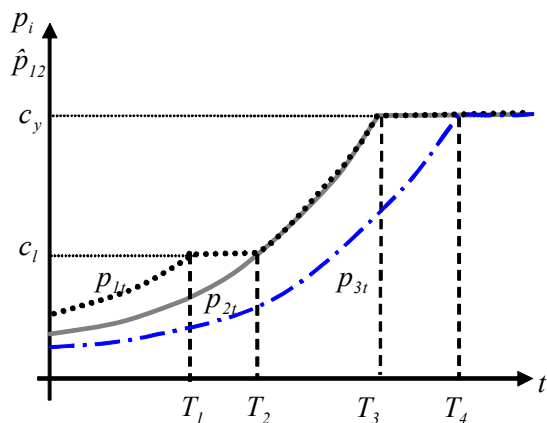


Рисунок 11. Случай $\hat{p}_1 < c_1 < c_y < \hat{p}_{12}$.

Краткое описание всех рассмотренных вариантов эффективных траекторий приведено в приложении 1.

6. Анализ сравнительной статистики

Как показал анализ, проведенный в предыдущем разделе, эффективные траектории цен отраслей зависят от экзогенных параметров, таких как запас подземных вод, предельные издержки водоснабжения (свой для каждого источника), ставка процента, ограничение на объем стока поверхностных вод и эффективность водопользования. Заметим, что роль ограничения на объем водозабора была проанализирована выше, а потому остановим внимание на воздействии остальных параметров на эффективные цены, ограничившись рассмотрением случая, когда ограничение по объему речного стока не является сдерживающим.

Утверждение 7. Пусть два региона, A и B различаются лишь запасами водных ресурсов, причем регион B обладает большим запасом подземных вод $S_0^B > S_0^A$, сток поверхностных вод в обоих регионах достаточно велик $\bar{L}^A \geq \sum_i \hat{x}_i$ и $\bar{L}^B \geq \sum_i \hat{x}_i$. Тогда $\lambda^A > \lambda^B$ и $T_i^A \leq T_i^B$ для всех i , причем неравенство строгое, если $T_i^B > 0$.

Доказательство. В соответствии с утверждением (4), если ограничение на сток поверхностных вод не является сдерживающим, то эффективные траектории должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases} p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_g + \delta_i \lambda e^{rt}, & x_{it} = g_{it} \quad \text{при } t \leq T_i \\ p_{it} \equiv u'_i(x_{it}) = c_l, & x_{it} = l_{it} \quad \text{при } t \geq T_i \\ \int_0^\infty (\delta_1 g_{1t} + \delta_2 g_{2t} + \delta_3 g_{3t}) dt = S_0 \end{cases}$$

От противного: предположим, что $\lambda^A \leq \lambda^B$, тогда для периода, в течение которого в обоих регионах отрасль i использует подземные воды, имеем $u'_i(g_{it}^A) = c_g + \delta_i \lambda^A e^{rt} \leq c_g + \delta_i \lambda^B e^{rt} = u'_i(g_{it}^B)$, откуда в силу убывания предельной полезности $g_{it}^A \geq g_{it}^B$. Это означает, что в случае, когда $c_g + \delta_i \lambda^B < c_l$, отрасль i в регионе B быстрее достигнет уровня предельной полезности, равного c_l , то есть $T_i^A \geq T_i^B$. Действительно, в соответствии с утверждением (4) отрасль переключается с подземных вод на поверхностные в момент, когда предельная полезность достигает уровня c_l : $c_g + \delta_i \lambda^A e^{rT_i^A} = c_l = c_g + \delta_i \lambda^B e^{rT_i^B}$, откуда следует $\lambda^A e^{rT_i^A} = \lambda^B e^{rT_i^B}$. При $\lambda^A \leq \lambda^B$ данное равенство может выполняться лишь при $T_i^A \geq T_i^B$. Таким образом, каждая отрасль в регионе B использует подземные воды в течение меньшего (или такого же) периода и имеет меньшие (или такие же) объемы добычи, как и регион A . Это означает, что совокупные объемы использования подземных вод в регионе B не выше, чем в A :

$$S_0^A = \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^A} \delta_i g_{it}^A dt \geq \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^B} \delta_i g_{it}^A dt \geq \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^B} \delta_i g_{it}^B dt = S_0^B,$$

но это противоречит условию о том, что $S_0^A > S_0^B$. Полученное противоречие доказывает, что $\lambda^A > \lambda^B$. Пусть $c_g + \delta_i \lambda^B < c_l$, тогда отрасль i использует вначале подземные воды и $T_i^B > 0$. Кроме того, $c_g + \delta_i \lambda^A e^{rT_i^A} = c_l = c_g + \delta_i \lambda^B e^{rT_i^B}$ или $\lambda^A e^{rT_i^A} = \lambda^B e^{rT_i^B}$, откуда находим, что $T_i^A < T_i^B$. В противном случае, если $c_g + \delta_i \lambda^B \geq c_l$, то отрасль не использует подземные воды и $T_i^B = T_i^A = 0$.

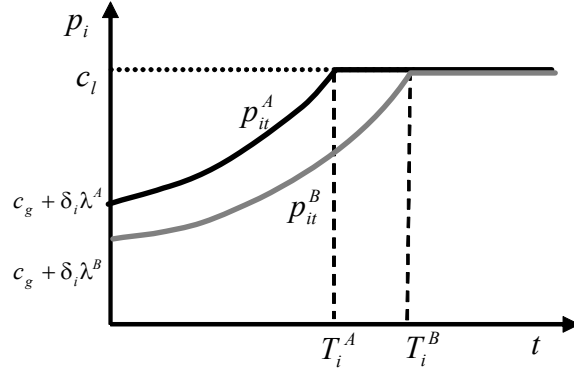


Рисунок 12. Влияние запаса подземных вод на эффективные цены: $S_0^B > S_0^A$.

Утверждение 8. Пусть два региона, A и B различаются лишь издержками водоснабжения, причем $c_g^B \geq c_g^A$ и/или $c_l^B \leq c_l^A$, причем хотя бы одно неравенство строгое. При этом сток поверхностных вод в обоих регионах достаточно велик $\bar{L}^A \geq \sum_i \hat{x}_i^A$ и $\bar{L}^B \geq \sum_i \hat{x}_i^B$. Тогда $\lambda^A > \lambda^B$.

Доказательство. От противного: предположим, что $\lambda^A \leq \lambda^B$, тогда для периода, в течение которого в обоих регионах отрасль i использует подземные воды, имеем $p_{it}^A = c_g^A + \delta_i \lambda^A e^{rt} \leq c_g^B + \delta_i \lambda^B e^{rt} = p_{it}^B$, причем неравенство строгое при $c_g^A < c_g^B$. Пусть T_i^k - момент времени, когда цена в i -ой отрасли экономики достигает уровня предельных издержек водоснабжения из поверхностных источников c_l^k , где $k = A, B$. Согласно утверждению (4) отрасль переключается с подземных вод на поверхностные в момент, когда цена достигает уровня c_l^k : $c_g^A + \delta_i \lambda^A e^{rT_i^A} = c_l^A \geq c_l^B = c_g^B + \delta_i \lambda^B e^{rT_i^B}$, откуда с учетом $c_g^B \geq c_g^A$ следует, что $\lambda^A e^{rT_i^A} > \lambda^B e^{rT_i^B}$. Заметим, что знак неравенства строгий, так как по условию одно из неравенств $c_g^B \geq c_g^A$ или $c_l^B \leq c_l^A$ должно выполняться как строгое. При $\lambda^A \leq \lambda^B$ полученное выше неравенство может выполняться лишь при $T_i^A > T_i^B$, то есть экономика A раньше будет переключаться на поверхностное водоснабжение.

Заметим, что силу убывания функций спроса условие $p_{it}^A \leq p_{it}^B$ влечет $g_{it}^A \geq g_{it}^B$. Таким образом, каждая отрасль в регионе A использует подземные воды в течение большего периода, причем в каждый момент времени водозабор в регионе A не меньше, чем в регионе B , что автоматически влечет больший объем использования подземных вод, а это невозможно при одинаковых запасах:

$$S_0 = \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^A} \delta_i g_{it}^A dt > \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^B} \delta_i g_{it}^A dt \geq \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^B} \delta_i g_{it}^B dt = S_0.$$

Полученное противоречие доказывает, что первоначальная рента (теневая оценка подземных вод) в регионе A должна быть выше, т.е. $\lambda^A > \lambda^B$.

Утверждение 9. Пусть два региона, A и B различаются лишь издержками водоснабжения для подземных источников, причем $c_g^B > c_g^A$. При этом сток поверхностных вод в обоих регионах достаточно велик $\bar{L}^A \geq \sum_i \hat{x}_i^A$ и $\bar{L}^B \geq \sum_i \hat{x}_i^B$. Тогда $p_{03}^A < p_{03}^B$ и $T_i^A < T_i^B$ для всех i .

Доказательство. Сопоставим начальные цены в рассматриваемых регионах. Покажем, что начальная цена в отрасли с наивысшим коэффициентом эффективности использования подземных вод будет ниже в регионе A . Предположим, что это не так и $p_{30}^A = c_g^A + \delta_3 \lambda^A \geq c_g^B + \delta_3 \lambda^B = p_{30}^B$. Тогда с учетом того, что $\lambda^A > \lambda^B$ имеем $p_{3t}^A - p_{3t}^B = c_g^A - c_g^B + \delta_3 e^{rt} (\lambda^A - \lambda^B) > c_g^A - c_g^B + \delta_3 (\lambda^A - \lambda^B) \geq 0$, то есть $p_{3t}^A > p_{3t}^B$. Кроме того, $p_{it}^A - p_{it}^B = c_g^A - c_g^B + \delta_i e^{rt} (\lambda^A - \lambda^B) > c_g^A - c_g^B + \delta_3 e^{rt} (\lambda^A - \lambda^B) > 0$ для $i < 3$, то есть, и в остальных отраслях региона A цены будут выше.

Это означает, что цены каждой отрасли в регионе A раньше достигнут уровня c_l . Действительно, $c_l = c_g^A + \delta_i \lambda^A e^{rT_i^A} = p_{iT_i^A}^A > p_{iT_i^A}^B$, то есть в момент T_i^A цена в регионе B ниже c_l . Это означает, что она достигнет этого уровня в момент $T_i^B > T_i^A$.

Итак, поскольку цены на подземные воды в регионе A выше, то в силу убывающей функции спроса добыча будет меньше ($g_{it}^A < g_{it}^B$). Кроме того, период использования подземных вод в регионе A короче ($T_i^B > T_i^A$), откуда следует, что совокупный водозабор в регионе A окажется меньше, что невозможно при одинаковом запасе подземных вод. Полученное противоречие доказывает, что начальная цена в третьей отрасли региона A должна быть ниже, чем в регионе B : $p_{30}^A < p_{30}^B$.

Наконец сопоставим периоды эксплуатации подземных источников в рассматриваемых регионах. Несложно проверить, что $T_i^A < T_i^B$. От противного, пусть в какой-то отрасли j $T_j^A \geq T_j^B$. Тогда согласно утверждению 5 аналогичное условие должно выполняться и для остальных отраслей $T_i^A = T_j^A + \ln(\delta_i / \delta_j) / r \geq T_j^B + \ln(\delta_i / \delta_j) / r = T_i^B$.

С учетом того, что цены растут со временем, имеем $p_{3T_3^B}^B \geq p_{3T_3^B}^A$. Поскольку $\lambda^A > \lambda^B$, то для всех $t < T_3^B$ и для всех i выполняется неравенство

$$0 \leq p_{3T_3^B}^B - p_{3T_3^B}^A = c_g^B - c_g^A + \delta_3 e^{rT_3^B} (\lambda^B - \lambda^A) < c_g^A - c_g^B + \delta_i e^{rt} (\lambda^A - \lambda^B) \leq p_{it}^B - p_{it}^A.$$

Таким образом, во всех отраслях региона A цены оказываются ниже $p_{it}^A < p_{it}^B$, а объем водозабора, соответственно выше, чем в регионе B : $g_{it}^A > g_{it}^B$. Кроме того, период использования подземных вод для каждой отрасли региона A не меньше, чем в регионе B . Это означает, что совокупный объем водозабора в регионе A окажется больше, а это невозможно при одинаковых запасах подземных вод. Полученное противоречие доказывает, что $T_i^A < T_i^B$.

Утверждение 10. Пусть два региона, A и B различаются лишь издержками водоснабжения для поверхностных источников, причем $c_l^A > c_l^B$. При этом сток поверхностных вод в обоих регионах достаточно велик $\bar{L}^A \geq \sum_i \hat{x}_i^A$ и $\bar{L}^B \geq \sum_i \hat{x}_i^B$. Тогда $p_{it}^A > p_{it}^B$ и $T_i^A > T_i^B$ для всех i .

Доказательство. Сопоставим цены в рассматриваемых регионах. Поскольку согласно утверждению 8 $\lambda^A > \lambda^B$, то $p_{it}^A - p_{it}^B = \delta_i e^{rt} (\lambda^A - \lambda^B) > 0$ при $g_{it}^A > 0$ и $g_{it}^B > 0$. Таким образом, в регионе A цены на подземные воды в каждой отрасли будут выше, чем в регионе B .

Сопоставим периоды эксплуатации подземных источников в рассматриваемых регионах. Согласно утверждению 5, имеем $T_i^k - T_j^k = \ln(\delta_i / \delta_j) / r$, то есть в двух регионах

отрезки времени между переключением на использование поверхностных вод для любых двух отраслей окажутся одинаковыми. Отсюда можно заключить, что $T_i^A > T_i^B$ для всех i . От противного, пусть для какой-то отрасли j это условие не выполнено и $T_j^A \leq T_j^B$. Тогда $T_i^A = T_j^A + \ln(\delta_i / \delta_j) / r \leq T_j^B + \ln(\delta_i / \delta_j) / r = T_i^B$. Таким образом, в регионе B , с одной стороны, в силу низких цены объемы водопотребления оказываются выше, а, с другой стороны, период эксплуатации подземных вод для каждой отрасли не меньше, чем в регионе A . Это означает, что совокупный объем использования подземных вод в регионе B должен быть больше, но это невозможно в силу одинаковых запасов вод в двух регионах.

Наконец обратимся к анализу эффективности водопользования. Рассмотрим два региона, которые различаются лишь коэффициентами безвозвратного использования подземных вод.

Утверждение 11. Пусть два региона, A и B различаются лишь эффективностью использования подземных вод: $\delta_j^B > \delta_j^A$ и $\delta_i^B = \delta_i^A = \delta_i$ для всех $i \neq j$. Будем считать, что сток поверхностных вод в обоих регионах достаточно велик $\bar{L}^A \geq \sum_i \hat{x}_i^A$ и $\bar{L}^B \geq \sum_i \hat{x}_i^B$. Тогда $\lambda^B > \lambda^A$, $p_{it}^B > p_{it}^A$ и $T_i^B < T_i^A$ для всех i .

Доказательство. Покажем, что $\lambda^B > \lambda^A$. От противного: предположим, что $\lambda^B \leq \lambda^A$. Тогда для периода, в течение которого в обоих регионах отрасль i использует подземные воды, имеем $p_{it}^B = c_g + \delta_i \lambda^B e^{rt} \leq c_g + \delta_i \lambda^A e^{rt} = p_{it}^A$ для всех $i \neq j$. Это означает, что отрасль i в регионе A быстрее достигнет уровня c_l , то есть $T_i^A \leq T_i^B$.

Поскольку $\delta_j^B > \delta_j^A$ и $\delta_i^B = \delta_i^A = \delta_i$ для всех $i \neq j$, то $T_i^A - T_j^A = \ln(\delta_i^A / \delta_j^A) / r > \ln(\delta_i^B / \delta_j^B) / r = T_i^B - T_j^B$. При $T_i^A \leq T_i^B$ данное неравенство может иметь место лишь при $T_j^A < T_j^B$.

Таким образом, $c_g + \delta_j^B \lambda^B e^{rT_j^B} = c_l = c_g + \delta_j^A \lambda^A e^{rT_j^A}$ или $\delta_j^B \lambda^B e^{rT_j^B} = \delta_j^A \lambda^A e^{rT_j^A}$. Поскольку $T_j^B > T_j^A$, то $e^{rT_j^B} > e^{rT_j^A}$ и, соответственно, $\delta_j^B \lambda^B < \delta_j^A \lambda^A$. В результате находим, что $p_{jt}^B = c_g + \delta_j^B \lambda^B e^{rt} < c_g + \delta_j^A \lambda^A e^{rt} = p_{jt}^A$. Таким образом, $p_{it}^B \leq p_{it}^A$ для всех i , причем неравенство строгое для $i = j$. В силу убывания функции с учетом условий на коэффициенты водопотребления можем заключить, что $\delta_i^B g_{it}^B \geq \delta_i^A g_{it}^A$ для всех i и $\delta_j^B g_{jt}^B \geq \delta_j^A g_{jt}^A$. С учетом того, что $T_j^B > T_j^A$ и $T_i^B \geq T_i^A$, то совокупное водопотребление подземных вод в регионе B будет выше, что невозможно при одинаковых запасах:

$$S_0^B = \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^B} \delta_i^B g_{it}^B dt > \sum_{i=1}^3 \int_0^{T_i^A} \delta_i^A g_{it}^A dt = S_0^A.$$

Полученное противоречие доказывает, что $\lambda^B > \lambda^A$.

При $\lambda^B > \lambda^A$ имеем $p_{it}^B = c_g + \delta_i^B \lambda^B e^{rt} > c_g + \delta_i^A \lambda^A e^{rt} = p_{it}^A$ для всех i . Это означает, что отрасль i в регионе B быстрее достигнет уровня c_l , то есть $T_i^B < T_i^A$.

Полученные результаты анализа сравнительной статистики просуммированы в таблице 1.

Таблица 1. Результаты анализа сравнительной статистики для случая неэффективного ограничения на объем стока поверхностных вод.

Экзогенные параметры	Характеристики эффективной траектории	Рента, λ	Цена для отрасли i в момент t ($t < T_i$), P_{it}	Момент переключения отрасли i на поверхностное водоснабжение, T_i
Увеличение запаса подземных вод, S_0		–	–	+
Увеличение предельных издержек водоснабжения из подземных источников, c_g		–	+/-	+
Увеличение предельных издержек для поверхностного водоснабжения, c_l		+	+	+
Снижение коэффициента водопотребления подземных вод для отрасли j , δ_j		–	–	+

Обозначения: «+» - растет, «-» - падает, «+/-» - изменяется неоднозначно.

Результаты, представленные в таблице 1, вполне согласуются с интуицией. К примеру, снижение коэффициента безвозвратного водопотребления (последняя строка) аналогично эффекту увеличения запаса подземных вод и, соответственно, приводит к снижению ренты (как показателю, отражающему редкость ресурса). Уменьшение рентной составляющей, в свою очередь, влечет падение цены ресурса. Поскольку подземные воды дешевеют, то становится менее выгодно переключаться на использование более дорогих поверхностных вод и, соответственно, это смена источника водоснабжения происходит позже.

Заключение

В данной работе построена и исследована модель водопользования для экономики с тремя секторами: промышленным сектором, сельскохозяйственным сектором и жилищно-коммунальным сектором, где в качестве источника пригодной для потребления воды могут выступать поверхностные воды (в отношении которых присутствует ограничение на пополняемый сток), истощаемые подземные воды и также имеется доступ к альтернативному источнику водоснабжения, в качестве которого может выступать импорт воды из другого региона или использование технологии опреснения морской воды.

Объем потребления подземных вод определяется не только водозабором, но и способом использования воды: забранная вода частично возвращается обратно и коэффициенты безвозвратного потребления различаются по секторам экономики. Показано, что отрасль, менее эффективно использующая истощаемые подземные воды (т.е. с большим коэффициентом водозабора) должна в первую очередь приступать к использованию поверхностных вод или альтернативного источника водоснабжения, нежели более эффективная отрасль.

Получены траектории эффективного водопотребления и цен для следующих ситуаций в зависимости от эффективности ограничения на объем стока поверхностных вод. Показано, что даже при неэффективности ограничения на объем стока в модели возможно одновременное использование дешевого и дорогого источника водоснабжения, то есть имеет место нарушения принципа Герфиндаля, что объясняется наличием специфического внешнего воздействия, вызванного различиями в истощении подземных вод для разных отраслей при одинаковых объемах потребления подземных вод. В результате альтернативные издержки водопотребления для этих отраслей оказываются различны, что влечет последовательное переключение отраслей на более дорогие источники водопотребления и, как следствие, наблюдается одновременное использование дорого и дешевого источника водоснабжения разными отраслями.

Для случая неэффективного ограничения на объем стока поверхностных вод проведен анализ сравнительной статистики, а именно, исследовано влияние запаса подземных вод, предельных издержек водоснабжения из подземных и поверхностных источников, а также коэффициента водопотребления подземных вод на эффективные траектории цен и

водопотребления. Показано, что увеличение запаса подземных вод и/или снижение коэффициента водопотребления подземных вод для некой отрасли ведет к снижению ренты и цен при использовании подземных вод, а также отдаляет момент переключения на поверхностное водоснабжение. Увеличение предельных издержек водоснабжения из подземных источников оказывает аналогичное влияние на ренту и момент переключения на поверхностное водоснабжение, но неоднозначно влияет на цены, а повышение предельных издержек поверхностного водоснабжения влечет рост ренты, цен и приближает момент переключения на поверхностное водоснабжение.

Приложение

Случаи	отрасли периоды	Источники водоснабжения								
		подземные воды			поверхностные воды			альтерн. источник		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\bar{p} \leq c_l$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	-	+	+	+	-	-	-
$\bar{p} \leq c_y$ и $c_l \leq \hat{p}_l$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	+	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	4	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	5	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	6	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	7	-	-	-	+	+	+	-	-	-
$\bar{p} \leq c_y$ и $\hat{p}_{l2} < c_l$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	5	-	-	-	+	+	+	-	-	-
4. $\bar{p} \leq c_y$ и $\hat{p}_l < c_l \leq \hat{p}_{l2}$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	5	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	6	-	-	-	+	+	+	-	-	-
$\bar{p} > c_y$ и $\hat{p}_l > c_y$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	+	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	-	-	+	-	-
	4	-	-	+	+	+	-	+	+	-
	5	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$\bar{p} > c_y$ и $c_l \leq \hat{p}_l < \hat{p}_{l2} < c_y$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	+	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	4	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	5	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	6	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	7	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$\bar{p} > c_y$ и $c_l \leq \hat{p}_l < c_y < \hat{p}_{l2}$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	+	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	4	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	5	-	-	+	+	+	-	+	+	-
	6	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$\bar{p} > c_y$ и $\hat{p}_l < \hat{p}_{l2} < c_l$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	5	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$\bar{p} > c_y$ и $\hat{p}_l < c_l < \hat{p}_{l2} < c_y$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	+	+	+	-	-	-	-
	5	-	-	+	+	+	+	-	-	-
	6	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$\bar{p} > c_y$ и $\hat{p}_l < c_l < c_y < \hat{p}_{l2}$	1	+	+	+	-	-	-	-	-	-
	2	-	+	+	+	-	-	-	-	-
	3	-	+	+	+	+	-	-	-	-
	4	-	-	+	+	+	-	+	+	-
	5	-	-	-	+	+	+	+	+	+

Источники

В.И.Данилов-Данильян, К.С.Лосев (2006), Потребление воды: экологический, экономический, социальный и политический аспекты, Москва, Наука.

Chakravorty U., E.Hochman, Ch.Umetsu, D.Zilberman (2005), "Water Distribution and Market Power". Working Paper Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=734427>

Garcia S., A.Reinaud. (2004), Estimating the benefits of efficient water pricing in France, *Resource and Energy Economics*, vol. 26, pp.1-25.

Gaudett G., M.Moreaux, C.Withagen (2006), The Alberta dilemma: optimal sharing of a water resource by an agricultural and an oil sector, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol.52, pp.548-566.

Griffin R.(2001), Effective water pricing, *Journal of the American Water Resources Association*, vol.37, N5, pp.1335-1347.

Heal G. (1976), The relationship between Price and extraction cost for a resource with a backstop technology, *The Bell Journal of Economics*, vol.7, N2, pp. 371-378.

Herfindahl O.C. (1967), Depletion and economic theory, в книге M.Gaffney (ed.), *Extractive resources and taxation: Proceedings*, University of Wisconsin Press, Madison.

Holland S.P. (2003), Extraction capacity and the optimal order of extraction, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol.45, pp.569-588.

Hotelling H. (1931), The Economics of Exhaustible Resources, *Journal of Political Economy*, vol.39, N2, pp. 137-175.

Johansson R.C. (2000). Pricing irrigation water: a literature survey, *World Bank Policy Research Working Paper N2449*.

Shiklomanov I.A. (ed.) (2003). World Water Resources at the Beginning of the XXIst Century. Cambridge University Press.

Zhou Yu., R.Tol, Implications of desalination for water resources in China: an economic perspective, *Desalination*, vol.164, pp.225-240, 2004.