ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НИЖНИЙ НОВГОРОД

Научно-учебная лаборатория количественного анализа
и моделирования экономики

*О.В. Польдин*

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБОРА ВУЗА АБИТУРИЕНТОМ ПРИ ЕДИНОМ И РАЗДЕЛЬНОМ ЭКЗАМЕНАХ

Препринт P1/2007/01

Серия P1

Научные доклады лаборатории
количественного анализа и
моделирования экономики

Нижний Новгород
НФ ГУ-ВШЭ
2007

УДК 37.014.54
ББК 74
П 23

Издание осуществлено в рамках
Инновационной образовательной программы ГУ ВШЭ
«Формирование системы аналитических компетенций
для инноваций в бизнесе и государственном управлении»

Редактор серии Р1
“Научные доклады лаборатории количественного анализа и моделирования экономики ”
*А.М. Силаев*

**Польдин О.В.** Моделирование выбора вуза абитуриентом при едином и раздельном экзаменах. Препринт P1/2007/01. – Нижний Новгород: НФ ГУ-ВШЭ, 2007. – 22 с.

Рассмотрена вероятностная модель выбора вуза абитуриентами при двух системах приема: по результатам вступительных экзаменов в отдельный вуз и по результатам единого экзамена для всех вузов. Абитуриенты различаются априорными функциями распределения результатов экзаменов, вузы отличаются степенью привлекательности для абитуриентов. Из модели следует, что система раздельных экзаменов уступает единому экзамену по критерию сопоставления лучших абитуриентов лучшим вузам, что приводит к потерям общественного благосостояния. Из построенной модели также следует, что при раздельных экзаменах формальный конкурс в вуз, измеряемый числом заявок на место, не является однозначным показателем качества вуза.

УДК 37.014.54
ББК 74

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Последние несколько лет в России осуществляется переход от системы приема в вузы по результатам вступительных экзаменов к системе централизованного тестирования, единому государственному экзамену (ЕГЭ). Конечно, практическая реализация единого экзамена сопряжена со многими трудностями [1]. Педагоги высказывают критические замечания по методике проверки знаний при ЕГЭ. Существуют опасения в том, возможно ли в масштабах страны обеспечить секретность заданий и исключить злоупотребления во время проведения экзамена. Несмотря на проблемы, следует признать, что система универсального подхода к оцениванию знаний потенциально более справедлива и предоставляет равные условия для выпускников школ.

Вступительные экзамены в вуз и ЕГЭ выполняют функцию отбора абитуриентов на ограниченное число студенческих позиций. Очевидно, что вузы, среди которых поступающим приходится выбирать, неоднородны с точки зрения привлекательности для абитуриентов. Эта привлекательность зависит от различных экономических и социальных факторов: ожидаемой величиной доходов выпускника, престижностью, качеством и условиями обучения, местом нахождения и т.п. На основе подобных показателей, абитуриенты ранжируют вузы в соответствии со своими предпочтениями, стремясь, при прочих равных условиях, поступить наиболее привлекательное учебное заведение. Из-за ограниченного количества бюджетных мест, поступающие конкурируют между собой за бесплатное для них обучение. Также возможен отбор на платные места, если ресурсы вуза или его политика в отношении качества обучения не позволяют принимать всех платежеспособных абитуриентов[1]. Таким образом, поступающие в вуз соревнуются своими результатами экзаменов, и ценность приза в таком соревновании может быть весьма высока[2].

Логично считать, что как частные, так и общественные выгоды от образования прямо зависят от того, насколько удается добиться соответствия между качеством вуза и уровнем способностей обучаемых. Эффективность системы отбора в вуз можно оценивать исходя из того, насколько она в состоянии предоставить

---

[1] Проблеме соответствия между университетом и студентами посвящены множество работ, см. например [2-5].

[2] Стоимость года платного обучения в ведущих российских вузах сопоставима с размером среднедушевого ВВП.

абитуриентам с относительно лучшими результатами экзаменов большие возможности по обучению в привлекательных для них вузах.

Процедура взаимного выбора абитуриента и вуза при едином экзамене представляется простой и понятной, поскольку основана на универсальной оценке, доступной учащимся до выбора учебного заведения. При раздельных вступительных испытаниях, при выборе вуза абитуриентам приходится выбирать сначала вуз, затем сдавать экзамены.[3]

Результат тестирования или экзамена является неопределенным для абитуриента до проведения испытания. Априорные вероятности набрать то или иное количество баллов у разных абитуриентов неодинаковы из-за влияния разнообразных факторов – природной одаренности, усердия абитуриентов во время обучения в школе, качества полученного довузовского образования и т.д. Результат конкретного учащегося подвержен влиянию и случайных причин – подготовленности именно по доставшимся вопросам, везения.

Ниже рассмотрены достаточно простые вероятностно-статистические модели, соответствующие процедурам отбора абитуриентов по результатам ЕГЭ и раздельных вступительных экзаменов в каждый отдельный вуз. Выбор модели обусловлен целью данной работы – оценить, как априорная неопределенность результата испытания при раздельных экзаменах определяет выбор вуза абитуриентами и каковы последствия этого выбора для самих абитуриентов и вузов. С целью сохранения простоты моделей, не рассматривается влияние на результаты экзаменов эндогенных факторов, таких как затраты времени на подготовку или явные расходы на дополнительные занятия с преподавателями.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.

Предположим, что абитуриенты различаются функциями распределения априорной плотности вероятности (п.в.) количества баллов, получаемых на экзамене. Результат экзамена $i$-го абитуриента, $x_i$, считается непрерывной случайной величиной, имеющей интегральную функциию распределения $F_i(x)$. Будем использовать также функцию $S_i(x)=1-F_i(x)$, имеющую смысл вероятности набрать не менее $x$ баллов.

Абитуриенты могут выбирать вуз для поступления среди $L$ учебных заведений. Обозначим $U_{ij}$ полезность $i$-го абитуриента при условии успешного поступления в

[3] Выбор в данной ситуации сходен с закрытым аукционом, в котором на торги выставлены несколько однородных товаров [6].

вуз $j$, $i=1,\ldots, N$, $j=1,\ldots, L$. Если $i$-й абитуриент не поступает в вуз, то он получает полезность $U_{i0}$ . Считаем, что $U_{ij} > U_{i0}$ . Для меньшей громоздкости выкладок положим $U_{i0}=0$ для всех поступающих.

Число мест в вузе $j$, на которые претендуют абитуриенты, обозначим $M_j$ . Общее число мест во всех вузах $M= M_1 + M_2 +\ldots+ M_L$.

Две схемы отбора в вуз – по итогам ЕГЭ и раздельных вступительных экзаменов в каждый вуз – можно представить следующим образом.

1) Единый экзамен.

При этой процедуре абитуриенты сначала сдают одинаковый для всех экзамен с результатом в виде некоторого количества баллов, затем выбирают вуз или вузы, в который направляют заявки на поступление. В каждом вузе результаты поданных заявок ранжируются и отбираются $M_j$ лучших результатов. Худший результат среди отобранных заявок определяет проходной балл: абитуриенты с баллом не ниже проходного зачисляются в вуз. Если результат оказывается не ниже проходного для нескольких предварительно выбранных вузов, абитуриент окончательно выбирает учебное заведение с большей полезностью.

Общее распределение баллов по итогам единого экзамена дается функцией

$$F_{\Sigma}(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} F_i(x).$$

Для конкретного вуза важны результаты тех поступающих, которые хотели бы в нем учиться. Введем функцию

$$I_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-й} \text{ абитуриент подает заявку в вуз } j. \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

В конкурсе в $j$-й вуз участвуют $N_j$ абитуриентов:

$$N_j = \sum_{i=1}^{N} I_{ij} ,$$

их результаты имеют распределение

$$F^j(x) = \frac{1}{N_j}\sum_{i=1}^{N} I_{ij} F_i(x).$$

Проходной балл в вуз $j$, $\widehat{x}_j$, есть $M_j$-*й* по счету результат, начиная с лучшего. Так как результаты участников случайны, проходной балл также является случайной величиной – $(N_j–M_j+1)$-*й* порядковой статистикой [7]. Заметим, что для больших $N_j$

дисперсия значений проходного балла становится значительно меньше дисперсии результата отдельного участника, и тогда $\widehat{x}_j$ можно приближенно найти из условия

$$S^j(\widehat{x}_j) = \frac{M_j}{N_j}. \qquad (1)$$

При едином экзамене рациональный абитуриент подает заявки со своим результатом в несколько подходящие вузов, и при успешном прохождении конкурса в более, чем одном из них, выбирает лучший. Поэтому при данной схеме отбора, абитуриенты с наивысшими результатами обладают наиболее широкими возможностями выбора. В целом, лучшие $M_1 + M_2 + \ldots + M_L$ абитуриентов поступают в тот или иной вуз. Если под эффективным и справедливым распределением ресурсов в рассматриваемом контексте понимать установление соответствия между наиболее способными абитуриентами и привлекательными для них вузами, то единый экзамен является весьма удачным механизмом отбора.

2) Раздельные экзамены.

При данной процедуре абитуриенты сначала выбирают один вуз, в который намерены поступить, и лишь затем сдают экзамен[4]. Результаты испытания не могут быть засчитаны в конкурсе других вузов. По итогам экзаменов в каждом отдельном вузе, исходя из имеющихся мест и поданных заявок, формируется проходной балл. Результаты экзамена в каждый вуз будем оценивать по единой шкале.

При принятии решения о том, в какой вуз поступать, абитуриент использует информацию о функции распределения своего результата и функциях распределения остальных поступающих. Для оценивания распределений индивид может использовать опыт довузовского обучения, результаты репетиционных экзаменов, результаты испытаний прошлых лет и т.п.

Ожидаемая полезность $i$-го абитуриента *при условии* выбора вуза $j$ равна

$$p_{ij}U_{ij} + (1 - p_{ij})U_{i0} = p_{ij}U_{ij},$$

где $U_{ij}$ – полезность в случае успешного поступления в вуз $j$, $p_{ij}$ – вероятность поступления. Слагаемое $(1–p_{ij})U_{i0}$ было исключено в силу предположения $U_{i0}=0$.

---

[4] Хотя в действительности, абитуриенты имеют право сдавать экзамены в несколько вузов, из-за особенностей программ вступительных испытаний большинство абитуриентов предпочитают целенаправленно готовиться к поступлению в заранее выбранное заведение. Совпадения дат проведения экзаменов в различных вузах во время официальной приемной кампании также ограничивают выбор абитуриентов.

Рациональный абитуриент предпочтет сдавать экзамены в тот вуз, для которого ожидаемая полезность наибольшая, этот выбор определяет его безусловную полезность

$$U_i = \max\left(p_{ij}U_{ij},\, j = 1,\ldots,L\right).$$

При условии, что проходной балл равен $\widehat{x}$, вероятность $p_{ij}$ есть вероятность результата оказаться не ниже проходного балла в вуз $j$:

$$p_{ij} = S_i(\widehat{x}_j). \qquad (2).$$

Проходной балл есть результат последнего зачисленного абитуриента (без учета *j-го*), и также является случайной величиной. Для точного расчета следует использовать безусловную вероятность поступления, умножив правую часть выражения (2) на п.в. $\widehat{x}$ и проинтегрировав:

$$p_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\widehat{x}_j) f(\widehat{x}_j)\, d\widehat{x}_j$$

Если п.в. баллов участника значительно «шире» п.в. проходного балла, безусловная вероятность приближенно равна условной вероятности (2) при $\widehat{x}$=E($\widehat{x}$). Именно такой «средний» проходной балл будет использоваться в дальнейшем.

Ограничение на число мест в вузе $j$ имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{N} I_{ij} \cdot S_i(\widehat{x}_j) \le M_j.$$

Из-за того, что каждый абитуриент пытается поступить только в один вуз, $I_{ij}=1$ для одного $j$.

Таким образом, задача выбора вуза абитуриентами формулируется как задача максимизации ожидаемой полезности:

$$\max_{I_{ij}}\left\{\max\left(S_i(\widehat{x}_j)\cdot U_{ij},\, j = 1,\ldots,L\right)\right\},\;\; i = 1,\ldots,N,$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{N} I_{ij} \cdot S_i(\widehat{x}_j) \le M_j,\;\; j = 1,\ldots,L.$$

В состоянии равновесия абитуриенты распределяются по вузам, исходя из оценок своих и чужих результатов и полезностей. Желание многих абитуриентов поступать в более привлекательный вуз сталкивается с уменьшающейся вероятностью удачного поступления. Ожидаемый проходной балл в каждый вуз определяется распределениями результатов тех абитуриентов, что выбрали его для поступления. Проходные баллы определяют вероятности успешного прохождения конкурса и, тем самым, выбор вуза. Поскольку любой абитуриент теоретически может поступать в любой вуз, то $\widehat{x}_j$, вообще говоря, зависит от распределений баллов и предпочтений всех *N* участников.

**Частный случай: модель с двумя вузами**

Абитуриентам обычно приходится выбирать среди небольшого количества вузов по избранному профилю, особенно в небольших регионах. Учитывая подобную ограниченность, упростим модель, предположив, что абитуриенты выбирают между двумя вузами.

Обозначим $U_{i1}$ полезность *i-го* абитуриента при поступлении в вуз 1, $U_{i2}$ – его полезность при поступлении в вуз 2. Вуз 1 предполагается более привлекательным для всех поступающих: $U_{i1}>U_{i2}$. Если абитуриент не поступает в вуз, то он получает полезность $U_{i0}=0$. Число мест в вузе 1 обозначим $M_1$, в вузе 2 – $M_2$.

При *едином экзамене* проходной балл в вуз 1, $\widehat{x}_1$, определяется из условия, что абитуриенты с лучшими $M_1$ результатами, попадают в вуз 1:

$$N \cdot S_\Sigma(\widehat{x}_1) = M_1. \tag{3}$$

Абитуриенты со следующими $M_2$ лучшими результатами зачисляются в вуз 2, проходной балл $\widehat{x}_2$ находится из соотношения

$$N\left(S_\Sigma(\widehat{x}_2) - S_\Sigma(\widehat{x}_1)\right) = M_2. \tag{4}$$

При *раздельных экзаменах* абитуриенты максимизируют свою полезность

$$\max\left(S_i(\widehat{x}_1)\cdot U_{i1},\ S_i(\widehat{x}_2)\cdot U_{i2}\right),\ \ i=1,\dots,N, \tag{5}$$

с «бюджетными» ограничениями на число мест в вузах:

$$\sum_{i=1}^{N} I_{i1}\cdot S_i(\widehat{x}_1) \le M_1,\ \sum_{i=1}^{N} I_{i2}\cdot S_i(\widehat{x}_2) \le M_2. \tag{6}$$

В функции полезности (5) роль анти-благ выполняют проходные баллы. На рис.1 показан примерный вид кривых безразличия такой функции полезности. Вершины кривых безразличия лежат на линии, неявно заданной соотношением

$$S_i(\widehat{x}_1)\cdot U_{i1} = S_i(\widehat{x}_2)\cdot U_{i2}.$$

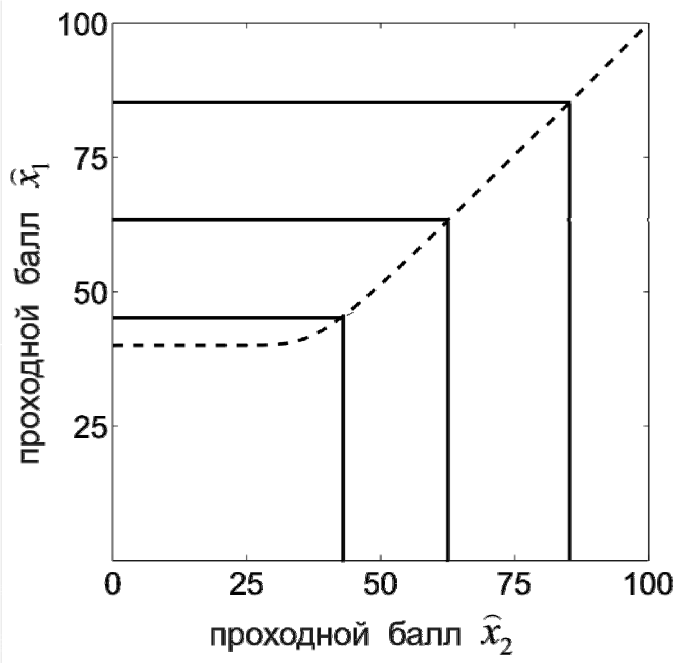


Рис.1. Кривые безразличия функции полезности абитуриента.

На рис. 2 показаны ограничения (6), где незатемненной областью показано доступное множество $\{\widehat{x}_1, \widehat{x}_2\}$. Точка пересечения границ множеств (6) задает пару равновесных проходных баллов.

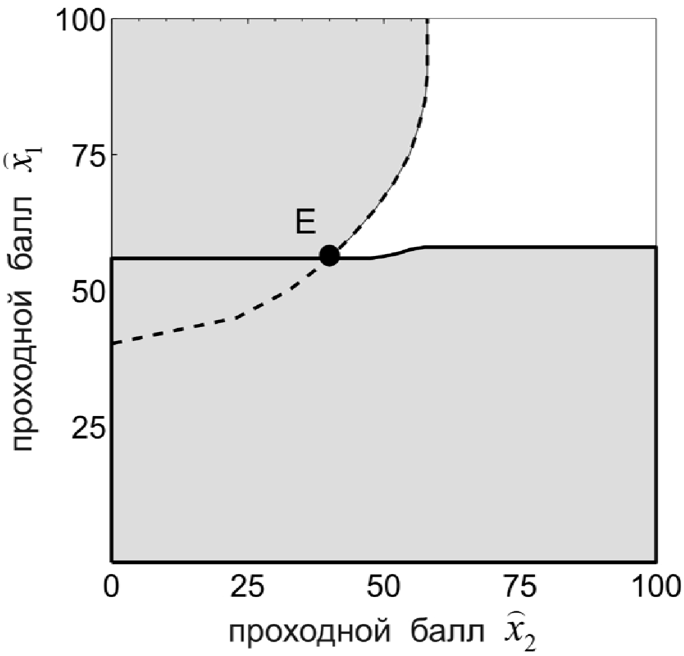


Рис.2. Ограничения для задачи максимизации полезности и точка равновесия.

При таком раскладе, часть абитуриентов предпочитает подать заявление в вуз 1 (например, с кривой безразличия 1 на рис. 3), остальные – в вуз 2 (например, с кривой безразличия 2).

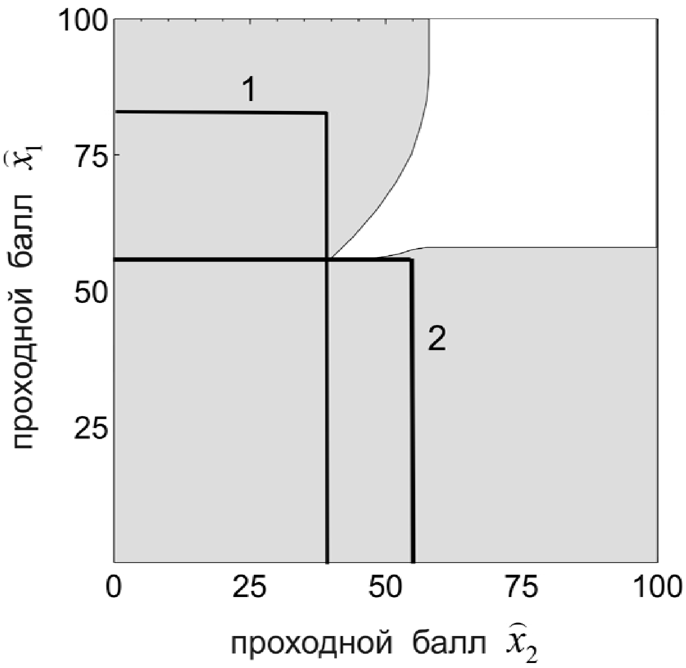


Рис.3. Выбор вуза при различных кривых безразличия.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Некоторые выводы из модели проиллюстрируем, опираясь на численные расчеты модели с двумя вузами. Результат экзамена $i$-го абитуриента представим в виде суммы двух слагаемых

$$x_i = m_i + v_i, \quad i=1,\dots, N,$$

где $m_i$ – среднее значение результата; $v_i$ – случайное возмущение, имеющее интегральную функцию распределения $F_v(v)$, плотность вероятности $f_v(v)=F'_v(v)$, с нулевым математическим ожиданием $E(v)=0$; $N$ – общая численность поступающих. Таким образом, интегральная функция распределения $x_i$ равна $F_i(x)=F_v(x-m_i)$.

Априорные распределения результатов различных абитуриентов различаются средними $m_i$, которые будем предполагать образующими последовательность

$$m_i = 100 \cdot F_m^{-1}\left(\frac{i}{N+1}\right). \tag{7}$$

Значения $i/(N+1)$ есть математические ожидания $i$-й порядковой статистики для $N$ выборочных случайных величин, равномерно распределенных на интервале от 0 до 1.

Функция $F_m^{-1}(\cdot)$ преобразует равномерное распределение в распределение с интегральной функцией $F_m(m)$.

Соотношение между дисперсиями распределений $m_i$ и $v_i$ показывает не только то, как соотносится разброс фактических способностей участников (измеряемый дисперсией $m$) и неопределенность исхода экзамена для каждого из них (измеряемая дисперсией $v$). В модели эти показатели характеризуют воспринимаемые неопределенности. Если абитуриенты хорошо представляют себе, каковы истинные способности поступающих в избранный вуз, дисперсия $m$ относительно велика. Если же предсказать свои и чужие результаты очень трудно и чуть ли не каждый имеет шанс успешно выдержать испытание, то преобладает дисперсия $v$ [5].

Рассмотрим ситуации, отличающиеся соотношением между $\sigma^2_m$ и $\sigma^2_v$.

**Ситуация 1: $\sigma^2_m/\sigma^2_v$ велико.**

На рис. 4 столбиками показаны значения $m_i$, когда в качестве $F_m(m)$ в (7) выбрана интегральная функция бета-распределения

$$F_m(m) = \frac{1}{B(4,4)} \int_0^{m/100} t^3(1-t)^3\,dt, \tag{8}$$

где $B(4,4)$ – бета функция. Для удобства восприятия показаны лишь каждое десятое из $N$=500 значений, величина столбиков нормирована в соответствии с п.в. бета-распределения (8).

Распределение $v$ – нормальное с нулевым средним и $\sigma_v$ =5, так что $\sigma^2_m > 10\sigma^2_v$. Также на рис.4 приведена п.в. всех результатов

$$f_\Sigma(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_v(x - m_i). \tag{9}$$

Для $N=500$, $M_1=0.3\ N$, $M_2=0.3\ N$, $U_{i2}=0.5U_{i1}$, численное моделирование по формулам (3), (4) дают ожидаемые проходные баллы при едином экзамене $\hat{x}_1$=59.75, $\hat{x}_2$=45.26. Рис. 5 иллюстрирует данные расчеты: площадь под «хвостом» п.в. $f_\Sigma(x)$ справа от $\hat{x}_1$ составляет $M_1/N=0.3$, площадь между $\hat{x}_1$ и $\hat{x}_2$ составляет $M_2/N=0.3$.

[5] Результаты репетиционных экзаменов, контрольных работ на подготовительных курсах способны сообщить слушателям информацию об их относительных шансах при поступлении в конкретный вуз. Однако трудно использовать эту информацию, как и проходные баллы прошлых лет, для сравнения абсолютных результатов в *различных* вузах.

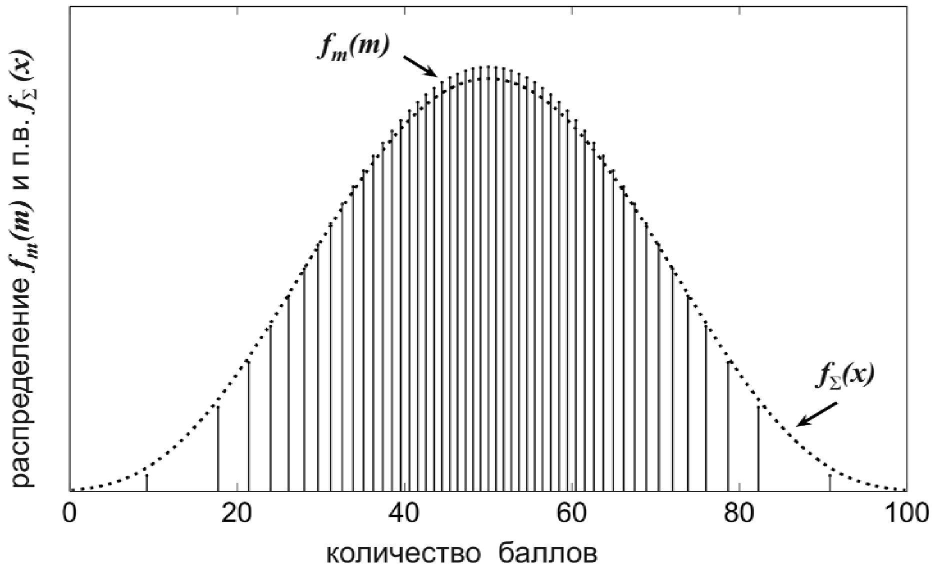


Рис.4. Распределение результатов экзамена.

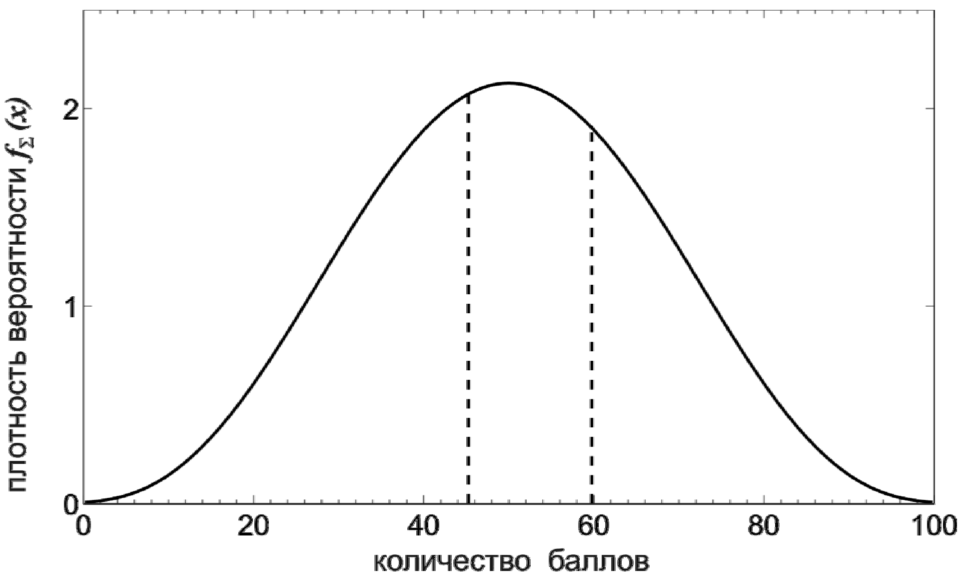


Рис.5. Определение проходных баллов при едином экзамене.

Решение задачи (5), (6) для раздельных экзаменов дает $\hat{x}_1$=57.59, $\hat{x}_2$=43.41. Число поступавших в вуз 1 – 169 человек (34% от $N$), в вуз 2 – 331 (66% от $N$). На рис.6 показаны распределения результатов тех абитуриентов, что выбрали вуз 1 (кривая 1) и вуз 2 (кривая 2):

$$f^{вуз1}(x) = \frac{N_1}{N}\sum_{i=1}^{N} I_{ij}F_i(x),\ f^{вуз2}(x) = \frac{N_2}{N}\sum_{i=1}^{N} I_{ij}F_i(x), \qquad (10)$$

нормированные таким образом, что их сумма дает общее распределение (9). Пунктирные вертикальные линии обозначают проходные баллы.

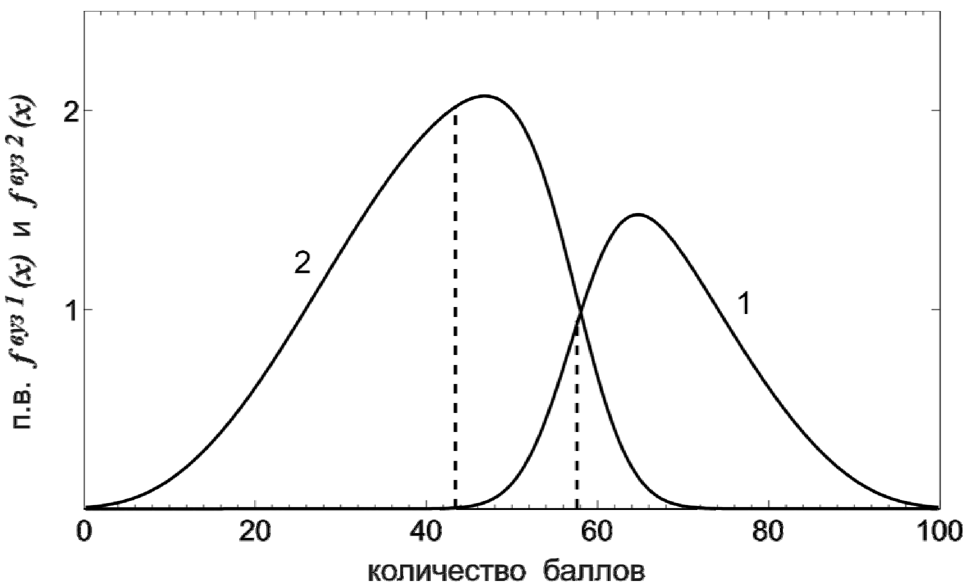


Рис.6. Распределения результатов при раздельных экзаменах в вузе 1 (кривая 1) и вузе 2 (кривая 2), $\sigma^2_m/\sigma^2_v$ велико.

Очевидно, что в пределе при $\sigma^2_v \to 0$ распределение результатов будет целиком определяться распределением $m_i$: проходные баллы $\hat{x}_1 = m_{N-M_1+1}$, $\hat{x}_2 = m_{N-M_1-M_2+1}$. По эффективности отбора, такая ситуация эквивалентна единому экзамену.

**Ситуация 2: $\boldsymbol{\sigma^2_m/\sigma^2_v}$ мало.**

В качестве $F_m(m)$ в (18) выберем интегральную функцию нормального распределения со средним значением 50 и $\sigma_m$ =5, а распределение $v$ – бета-распределение с интегральной функцией (8).

Таким образом, распределения средних значений и возмущений поменялись местами, так что общее распределение результатов практически не изменилось, но теперь $\sigma^2_m < 10\sigma^2_v$.

Проходные баллы при едином экзамене не меняются. Для раздельных экзаменов проходные баллы стали ниже $\hat{x}_1$=53.06, $\hat{x}_2$=32.98. Число поступающих в вуз 1 – 300 человек (60% от $N$), в вуз 2 – 200 (40% от $N$). На рис.7 показаны распределения результатов по вузам (10): кривая 1 соответствует вузу 1, кривая 2 – вузу 2. Пунктирные вертикальные линии обозначают проходные баллы.

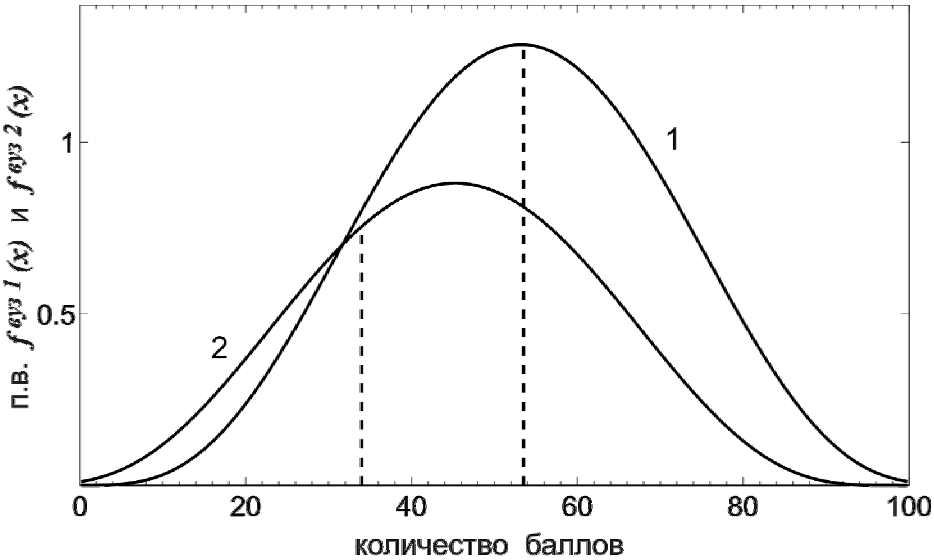


Рис.7. Распределения результатов при раздельных экзаменах в вузе 1 (кривая 1) и вузе 2 (кривая 2), $\sigma^2_m/\sigma^2_v$ мало.

При $\sigma^2_m \to 0$ шансы всех абитуриентов на поступление становятся одинаковыми. В случае $\sigma^2_m=0$ можно предположить, что доля $\alpha$ от всех $N$ абитуриентов выбирает вуз 1, остальные $(1-\alpha)N$ человек – вуз 2. Ограничения (6) принимают вид

$$S_i(\hat{x}_1)\cdot \alpha N \le M_1,\ S_i(\hat{x}_2)\cdot(1-\alpha)N \le M_2\,. \tag{11}$$

Равновесные $\alpha$ задачи максимизации полезности (5), (11) нетрудно рассчитать аналитически:

$$\alpha = \begin{cases} \dfrac{M_1/N}{R\cdot M_2/N + M_1/N} & \text{при } R\cdot\left(1-M_2/N\right) \ge M_1/N; \\ \dfrac{M_1}{R\cdot N} \ \text{при } R\cdot\left(1-M_2/N\right) < M_1/N,\ M_1/N \le R; \\ 1 \ \text{при } R\cdot\left(1-M_2/N\right) < M_1/N,\ M_1/N > R. \end{cases} \tag{12}$$

Здесь $R = U_{i2}/U_{i1}$ есть отношение полезностей вузов, которое считается одинаковым для всех участников. На рис. 8 показаны зависимости $\alpha$ от $M_1/N$ (относительной величины доступных мест в вузе 1) и $M_2/N$, $R=0.5$.

Три различных области значений параметров выделяются в (13). При $R\cdot\left(1+M_2/N\right) \ge M_1/N$ ограничения (11) являются равенствами. При $R\cdot\left(1+M_2/N\right) < M_1/N,\ M_1/N \le R$ проходной балл в вуз 2 достигает минимума, второе ограничение в (11) становится строгим неравенством, что означает недобор на имеющиеся места в вузе 2. И наконец при $R\cdot\left(1+M_2/N\right) < M_1/N,\ M_1/N > R$ все абитуриенты выбирают вуз 1.

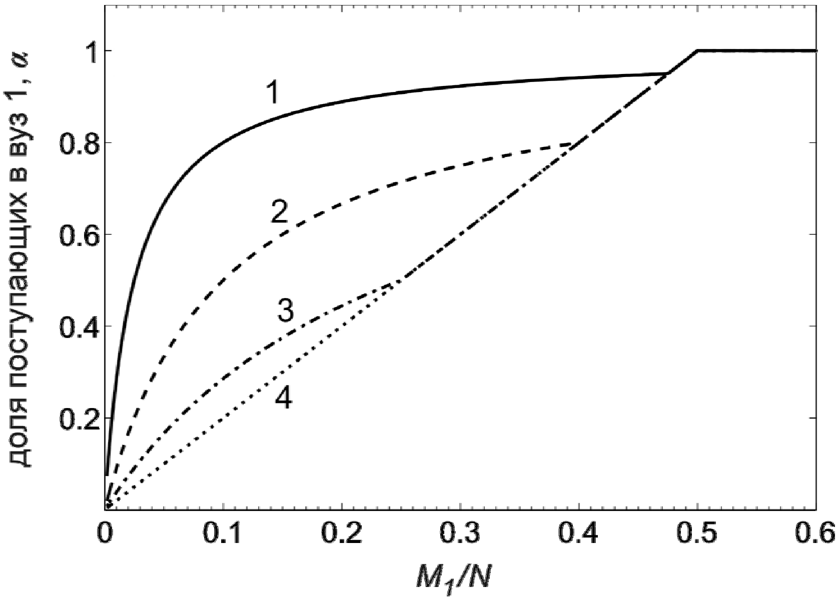


Рис.8а. Доля поступающих в вуз 1 ($\alpha$) в зависимости от относительного числа мест в вузе 1 ($M_1/N$) при различных значениях относительного числа мест в вузе 2 ($M_2/N$): $M_2/N$=0.05 (кривая 1), $M_2/N$=0.2 (кривая 2), $M_2/N$=0.5 (кривая 3), $M_2/N$=1 (кривая 4).

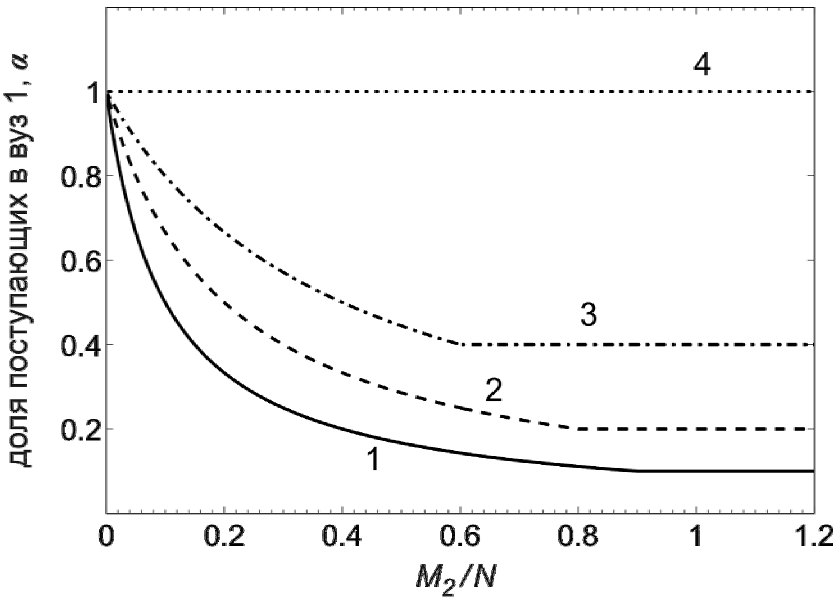


Рис.8б. Доля поступающих в вуз 1 ($\alpha$) в зависимости от относительного числа мест в вузе 2 ($M_2/N$) при различных значениях относительного числа мест в вузе 1 ($M_1/N$): $M_1/N$=0.05 (кривая 1), $M_1/N$=0.1 (кривая 2), $M_1/N$=0.2 (кривая 3), $M_1/N$=0.5 (кривая 4).

**Обсуждение результатов.**

Проходные баллы в оба вуза при раздельных экзаменах оказывается ниже, чем при едином экзамене. Это понятно, так как при едином экзамене проходные баллы формируются лучшими результатами всех участников, при раздельных – лучшими из тех, что участвуют в конкурсе в конкретный вуз. Часть абитуриентов вуза 2 имеют результаты, превосходящие проходной балл вуза 1. В ситуации 1 (рис.6) таких оказалось 21 человек (14% от поступивших в вуз 2), в ситуации 2 (рис.7) – 67 человек (45% от поступивших в вуз 2). Такие «ошибки» вызваны желанием поступающих пожертвоать качеством вуза в пользу большей вероятности поступления, и это приводит к снижению $\widehat{x}_1$. Также видно, что часть абитуриентов вуза 1 не поступили в избранный вуз, имея результаты выше проходного балла вуза 2. Эти абитуриенты не участвовали в конкурсе в вуз 2, и поэтому проходной балл $\widehat{x}_2$ стал ниже[6].

Факт, что проходные баллы при раздельных испытаниях ниже, чем при едином экзамене, означает, что лучший вуз проигрывает по качеству студентов. О вузе 2 такого однозначно сказать нельзя. Хотя проходной балл стал ниже, одновременно в вузе оказываются абитуриенты с результатами, более высокими, чем при едином экзамене.

Величина проходных баллов при раздельных экзаменах, очевидно, зависит от параметров модели.

Чем выше относительная полезность вуза 1, $U_{i1}/U_{i2}$, тем больший риск неуспеха готовы принять его абитуриенты ради обучения в престижном вузе, выше становятся конкурс и проходной балл в вузе 1, и ниже – в вузе 2.

Влияние увеличения неопределенности исхода экзамена на проходные баллы менее предсказуемо. С одной стороны, с ростом $\sigma^2_v$ становится больше число участников, потенциально способных преодолеть входной барьер в вуз 1. Конкурс в вуз 1 растет, в вуз 2 – падает, что оказывает повышающее давление на проходной балл в вуз 1 и понижающее – в вуз 2. Но с другой стороны, при росте дисперсии оценок претендентов результаты лучшей части растут, худшей части – снижаются. В зависимости от того, находится последний поступивший результат в нижней или верхней части распределения абитуриентов вуза, будет понижающее или повышающее давление на его проходной балл. Суммарное влияние этих эффектов от роста $\sigma^2_v$ на $\widehat{x}_1$ и $\widehat{x}_2$ может быть различным.

[6] Нужно отметить, что если бы *все* люди, ошибившиеся с выбором вуза, поменяли свое первоначальное решение, проходные баллы стали бы выше, и часть из этих абитуриентов все равно не поступила бы, а те участники, которые все же прошли бы по конкурсу, вытеснили бы других. Поэтому логичнее сравнивать итоги раздельных экзаменов с итогами единого.

Рост доступности вузов, измеряемый отношениями $M_1/N$ и $M_2/N$ создает условия для снижения проходных баллов и конкурса в обоих вузах[7].

Из модели следует, что формальный конкурс в вуз, измеряемый числом заявок на место, не является однозначным показателем качества вуза при раздельных экзаменах. Конкурс в вуз 2 может быть значительно выше, чем в вуз 1. Когда результат в основном предопределен легко наблюдаемыми способностями абитуриентов ($\sigma^2_m >> \sigma^2_v$) и число мест в лучшем вузе не очень велико, эти места достаются немногочисленным, но очень способным участникам. Средний поступающий не имеет реальных шансов преодолеть входной барьер в вуз 1, и основная масса конкурсантов устремляется в вуз 2. В этом случае популярность вуза вызвана его большей доступностью. Обратная ситуация с конкурсом, если много абитуриентов думают, что имеют шанс поступить в вуз 1, и успешно закончить его (см. рис. 8)[8]. Таким образом, высокий формальный конкурс в вуз может быть вызван кажущейся большей доступностью. По похожим причинам большая стоимость платного обучения и значительное число студентов-платников в том или ином вузе отражают существование платежеспособного спроса, который не обязан коррелировать с высокими требованиями к подготовке обучающихся.

Более точно измерить абсолютную привлекательность вуза в глазах абитуриентов позволяет конкурс среди заведомо более способных учащихся, например, победителей олимпиад, конкурсов, медалистов школ с хорошей репутацией.

**Влияние на благосостояние.**

Логично предположить, что частные и общественные выгоды от образования прямо зависят от качества вуза и от способностей обучаемых [8]. Введем явную связь полезности не только с вузом, но и с результатом экзамена (являющимся оценкой уровня способностей). Пусть

---

[7] При некоторых обстоятельствах, увеличение $M_1$ может привести к росту конкурса в вуз 1. Если первоначально число мест в вузе 1 мало, лишь небольшая доля абитуриентов из правого «хвоста» распределения претендует на поступление, конкурс мал. При росте $M_1$ проходной балл уменьшается, попадая в более населенную часть распределения, большее число участников имеет шанс поступить и конкурс может вырасти.

[8] Следует отметить, что кроме рациональных абитуриентов, адекватно оценивающих свои способности, в реальных экзаменах встречаются поступающие, рассчитывающие на использование запрещенных приемов, либо на редкое везение. Также часть абитуриентов изначально ориентируются на платное обучение, но, тем не менее, формально участвуют в конкурсе на бюджетные места.

$$U_{i1} = e^{0.01x_i} - 1, \quad U_{i1} = R(e^{0.01x_i} - 1), \quad 0<R<1,$$

так что полезность вуза 1 нелинейно возрастает от 0 при результате 0 до (*e-1*) при 100 баллах, и полезность вуза 2 при одинаковом результате приносит долю $R$ от полезности вуза 1.

В качестве меры совокупного благосостояния используем сумму полезностей всех абитуриентов:

$$\mathrm{U} = \sum_{i=1}^{N} U_i \,.$$

Очевидно, что для двух рассмотренных схем отбора агрегированная полезность достигает максимума при едином экзамене.

Потери благосостояния от раздельных испытаний связаны с тем фактом, что часть абитуриентов, не прошедших по конкурсу в вуз 1, имеют результаты ниже $\widehat{x}_1$, но выше $\widehat{x}_2$ при едином экзамене. Эти студенты оказываются за пределами бюджетных мест вузов, и получают полезность $U_{i0}$ вместо $U_{i2}$, а их место в вузе 2 занимают участники с худшими результатами. Другие потери вызваны тем, что часть апостериорно лучших абитуриентов с результатами выше $\widehat{x}_1$ выбрали не лучший вуз, не желая рисковать самой возможностью обучения. Благосостояние таких людей уменьшилось, т.к. полезность $U_{i2}$ ниже $U_{i1}$. а их места в вузе 1 достались абитуриентам с более низкими баллами.

Количественно относительные потери полезности можно измерить процентным отклонением совокупной полезности при раздельных экзаменах от полезности при едином экзамене

$$L = \left(1 - \frac{\mathrm{U}^{разд}}{\mathrm{U}^{един}}\right) \cdot 100\% .$$

Случай $\sigma^2_m$=0 соответствует наибольшей относительной неопределенности испытаний, и поэтому дает верхнюю границу уровня потерь $L$. На рис. 9 показаны зависимости потерь $L$ от параметров модели $M_1/N$ и $M_2/N$. Априорное распределение баллов задавалось бета-распределением с интегральной функцией (8), разделение по вузам определялось выражением (12). Как видно из рисунка, потери могут достигать ощутимой величины.

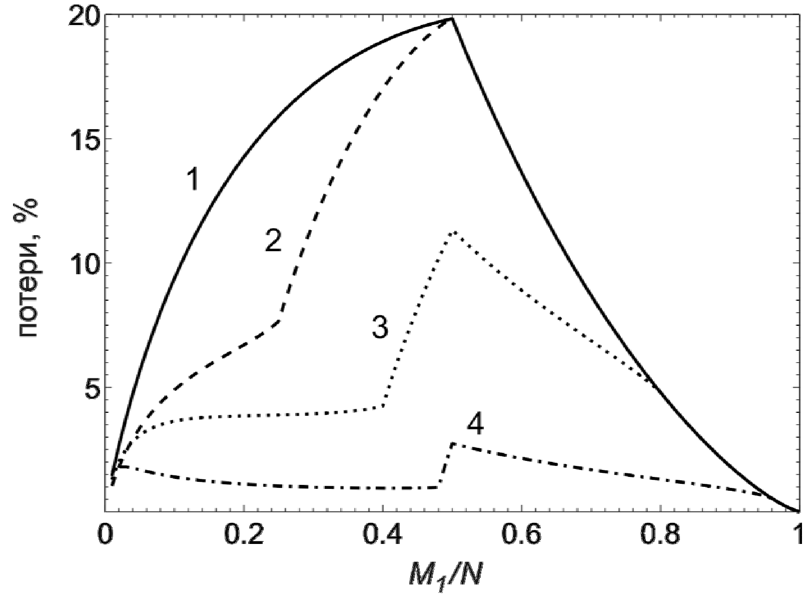


Рис.9а. Потери агрегированной полезности $L$ в зависимости от относительного числа мест в вузе 1 ($M_1/N$) при $R=0.5$ и различных значениях относительного числа мест в вузе 2 ($M_2/N$): $M_2/N=1$ (кривая 1), $M_2/N=0.5$ (кривая 2), $M_2/N=0.2$ (кривая 3), $M_2/N=0.04$ (кривая 4).

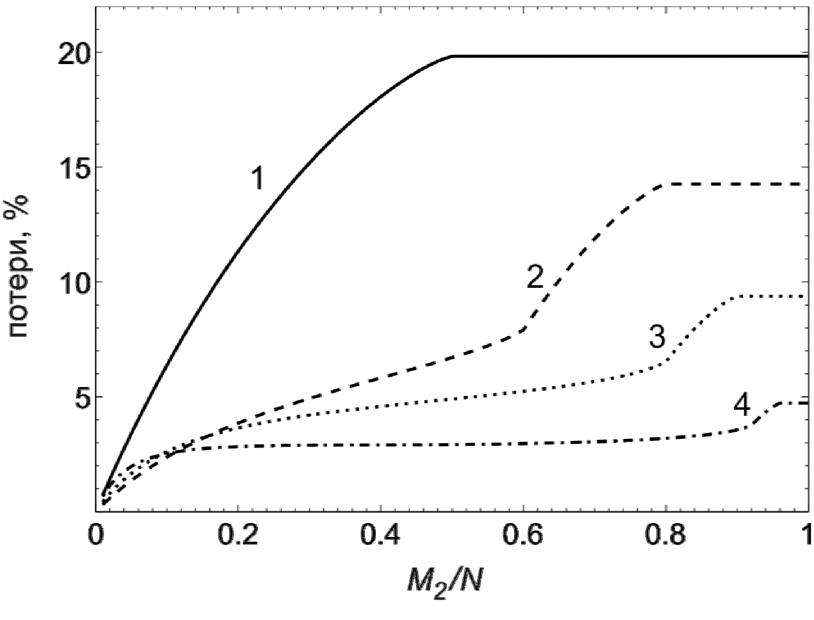


Рис.9б. Потери агрегированной полезности $L$ в зависимости от относительного числа мест в вузе 2 ($M_2/N$) при $R=0.5$ и различных значениях относительного числа мест в вузе 1 ($M_1/N$): $M_1/N=0.5$ (кривая 1), $M_1/N=0.2$ (кривая 2), $M_1/N=0.1$ (кривая 3), $M_1/N=0.04$ (кривая 4).

**5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Была рассмотрена вероятностная модель выбора вуза абитуриентами при двух системах приема: по результатам вступительных экзаменов в отдельный вуз и по результатам единого экзамена для всех вузов. Абитуриенты различались априорными функциями распределения результатов экзаменов. Различия между вузами описывались полезностями, получаемыми абитуриентами в случае поступления в то или иное заведение. В качестве частного случая описана модель с двумя вузами.

Проведенный анализ модели позволяет сделать вывод о том, что использование результатов ЕГЭ для отбора поступающих в вузы приводит к более эффективному распределению абитуриентов между вузами по сравнению с раздельными экзаменами, так как устраняет априорную неопределенность итогов экзаменов.

При выборе вуза до экзамена возникают потери благосостояния. Часть абитуриентов лучших вузов не «дотягивают» до проходного балла и не поступают в вузы вообще, хотя их результат позволил бы им поступить в менее привлекательный вуз. Также некоторые абитуриенты, выбравшие более доступные вузы, на экзаменах показывают высокий уровень знаний, который при едином экзамене позволил бы им поступить в лучшее учебное заведение. Чем доступнее информация для самих экзаменуемых об истинном уровне их подготовки и чем точнее испытания выявляют этот уровень, тем более предсказуемы результаты и меньше потери благосостояния.

Следует ожидать, что повсеместное введение единого экзамена должно привести к некоторому увеличению расслоения вузов по степени подготовки абитуриентов– в среднем студенты лучших вузов должны стать лучше, а в остальных вузах – хуже, чем при отборе на основе раздельных экзаменов.

**БЛАГОДАРНОСТИ**

Работа выполнена в рамках деятельности научно-учебной лаборатории количественного анализа и моделирования экономики НФ ГУ-ВШЭ, созданной при поддержке Инновационной образовательной программы ГУ-ВШЭ.

Автор выражает признательность Константину Сонину (РЭШ), Сергею Гуриеву (РЭШ) за ценные замечания и рекомендации, высказанные при обсуждении модели.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Клячко Т.Л. Страсти по ЕГЭ. Материалы Интернет-конференции «Финансирование и доступность высшего образования», 10.09.04 - 30.10.04, http://www.ecsocman.edu.ru/db/msg/180017/
2. Gale D., Shapley L.S. College Admissions and the Stability of Marriage // American Mathematical Monthly. 1962. Vol. 69, P. 9-15.

3. Roth A.E. The College Admissions Problem is not Equivalent to the Marriage Problem // Journal of Economic Theory. 1985. Vol. 36. P. 277-288.
4. Fernandez R., Gali J. To Each According to ... ? Tournaments, Markets and the Matching Problem Under Borrowing Constraints // Review of Economic Studies. 1999. Vol. 66 (4). P.799-824.
5. Winston G.C. Subsidies, Hierarchy and Peers: The Awkward Economics of Higher Education // Journal of Economic Perspectives. 1999. Vol. 13. P. 13-37.
6. Milgrom P. Putting auction theory to work. Cambridge University Press. 2004
7. Дэйвид Г. Порядковые статистики: Пер. с англ./Под ред. В.В.Петрова.– М.: Наука, 1979.
8. Handbook of the Economics of Education / Edited by Eric A. Hanushek and Finis Welch. Volume 1. Elsevier B.V., 2006.
9. Häkkinen I. Do university entrance exams predict academic achievement? Uppsala University Working Paper 2004:16, 2004.

*Препринт P1/2007/01*
*Серия P1*
*Научные доклады лаборатории количественного анализа и моделирования экономики*

Олег Викторович Польдин

**Моделирование выбора вуза абитуриентом при едином и раздельном экзаменах**

Публикуется в авторской редакции