



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ -  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ  
НИЖЕГОРОДСКИЙ ФИЛИАЛ

---

**М.В. Силаева, А.М. Силаев**

**Базовые экономические понятия,  
кривая производственных возможностей**

*Учебно-методическое пособие*

Нижний Новгород 2005

ББК 65.011я73

С-36

Силаева, М.В. Базовые экономические понятия, кривая производственных возможностей: учебно - методическое пособие. / М.В. Силаева, А.М. Силаев. Нижний Новгород: НФ ГУ - ВШЭ, 2005. – 31 с.

Учебно-методическое пособие обсуждено на совместном заседании кафедры экономической теории и эконометрики и кафедры математической экономики НФ ГУ-ВШЭ (протокол № 3 от 18.10.2005) и одобрено Учебно-методическим советом НФ ГУ-ВШЭ.

В учебном пособии рассмотрена одна из моделей экономической теории – граница производственных возможностей. Даны определения основных понятий, теоретические положения проиллюстрированы графиками и примерами.

Предназначено для студентов экономических вузов, может быть использовано абитуриентами для подготовки к вступительным экзаменам по обществознанию, а также учителями общеобразовательных школ при проведении уроков экономики.

© 2005, М.В. Силаева, А.М. Силаев. Нижегородский филиал Государственного университета - Высшей школы экономики, г. Нижний Новгород, ул. Б. Печерская, 25.

## Основные понятия экономики

Экономика – это наука, которая занимается изучением хозяйства общества. Хозяйство – это система, обеспечивающая превращение ресурсов в потребительские блага и распределение этих благ между членами общества. Каждый человек является участником хозяйства того общества, в котором он живет.

В любом хозяйстве решаются три основных вопроса экономики:

1. Что производить (какие блага);
2. Как производить (из каких ресурсов и с помощью какой технологии);
3. Для кого производить (как распределять полученные блага между членами общества).

Реальный мир слишком сложен для того, чтобы изучать его во всех деталях. Поэтому создаются модели, которые описывают реальность в упрощенной форме, абстрагируясь от несущественных деталей. Экономика использует модели для формирования позитивных (описательных) и нормативных (оценочных) утверждений.

Позитивная экономическая теория изучает реальное состояние хозяйства и то, как это состояние может изменяться в результате тех или иных событий. Позитивная экономическая теория строится на изучении причинно-следственных связей. Название «позитивная» (от латинского *positio* – «положение») означает, что такая теория не занимается критикой действительности, а лишь объясняет ее.

Нормативная экономическая теория отвечает на вопрос - как должно быть устроено хозяйство и оценивает все события с точки зрения «хорошо» или «плохо». Нормативной (от латинского *normatio* – «упорядочение») ее называют потому, что она определяет некоторое идеальное состояние хозяйства и любое событие может оценить с точки зрения соответствия этому идеальному состоянию.

Таким образом, позитивная теория изучает то, что есть, а нормативная – то, что должно быть.

Предметами изучения экономической теории являются экономические блага, экономические ресурсы, поведение и взаимодействие экономических агентов, проблемы производства, потребления, распределения и обмена товаров и услуг.

## Основные предпосылки экономической теории

### 1. Ограниченность ресурсов и безграничность потребностей людей.

Ресурсы ограничены и общество должно их использовать эффективно. Следствием ограниченности ресурсов является ограниченность благ (товаров и услуг). Потребности же людей практически неистощимы. Неограниченные потребности людей по сравнению с ограниченным количеством имеющихся ресурсов приводят к необходимости экономического выбора

между альтернативными вариантами использования факторов производства. Поэтому можно утверждать, что экономика – это наука о том, как общество использует ограниченные ресурсы для производства товаров и услуг с целью наиболее полного удовлетворения потребностей людей.

## **2. Рациональное поведение людей.**

При изучении разнообразных экономических проблем экономисты используют предпосылку о рациональном поведении экономических агентов. Это означает наличие у людей определенных целей в жизни, а также способность людей выбирать из многих альтернативных вариантов действий лучший. Для простоты часто предполагают, что отдельные потребители стремятся достигнуть максимального уровня полезности, отдельные фирмы максимизируют прибыль, а государство заботится об увеличении уровня общественного благосостояния при всех возможных ограничениях. Поскольку невозможно удовлетворить все желания, то необходимо совершать осознанный выбор наилучшего варианта из всех возможных.

## **3. Каждый выбор имеет свою цену.**

Метод оценивания выбора – понятие альтернативной стоимости. Лица, принимающие решения, обычно могут выбирать из многих альтернатив, и выбор основан на сравнении ожидаемых выгод, связанных с альтернативами. Обозначим альтернативы следующим образом:  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ . Предположим, что альтернативы упорядочены, так что первая альтернатива  $A_1$  наиболее предпочтительная для лица, принимающего решения, на втором месте идет альтернатива  $A_2$  и т.д. Ценой выбора альтернативы  $A_1$  в экономической теории считается ценность альтернативы  $A_2$  – наилучшей из всех отвергнутых. Оставшиеся альтернативы при этом не имеют значения.

## **Кривая производственных возможностей**

Для составления прогнозов и определения направления действий экономисты используют разного рода модели, которые, несмотря на простоту, отражают те или иные тенденции. Проблему выбора в условиях ограничения ресурсов иллюстрирует модель кривой производственных возможностей (КПВ).

Кривая, или граница, производственных возможностей показывает максимально возможный объем производства благ при условии полного и наилучшего использования фиксированного количества ресурсов при неизменной технологии. Кривая производственных возможностей показывает ряд альтернативных возможностей, имеющих в распоряжении общества. Для двух благ  $X$  и  $Y$  граница производственных возможностей изображается на плоскости (см. рис.1).

Если все ресурсы направлены на производство блага  $X$ , то может быть произведено количество  $X_{\max}$ . Если же все ресурсы направлены на производство блага  $Y$ , то может быть произведено количество этого блага  $Y_{\max}$ , как показано на рисунке. При распределении ресурсов между благами  $X$  и  $Y$  могут быть получены количества благ, соответствующие, например, точкам  $A$  или  $B$  на кривой.

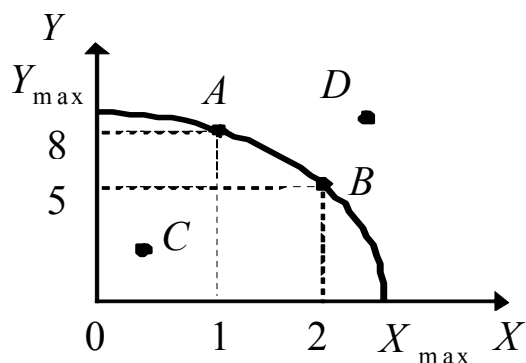


Рис. 1.

Точка  $D$  и другие точки за границей недостижимы при имеющихся ресурсах и технологии. Точки внутри границы (например, точка  $C$ ) описывают ситуацию, когда ресурсы используются не полностью или неэффективно. Любая точка на КПВ (например, точки  $A$  и  $B$ ) соответствует полному и технологически эффективному использованию ресурсов. Это значит, что нельзя увеличить объем производства одного из благ, не сократив производство другого блага.

Из рисунка видно, что для увеличения выпуска блага  $X$  с 1 до 2 единиц необходимо уменьшить производство блага  $Y$  с 8 до 5 единиц. Это означает, что альтернативная стоимость второй единицы блага  $X$  равна трем единицам блага  $Y$ . Можно также заметить, что альтернативная стоимость первой единицы блага  $X$  равна  $\Delta Y = (Y_{\max} - 8)$  единиц блага  $Y$ , альтернативная стоимость первых пяти единиц блага  $Y$  равна  $\Delta X = (X_{\max} - 2)$  единиц блага  $X$ , а альтернативная стоимость  $X_{\max}$  единиц блага  $X$  равна  $Y_{\max}$  единиц блага  $Y$ .

Кривую производственных возможностей можно интерпретировать как кривую продуктовой трансформации. Уравнение кривой производственных возможностей в явном виде  $Y = f(X)$  или заданное неявно  $F(X, Y) = 0$  показывает, как один продукт преобразуется в другой посредством переключения факторов с производства одного блага на производство другого. Для характеристики процесса трансформации благ в точке  $A$  на КПВ (см. рис. 2)

используют показатель, который называется предельной нормой продуктовой трансформации (marginal rate of product transformation,  $MRPT$ ):

$$MRPT_{XY} = -\frac{dY}{dX} = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y} = tg\alpha,$$

где  $\alpha$  – угол наклона касательной к КПВ в точке  $A$  по отношению к горизонтальной оси  $OX$ .

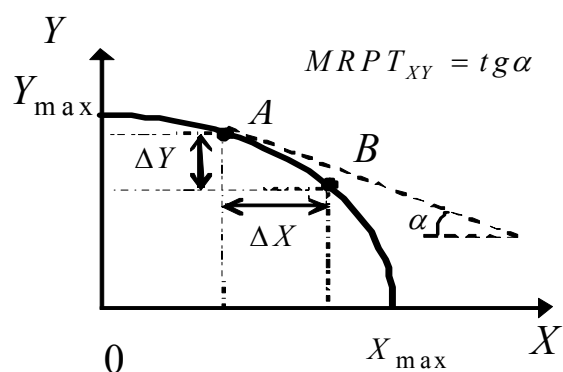


Рис. 2.

В точке  $A$  на границе производственных возможностей, изображенной на рис. 2, альтернативная стоимость величины  $\Delta X$  равна величине  $\Delta Y$ :  $AC \Delta X = \Delta Y$ . Приблизненно описывая КПВ вблизи точки  $A$  отрезком прямой линии, соединяющей точки  $A$  и  $B$ , можно считать, что  $AC \Delta X \approx \Delta Y / \Delta X$  единиц блага  $Y$  в точке  $A$ . Если затем устремить точку  $B$  к точке  $A$ , т.е.  $\Delta X$  к нулю, то отношение  $\Delta Y / \Delta X$  будет стремиться к величине  $tg\alpha$ . В результате получим, что  $AC \Delta X \approx tg\alpha = MRPT_{XY}$  единиц  $Y$ . Таким образом, предельная норма продуктовой трансформации  $MRPT_{XY}$  показывает, на сколько должно быть сокращено производство блага  $Y$  на кривой производственных возможностей для того, чтобы выпуск блага  $X$  увеличился на единицу.

## Многокритериальность и эффективные решения

В задачах однокритериальной (скалярной) оптимизации, когда, например, решается задача нахождения максимума функции

$$f(\vec{x}) \rightarrow \max_{\vec{x}},$$

наилучшее значение вектора  $\vec{x}_* = \arg \max f(\vec{x})$  и значение целевой функции в точке максимума называются эффективными (недоминируемыми). В случае существования многих решений все решения эквиваленты и эффективны.

В случае построения границы производственных возможностей приходится решать многокритериальные (векторные) задачи оптимизации. Тогда ищут такие допустимые решения, которые нельзя было бы улучшить ни по какому из показателей, не ухудшая хотя бы один из остальных. Их называют эффективными по Парето (Парето-оптимальными) или *сильно эффективными* решениями.

### Пример 1.

Предположим, что при заданных ресурсах и технологии фирма хотела бы увеличить производство двух благ  $X$  и  $Y$ .

Пусть фирма при полном и наилучшем использовании ресурсов выпускает продукты в количестве  $X = 20$  и  $Y = 30$  в точке  $A$  на рис. 3а.

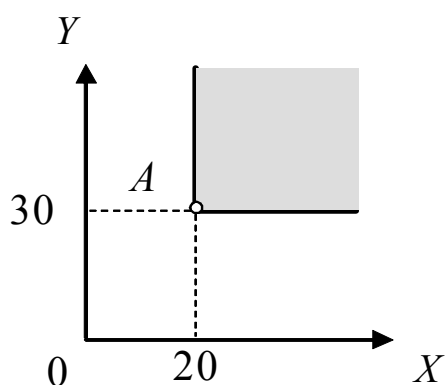


Рис. 3а. Доминирование по Парето.

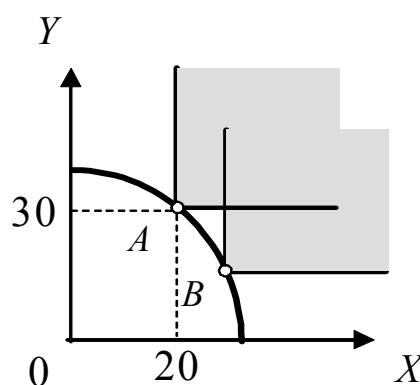


Рис. 3б. Недоминируемые по Парето точки образуют КПВ.

Точки, которые доминируют по Парето точку  $A$ , расположены на рисунке правее и выше, чем точка  $A$ . Для координат этих точек выполняются неравенства:  $X \geq 20$  и  $Y \geq 30$ , при этом хотя бы одно неравенство должно быть строгим. Множество точек, доминирующих по Парето точку  $A$ , включает также границы  $X = 20$  при  $Y > 30$  и  $Y = 30$  при  $X > 20$ . Если нет возможности для фирмы перейти из  $A$  в какую-либо точку доминирующего множества, то точка  $A$  считается недоминируемой по Парето и эффективной. Кривая производственных возможностей состоит из всех недоминируемых по Парето точек (см. рис. 3б).

Иногда вводят понятие *слабой эффективности*, или эффективности по Слейтеру. Слабо эффективными считаются решения многокритериальных задач оптимизации, которые не могут быть улучшены по всем показателям одновременно.

**Пример 2.**

На рис. 4а точки, доминирующие по Слейтеру точку  $A$ , удовлетворяют условиям  $X > 20$  и  $Y > 30$ . Отметим, что точки на границах, в которых  $X = 20$  при  $Y > 30$  или  $Y = 30$  при  $X > 20$ , не входят в множество точек доминирующих по Слейтеру точку  $A$  на рис. 4а.

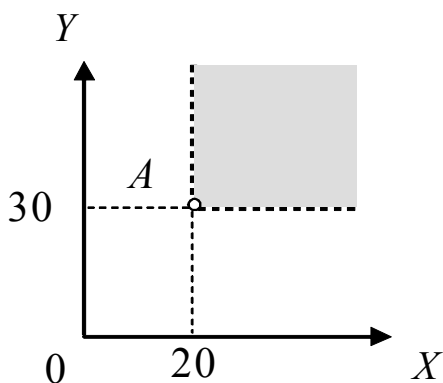


Рис. 4а. Доминирование по Слейтеру.

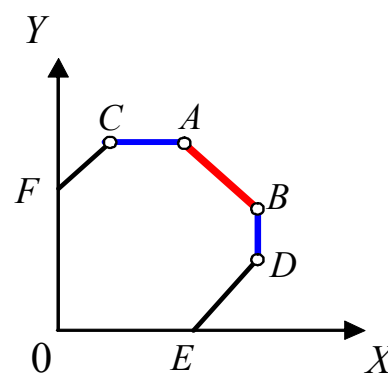


Рис. 4б. Эффективность по Парето ( $AB$ ) и по Слейтеру ( $CABD$ ).

Недоминируемые по Слейтеру точки называются эффективными по Слейтеру. При этом в отличие от Парето-эффективности (т.е. сильной эффективности) в эффективном по Слейтеру множестве (слабо эффективном) допускается возможность улучшения по одному или нескольким критериям (но не по всем одновременно) без ухудшения остальных. Предположим, что допустимыми являются все точки многоугольника  $FCABDEO$ , изображенного на рис. 4б, включая границы, и решается задача максимизации двух благ  $X$  и  $Y$ . Тогда эффективные по Парето точки образуют отрезок  $AB$ , а эффективные по Слейтеру точки, кроме  $AB$ , включают еще горизонтальную линию  $CA$  и вертикальный отрезок  $BD$ . Отсюда следует, что не все слабо эффективные решения обязаны быть сильно эффективными, но каждое сильно эффективное решение обязательно является и слабо эффективным.

В основном в экономических задачах с многокритериальной оптимизацией рассматривают понятие Парето-эффективности, так как цель всех формальных построений состоит в уменьшении числа решений, предъявляемых для окончательного выбора.

### **Закон возрастания альтернативной стоимости**

Кривая производственных возможностей обязательно имеет отрицательный наклон и, как правило, является вогнутой по отношению к началу координат, как на рис. 1. Это означает, что по мере увеличения выпуска блага  $X$  возрастает альтернативная стоимость каждой последующей единицы этого блага, выраженная в единицах блага  $Y$ . Данное утверждение называют *законом возрастания альтернативной стоимости*. Одна из причин возрастания альтернативной стоимости состоит в том, что для увеличения выпуска блага необходимо отвлекать ресурсы от производства других благ, но они обычно оказываются менее пригодными для выпуска именно этого блага. Но в некоторых случаях граница производственных возможностей может быть прямой линией или даже быть выпуклой (при возрастающем эффекте масштаба в производстве благ).

### **Производственная функция, эффект масштаба в производстве благ**

Производственная функция выражает зависимость между количеством применяемых фирмами ресурсов и максимально возможным количеством продукции, произведенным в течение определенного периода времени. Эта функция может быть представлена в виде таблицы, графика или аналитически в виде уравнения  $Q = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $Q$  – выпуск продукции за период,  $x_i$  – объем использования  $i$ -го ресурса,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Часто рассматриваются модели однофакторной производственной функции  $Q = f(L)$ , где  $L$  – размер единственного фактора производства – труда, или двухфакторной производственной функции  $Q = f(L, K)$ , где  $L$  и  $K$  – размеры труда и капитала.

Для характеристики процесса производства важным показателем является отдача от масштаба (эффект масштаба). Если фирма, не меняя технологии (вида производственной функции), увеличивает объемы использования всех факторов одновременно в  $t$  раз, где  $t > 1$ , то это означает рост масштаба производства в  $t$  раз. Например, при  $t = 1,01$  размеры ресурсов и, следовательно, масштаб растут на 1%. При этом возможен один из трех вариантов:

- 1) если выпуск фирмы также увеличивается на 1%. то это означает, что производственная функция имеет постоянную отдачу от масштаба при данных значениях факторов производства (постоянный эффект масштаба).



- 2) если выпуск фирмы увеличивается больше, чем на 1%, то производственная функция имеет возрастающую отдачу от масштаба (возрастающий эффект масштаба).
- 3) если выпуск фирмы увеличивается меньше, чем на 1%, то производственная функция имеет убывающую отдачу от масштаба (убывающий эффект масштаба).

## Примеры построения границ производственных возможностей

### *Пример 3. Постоянная отдача от масштаба.*

Робинзон Крузо за один час может собрать 10 кокосов или поймать 5 рыб. Построить кривую производственных возможностей Робинзона Крузо за день, учитывая, что он на работу тратит 6 часов в день.

Решение.

Обозначим через  $L_1$  и  $L_2$  объемы ресурса (часы труда), используемые для производства товаров  $X$  (кокосы) и  $Y$  (рыба) соответственно. В соответствии с условиями задачи можно записать производственные функции Робинзона Крузо относительно кокосов и рыбы:

$$X = 10 L_1, \quad Y = 5 L_2, \quad L_1 + L_2 = 6.$$

Исключая из этих уравнений переменные  $L_1$  и  $L_2$ , получим уравнение для границы производственных возможностей:  $Y = 60 - 0,5 X$ .

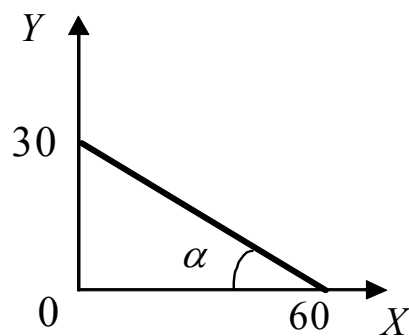


Рис. 5.

График границы производственных возможностей в данном примере представлен прямой линией на рис. 5. Отметим, что альтернативная стоимость 1 кокоса (благо  $X$ ) при этом постоянна, равна половине рыбы (благо  $Y$ ) и определяется величиной  $\operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  угол между прямой линией, изображающей КПВ, и осью  $OX$  на рис. 5.

### *Пример 4. Убывающая отдача от масштаба.*

Имеется один экономический ресурс в количестве  $L = 16$  единиц. Производственные функции для товаров  $X$  и  $Y$  соответственно равны:  $X = 15\sqrt{L}$  и  $Y = 10\sqrt{L}$ , где  $L$  — объем используемого для производства товара ресурса. Постройте границу производственных возможностей при выпуске только товаров  $X$  и  $Y$ .

Решение.

Снова обозначим через  $L_1$  и  $L_2$  объемы ресурса, используемые для производства товаров  $X$  и  $Y$  соответственно. Учитывая, что ресурс  $L$  считается

однородным и может свободно перераспределяться между производствами товара  $X$  и товара  $Y$ , снова получим систему трех уравнений для четырех переменных:

$$X = 15\sqrt{L_1} \text{ и } Y = 10\sqrt{L_2}, L_1 + L_2 = 16.$$

Исключая из этих уравнений переменные  $L_1$  и  $L_2$ , найдем аналитическое выражение для границы производственных возможностей в неявном виде:

$$F(X, Y) = \frac{X^2}{225} + \frac{Y^2}{100} - 16 = 0.$$

График границы производственных возможностей представлен на рис. 6. Величину альтернативной стоимости единицы товара  $X$  в единицах товара  $Y$  в произвольной точке  $A$  можно приближенно оценить с помощью тангенса угла наклона касательной в этой точке:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{dY}{dX} = \frac{\partial F / \partial X}{\partial F / \partial Y} = \frac{X}{Y}.$$

Видно, что выполняется закон возрастающей альтернативной стоимости, т.к. с ростом  $X$  угол  $\alpha$  возрастает.

### **Пример 5. Возрастающая отдача от масштаба.**

Предположим, что экономический ресурс ограничен количеством  $L = 5$  единиц. Производственные функции для товаров  $X$  и  $Y$  соответственно равны:  $X = 9L^2$  и  $Y = 4L^2$ , где  $L$  – объем используемого для производства товара ресурса. Постройте границу производственных возможностей при выпуске товаров  $X$  и  $Y$ .

Решение.

Обозначая через  $L_1$  и  $L_2$  объемы ресурса, используемые для производства производства товаров  $X$  и  $Y$  соответственно,, получим систему трех уравнений для четырех переменных:

$$X = 9L_1^2, Y = 4L_2^2, L_1 + L_2 = 5.$$

Исключая из этих уравнений переменные  $L_1$  и  $L_2$ , получим для границы производственных возможностей уравнение:

$$F(X, Y) = \frac{\sqrt{X}}{3} + \frac{\sqrt{Y}}{2} - 5 = 0.$$

График границы производственных возможностей представлен на рис. 7. Альтернативная стоимость единицы товара  $X$ , выраженная в единицах товара  $Y$ , в произвольной точке  $A$  в данном случае приближенно равна величине:

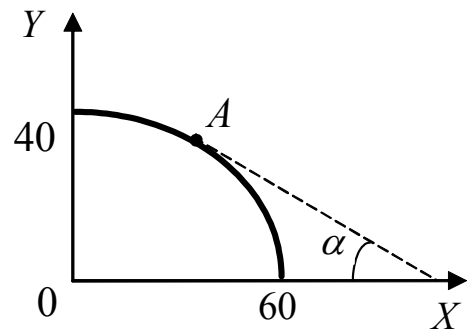


Рис. 6.

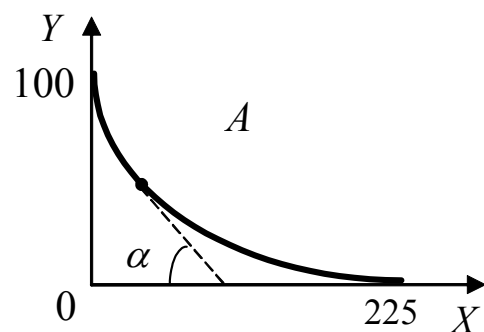


Рис. 7.

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{dY}{dX} = \frac{\partial F / \partial X}{\partial F / \partial Y} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{Y}{X}}.$$

Следовательно, возрастающий эффект масштаба в производстве благ приводит к убыванию с ростом  $X$  величины альтернативной стоимости, т.к. убывает угол  $\alpha$  на рис. 7, образованный касательной к границе производственных возможностей и осью  $OX$ .

### **Абсолютное преимущество и сравнительное преимущество**

При производстве товаров и услуг фирмами возникают различия в производительности и в альтернативной стоимости.

Фирма имеет абсолютное преимущество в производстве определенного товара перед другой фирмой, если ее производительность выше. Абсолютное преимущество – это способность производить большее количество данного продукта при фиксированных затратах ресурсов или способность тратить меньше ресурсов для производства фиксированного количества продуктов.

Фирма имеет сравнительное преимущество в производстве определенных товаров или услуг перед другими фирмами, если способна их производить с меньшими альтернативными затратами. Сравнительное преимущество – это преимущество в альтернативной стоимости производства благ.

#### ***Пример 6.***

Робинзон и Пятница находятся на необитаемом острове. Они собирают кокосы и ловят рыбу. Робинзон за 1 час может собрать 10 кокосов или поймать 2 рыбины. Пятница за 1 час может собрать 30 кокосов или поймать 10 рыб. Кто имеет абсолютное и кто сравнительное преимущество по ловле рыбы и по сбору кокосов? Определить, кому следует собирать кокосы, а кому – ловить рыбу в случае, если Робинзон и Пятница решат распределить обязанности?

Решение.

Производительность труда по сбору кокосов для Робинзона равна 10 кокосов за 1 час труда, а для Пятницы – 30 кокосов за 1 час труда, т.е. Пятница имеет абсолютное преимущество при собирании кокосов. За 1 час труда Робинзона может поймать 2 рыбины, а Пятница – 10 рыб, т.е. Пятница имеет абсолютное преимущество также и при ловле рыбы.

Построим границы производственных возможностей Пятницы и Робинзона за 1 час труда (см. рис. 8).

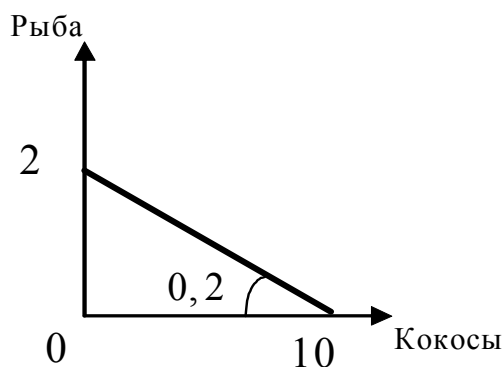


Рис. 8а. КПВ для Робинзона.

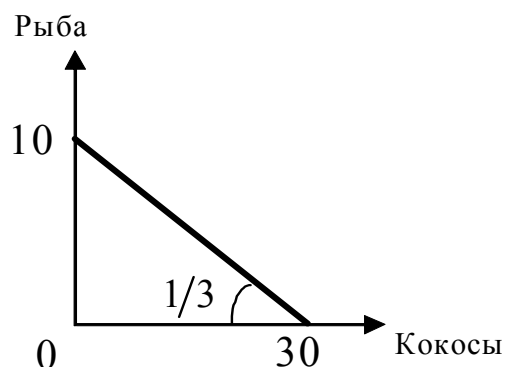


Рис. 8б. КПВ для Пятницы.

Альтернативная стоимость сбора одного кокоса для Робинзона равна 0,2 единицы рыбы ( $АС\ 1К = 0,2Р$ ). Альтернативная стоимость одного кокоса для Пятницы равна  $1/3$  единицы рыбы ( $АС\ 1К = 1/3Р$ ). Т.к.  $1/3 > 0,2$ , то Робинзон имеет сравнительное преимущество в собирании кокосов, а Пятница имеет сравнительное преимущество в ловле рыб ( $АС\ 1Р = 5К$  для Робинзона, в то время как  $АС\ 1Р = 3К$  для Пятницы).

При распределении обязанностей следует обращать внимание на альтернативную стоимость. Поэтому следует поручить собирать кокосы Робинзону, а ловить рыбу Пятнице.

### Пример 7.

Определите по приведенным в таблице условным данным какая страна имеет абсолютные преимущества, а какая сравнительные преимущества в производстве товаров:

Производственные возможности, тыс. тонн		
	Уругвай	Парагвай
Кукуруза	300	200
Морковь	200	100

Решение.

Для ответа на вопрос об абсолютных преимуществах не хватает данных, т.к. неизвестны ни размеры площадей, ни численность занятых, ни какие-либо данные о затратах ресурсов.

Для ответа на вопрос о сравнительных преимуществах можно построить кривые производственных возможностей двух стран (см. рис. 9) и определить альтернативные стоимости производства товаров.

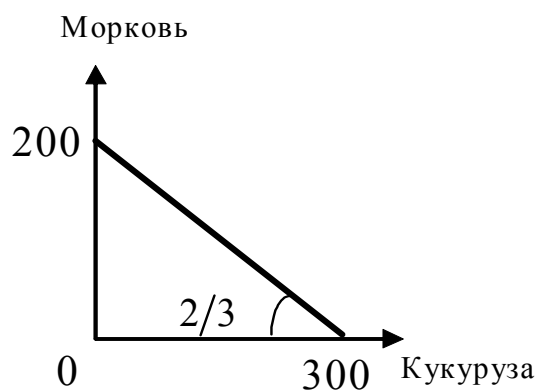


Рис. 9а. КПВ для Уругвая.

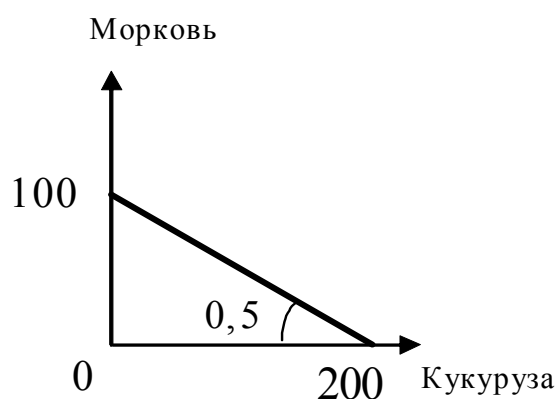


Рис. 9б. КПВ для Парагвая.

Для Уругвая альтернативная стоимость 1 кукурузы равна  $2/3$  единиц моркови, для Парагвая альтернативная стоимость 1 кукурузы равна  $0,5$  единиц моркови. Отсюда следует, что Парагвай имеет сравнительное преимущество в производстве кукурузы, а Уругвай имеет сравнительное преимущество в производстве моркови.

### Суммирование кривых производственных возможностей

Предположим, что границы производственных возможностей двух фирм, производящих товары  $X$  и  $Y$ , имеют вид прямых линий на рис. 10.

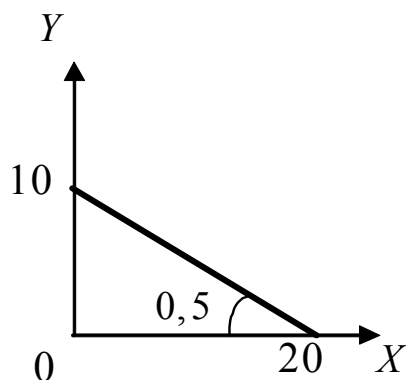


Рис. 10а.

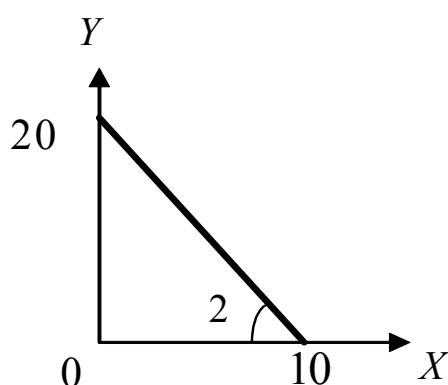


Рис. 10б.

Построить совместную границу производственных возможностей двух фирм можно с помощью следующих рассуждений. Максимальный суммарный объем выпуска товара  $Y$  равен  $20 + 10 = 30$ . Получаем точку 1 на совместной КПВ (см. рис. 11). Аналогично максимальный суммарный объем выпуска товара  $X$  составляет  $10 + 20 = 30$ . Получаем точку 2 на совместной КПВ на рис. 11.

Если нужно произвести первую единицу товара  $X$ , то выгодно это сделать той фирме, которая имеет более низкую альтернативную стоимость товара  $X$ . В нашем примере альтернативная стоимость единицы товара  $X$  первой фирмы равна половине единицы товара  $Y$ . Тангенс угла наклона границы на рис. 10а равен альтернативной стоимости единицы товара  $X$ , выраженной в единицах товара  $Y$ , т.е.  $AC\ 1\ X = 0,5\ Y$ . Для второй фирмы  $AC\ 1\ X = 2Y$  (тангенс угла наклона прямой на рис. 10б равен двум).

Поэтому первую единицу товара  $X$  более выгодно выпускать первой фирмой, чем второй. При этом выпуск товара  $Y$  для первой фирмы составит  $10 - 0,5 = 9,5$  единиц, а вторая фирма будет продолжать производить 20 единиц  $Y$ . Таким образом, при выпуске одной единицы  $X$  максимальное совместное производство товара  $Y$  составит 29,5 единиц.

Рассуждая аналогично, получим, что и вторую, и третью, и двадцатую единицу  $X$  выгоднее производить первой фирме. При этом вторая фирма будет по-прежнему выпускать 20 единиц  $Y$ . При выпуске 20 единиц  $X$  и 20 единиц  $Y$  достигается полная специализация каждой из фирм. Первая фирма выпускает только товар  $X$ , вторая – только  $Y$  (точка 3 на рис. 11).

Производство 21-ой и всех следующих единиц товара  $X$  может осуществить только вторая фирма с альтернативной стоимостью  $1 X = 2$  единицам  $Y$ , т.к. первая фирма уже исчерпала свои возможности по производству этого товара (производит товар  $X$  в количестве 20 единиц). Суммарный выпуск равный 30-ти единицам товара  $X$  является максимальным, при этом товар  $Y$  не производится (точка 2 на рис. 11).

Совместная граница производственных возможностей двух фирм выглядит следующим образом.

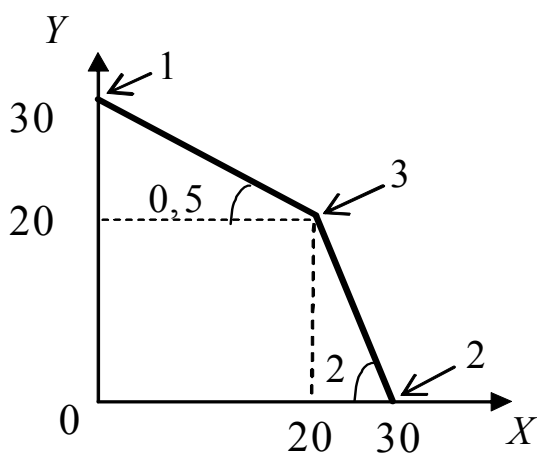


Рис. 11.

Отметим, что для кривых производственных возможностей отдельных фирм на рис. 10 закон возрастания альтернативной стоимости не выполняется. Но для совокупной кривой, изображенной на рис. 11, в точке 3 альтернативная стоимость производства единицы товара  $X$  увеличивается скачкообразно от 0,5 до 2, что обусловлено неоднородностью ресурсов, используемых в суммарном производстве (первая и вторая фирмы могут учитываться как отдельные ресурсы при производстве суммарных продуктов). Таким образом, наряду с убывающей отдачей от масштаба к вогнутости кривой производственных возможностей приводит неоднородность используемых в производстве ресурсов.

## Математическое правило для нахождения совокупных кривых производственных возможностей

Математическое правило для получения совокупных кривых производственных возможностей можно сформулировать следующим образом. Предположим, что границы производственных возможностей двух фирм при производстве двух товаров  $X$  и  $Y$  описываются уравнениями

$$Y_1 = f_1(X_1), \quad Y_2 = f_2(X_2),$$

где  $X_1$  и  $Y_1$  – количество товаров, производимых первой фирмой,  $X_2$  и  $Y_2$  – количество товаров, производимых второй фирмой;  $X_i \geq 0, Y_i \geq 0, i = 1, 2$ . Для нахождения совокупной кривой производственных возможностей  $Y = f(X)$ , где  $Y = Y_1 + Y_2$  и  $X = X_1 + X_2$ , необходимо решить оптимизационную задачу нахождения максимума функции

$$Y = \max_{X_1, X_2} [f_1(X_1) + f_2(X_2)]$$

при ограничениях  $X_1 + X_2 = X, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$ , для всех возможных значений величины  $X$ .

### Пример 8

Предположим, что границы производственных возможностей двух фирм, производящих товары  $X$  и  $Y$ , описываются уравнениями

$$X_1^2 + Y_1 = 25, \quad X_2 + Y_2 = 10,$$

где  $X_i \geq 0, Y_i \geq 0, i = 1, 2$  (см рис. 12). Необходимо найти совокупную кривую производственных возможностей  $Y = f(X)$ , где  $Y = Y_1 + Y_2$  и  $X = X_1 + X_2$ .

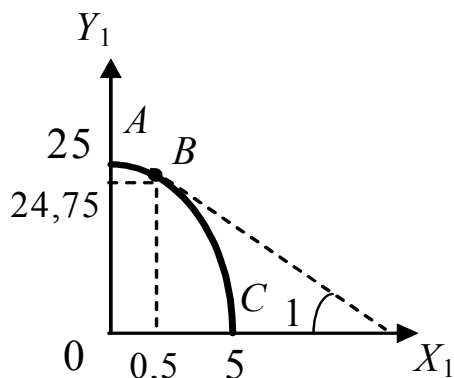


Рис. 12а. КПВ1.

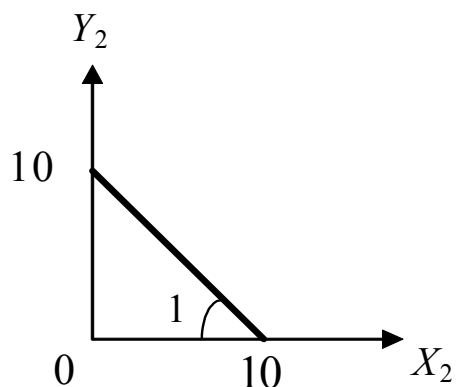


Рис. 12б. КПВ2

Решение.

Преобразуем сумму  $Y = Y_1 + Y_2$  к виду

$$Y = 25 - X_1^2 + (10 - X_2) = 35 - X_1^2 - X_2 = 35 - X_1^2 + X_1 - X,$$

где  $0 \leq X_1 \leq 5$ ,  $0 \leq X_2 \leq 10$  и  $0 \leq X \leq 15$ . Затем вычислим

$$Y = \max_{0 \leq X_1 \leq 5} (35 - X_1^2 + X_1 - X).$$

В результате получим:

- при  $0 \leq X \leq 0,5$  оптимальные значения  $X_1 = X$ ,  $X_2 = 0$  и  $Y = 35 - X^2$ ;
- при  $0,5 \leq X \leq 10,5$  оптимальными будут  $X_1 = 0,5$ ,  $X_2 = X - 0,5$ ,  
 $Y = 35,25 - X$ ;
- при  $10,5 \leq X \leq 15$  оптимальными являются значения  $X_1 = X - 10$ ,  $X_2 = 10$  и  
 $Y = -X^2 + 20X - 75$ .

График совокупной кривой производственных возможностей представлен на рис. 13. Совокупная КПВ составлена из трех участков, составленных следующим образом. На рис. 12а для КПВ1 находим точку  $B$ , в которой альтернативная стоимость  $1X = 1Y$ . Переносим дугу  $AB$  из рис. 11а на рис. 10, начиная с точки с координатами  $X = 0$ ,  $Y = 35$ . В результате получаем дугу  $AB_1$ . Затем встраиваем линию КПВ2 из рис. 12б. В результате получается отрезок  $B_1B_2$  на рис. 13. Наконец, в точке  $B_2$  достраиваем совокупную КПВ оставшейся дугой параболы  $B_2C$ , снова копируя ее из рис. 12а.

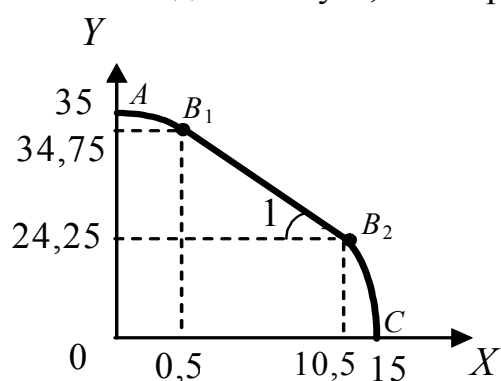


Рис. 13.

### Пример 9

Сын, отец и дедушка пошли в поход. Для приготовления пищи нужно заготовить дров и наловить рыбы. Сын собирает дрова вдвое быстрее деда, но рыбачат они одинаково и втрое хуже, чем отец. Отец же так увлечен рыбалкой, что если его привлечь к сбору дров, то он будет работать не лучше дедушки. Считая, что каждый из них трудится 6 часов и на сбор одной условной единицы дров и ловлю одной рыбы для дедушки нужно одинаковое время, укажите, сколько часов должен уделять сбору дров дедушка при условии, что для приготовления двух рыб требуется одна условная единица дров.

Решение.

Предположим, что производительность дедушки составляет  $z$  единиц дров или такое же количество рыбы за 1 час работы. Тогда за 1 час производительность сына равна  $2z$  дров или  $z$  единиц рыбы, а производительность отца  $z$  единиц дров или  $3z$  единиц рыбы. Индивидуальные кривые сына, отца и дедушки, а также их совместная кривая производственных возможностей за 6 часов работы приведены на рис. 14. Если учесть, что для приготовления двух рыб требуется одна условная единица дров, то для вычисления оптимальной точки на последнем рисунке необходимо провести прямую  $y = 2x$  и найти точку пересечения этой прямой с границей производственных возможностей. В результате получим, что оптимальная точка  $F$  имеет координаты



наты:  $12z$  единиц дров,  $24z$  единиц рыб. В этой точке происходит полная специализация сына на собирании дров, а отца и дедушки на рыбалке.

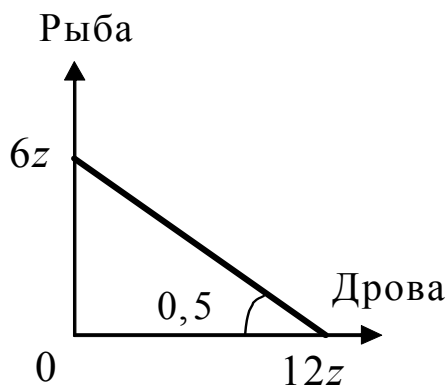


Рис. 14а. КПВ для сына.

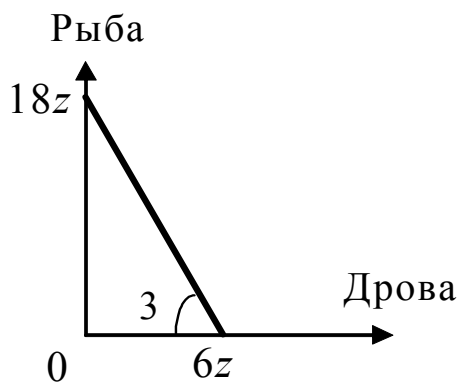


Рис. 14б. КПВ для отца.

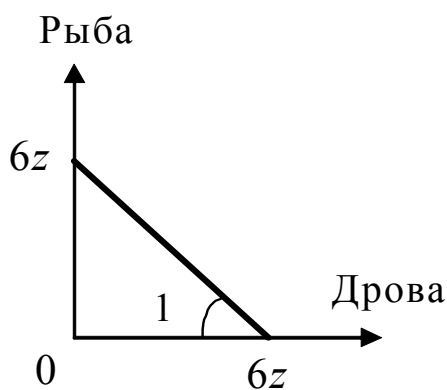


Рис. 14в. КПВ для дедушки.

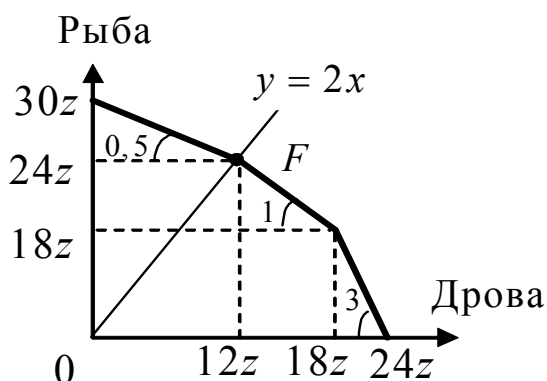


Рис. 14г. Совместная КПВ.

## Расширение границ производственных возможностей

Кривая производственных возможностей не является неподвижной. Можно выделить следующие факторы сдвигов КПВ:

1). С ростом количества доступных ресурсов кривая сдвигается вправо и вверх (расширяется), как показано на рис. 15а. Такой путь роста называют экстенсивным. Если количество ресурсов уменьшается, то граница производственных возможностей смещается влево и вниз.

2). С ростом научно-технического прогресса изменяется технология производства товаров, совершенствуются способы организации труда и других факторов производства, что также приводит к расширению КПВ. Такой путь роста называют интенсивным, т.к. рост происходит за счет увеличения производительности ресурсов при постоянном их количестве. Возможно, что при этом увеличивается производительность ресурсов только для продукта  $X$ , а для продукта  $Y$  производительность не изменится. Тогда граница производственных возможностей будет расширяться так, как показано на рис. 15б. Рост производительности при производстве  $X$  позволяет осуществлять переходы из точки  $A$  в точку  $B$ , подобные тому, который показан на рис. 15б. При этом одновременно увеличивается производство и продукта  $X$  и продукта  $Y$ ,

т.к. технический прогресс в производстве продукта  $X$  позволяет высвободить часть ресурсов, использовавшихся для  $X$ , и направить эти ресурсы для увеличения производства продукта  $Y$ .

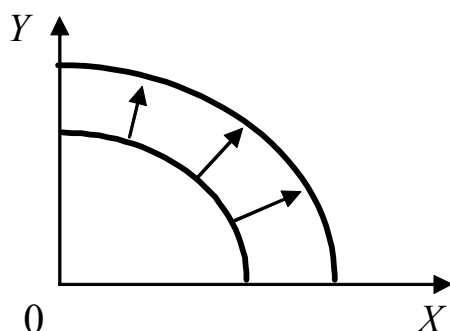


Рис. 15а.

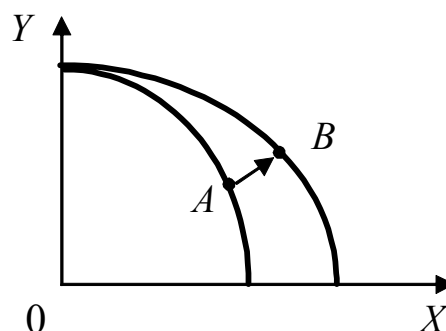


Рис. 15б.

3). Расширение границ производственных возможностей возможно за счет специализации и рационального распределения обязанностей при объединении участников.

4). Сдвиг границ производственных возможностей возникает также при специализации участников и взаимовыгодном обмене (торговле) произведенными товарами и услугами. Обмен может создавать богатство, поскольку добровольный обмен предполагает для всех участников отказ от менее ценного (затрат) ради более ценного (результата).

### **Определение выгод от рационального распределения обязанностей при объединении**

В различных задачах измерять выгоды от специализации и распределения обязанностей можно:

- а) либо в денежном выражении (вычисляя прибыль, выручку, издержки и т.п.);
- б) либо с помощью количества производимых продуктов (например, вычисляя на сколько единиц увеличилось при совместном производстве количество продуктов в натуральном выражении или в процентах);
- в) либо с помощью количества сэкономленных ресурсов (количество рабочих часов, процент высвобожденных площадей и т.п.).

#### **Пример 10**

Робинзон Крузо и Пятница до встречи друг с другом имели границы производственных возможностей в виде  $2x + 3y = 60$  и  $2x + y = 60$  соответственно, где  $x$  – количество кокосов,  $y$  – количество рыб, которые они могут собрать или выловить за день. Они предпочитают потреблять кокосы и рыбу в равных количествах, т.е.  $x = y$ .

1). Какую максимальную суммарную выгоду в натуральном выражении они получают, если, встретившись друг с другом, объединят хозяйства?

Решение.

На рис. 16 изображены границы производственных возможностей для Робинзона и для Пятницы, а также точки оптимального потребления  $A$  и  $B$  при условии раздельного ведения хозяйства.

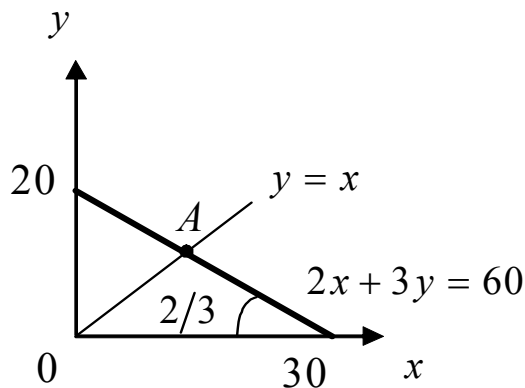


Рис. 16а. КПВ для Робинзона.

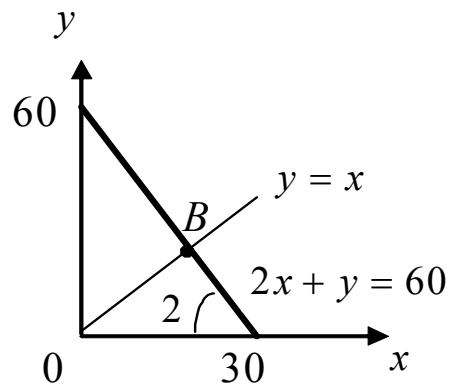


Рис. 16б. КПВ для Пятницы.

Координаты точки  $A$  :  $x = y = 12$ , координаты точки  $B$  :  $x = y = 20$ . Суммарное потребление кокосов и рыбы составляет при этом 32 кокоса и 32 рыбы.

Если Робинзон и Пятница объединят свои усилия, то для них можно построить совокупную кривую производственных возможностей, приведенную на рис. 17. Совокупная КПВ описывается уравнениями

$$y = \begin{cases} -2x/3 + 80 & \text{при } 0 \leq x \leq 30, \\ -2x + 120 & \text{при } 30 \leq x \leq 60. \end{cases}$$

Как показано на рис. 17, точка  $C$  с координатами  $x = y = 32$  находится внутри области, ограниченной границей производственных возможностей, и Поэтому является неэффективной. Наилучшей будет точка  $D$ , в которой КПВ пересекается с прямой  $x = y$ . Координаты точки  $D$  равны  $x = y = 120/3 = 40$ . Таким образом, Робинзон и Пятница могут максимально увеличить совместное потребление как кокосов, так и рыбы на  $40 - 32 = 8$  единиц в день. Для этого Робинзон должен полностью специализироваться на собирании кокосов (30 в день). Пятница должен часть времени собирать кокосы (в количестве 10 штук), остальное время он должен посвятить ловле рыбы (в количестве 40 единиц).

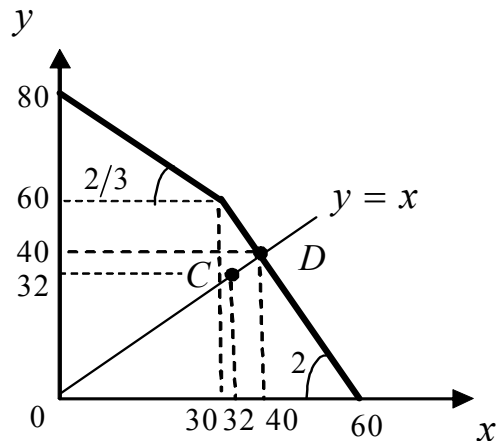


Рис. 17. Совокупная КПВ для Робинзона и Пятницы.

## Определение границ взаимовыгодной и безубыточной торговли

Объединение кривых производственных возможностей – не единственный способ получить выгоды от специализации и рационального разделения обязанностей. Другой путь получить выигрыш от сотрудничества заключается во взаимовыгодном обмене (торговле) производимыми товарами и услугами. Каждая сторона в результате добровольного обмена товаром должна в итоге получить больше товаров, чем сможет сама произвести. Таким образом, кривые взаимовыгодного обмена (кривые торговых возможностей) должны проходить через ранее недоступные точки над кривой производственных возможностей и иллюстрировать расширение множества доступных точек. Безубыточная торговля предполагает, что кривые торговых возможностей могут совпадать с границами производственных возможностей.

Пропорции взаимовыгодного обмена – это такие соотношения количеств обмениваемых благ, которые устраивают одновременно всех участвующих в сделке лиц. В случае обмена товарами двух субъектов взаимовыгодная пропорция обмена находится в интервале от меньшей альтернативной стоимости одного из участников до большей альтернативной стоимости другого участника. Безубыточный обмен включает также крайние точки этого интервала.

### *Пример 10 (продолжение)*

2). Определить пропорции взаимовыгодного и безубыточного обмена товарами для Робинзона и Пятницы.

Решение.

Для Робинзона альтернативная стоимость  $1x = 2/3 y$ , для Пятницы альтернативная стоимость  $1x = 2y$  (см. рис. 16). Поэтому пропорции взаимовыгодного обмена задаются неравенствами  $2/3 y < 1x < 2y$  или  $0,5x < 1y < 1,5x$ . Соответственно пропорции безубыточного обмена имеют вид  $2/3 y \leq 1x \leq 2y$  или  $0,5x \leq 1y \leq 1,5x$ .

3). Какую максимальную выгоду в натуральном выражении могут получить Робинзон и Пятница, если будут торговать друг с другом, обменивая кокосы на рыбу в пропорции 1:1?

Решение.

Пропорция обмена  $1x = 1y$  взаимовыгодна и для Робинзона и для Пятницы. При этом Робинзон будет специализироваться на сборе кокосов (товар  $x$ ), Пятница будет специализироваться на ловле рыбы (товар  $y$ ). Кривые торговых возможностей Робинзона и Пятницы приведены на рис. 18.

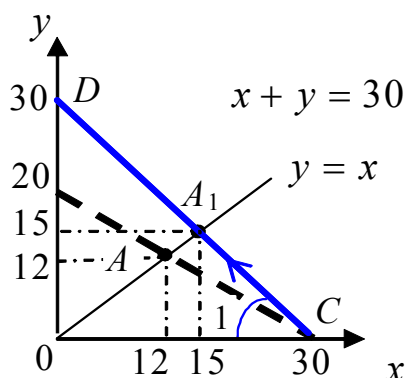


Рис. 18а. Кривая торговых возможностей для Робинзона.

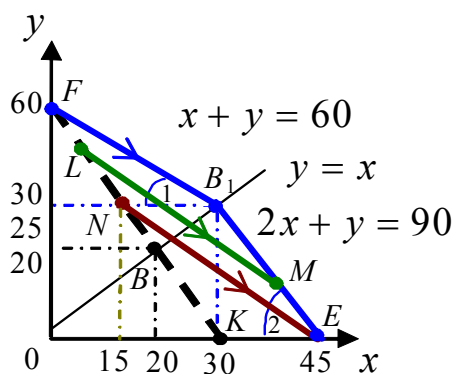


Рис. 18б. Кривая торговых возможностей для Пятницы.

Если не принимать во внимание ограничения со стороны пропорций потребления товаров, Робинзон может обменять 30 кокосов на 30 рыб и достичь точки  $D$  на рис. 18а. Предлагая для обмена менее 30-ти кокосов, Робинзон может попасть в любую точку, принадлежащую отрезку  $CD$ . Поэтому для него линия торговых возможностей при обмене товарами в пропорции 1:1 описывается уравнением  $x + y = 30$ . Если учесть, что он предпочитает потреблять кокосы и рыбу в равных количествах, т.е.  $x = y$ , то в оптимальной точке  $A_1$  на рис. 18а Робинзон получит возможность потреблять кокосы и рыбу в количестве 15 единиц:  $x = y = 15$ . Таким образом, в точке  $A_1$  на рисунке увеличение потребления по сравнению со случаем отсутствия торговли в точке  $A$  составит 3 единицы для каждого продукта.

Для Пятницы, как показано на рис. 18б, кривая торговых возможностей  $FB_1E$  имеет излом в точке  $B_1$  и описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x + y = 60 & \quad \text{при} \quad 0 \leq x \leq 30, \\ 2x + y = 90 & \quad \text{при} \quad 30 \leq x \leq 60. \end{aligned}$$

Это объясняется тем, что Пятница не может обменять всю рыбу в количестве 60 единиц, на которой он специализируется, и получить 60 кокосов за счет торговли с Робинзоном в пропорции 1:1, т.к. возможности Робинзона ограничены наличием всего 30 кокосов.

Каким образом для Пятницы становятся доступными точки новой границы? В точку  $B_1$  Пятница попадает в том случае, если, специализируясь, поймает 60 рыб в соответствии с точкой  $F$  на рис. 18б и затем обменяет 30 рыб на 30 кокосов. Предлагая для обмена менее 30-ти рыб, он может попасть в любую точку отрезка  $FB_1$ . Другая крайняя точка  $E$  доступна в том случае, если Пятница поймает 30 рыб и соберет 15 кокосов в соответствии с точкой  $N$  на своей КПВ, а затем обменяет 30 рыб на 30 кокосов. Если Пятница будет ловить более 30 рыб (и соответственно собирать менее 15 кокосов), но впоследствии 30 рыб обменивать на 30 кокосов, то он сможет достигнуть любой точки на линии  $B_1E$ . Так, например, из точки  $L$  отрезка  $FN$  на рисунке можно попасть в точку  $M$  отрезка  $B_1E$ . Если Пятница ловит менее 30-ти рыб и все

их обменивает на кокосы, то достигает точек на отрезке  $KE$ , но эти точки неэффективные, т.к. доминируются точкой  $E$ .

Чтобы ответить на вопрос о максимальной выгоде в натуральном выражении, которую могут получить Робинзон и Пятница, необходимо учесть, что для Робинзона выгодно обменивать только 15 кокосов. Поэтому для Пятницы нужно найти линию торговли с учетом возможности обменивать не более 15 рыб на кокосы в пропорции 1:1. Рассуждая по аналогии с предыдущим, можно построить границу множества доступных точек с учетом этого нового ограничения. График этой линии приведен на рис. 19, а уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} x + y = 60 & \quad \text{при} \quad 0 \leq x \leq 15, \\ 2x + y = 75 & \quad \text{при} \quad 15 \leq x \leq 37,5. \end{aligned}$$

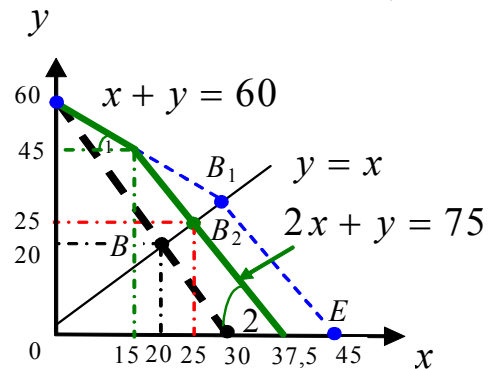


Рис. 19. Кривая торговых возможностей для Пятницы с учетом ограничения обменивать не более 15 рыб на кокосы в пропорции 1:1.

В оптимальной точке  $B_2$  на рис. 19 Пятница имеет возможность потреблять кокосы и рыбу в равных количествах по 25 единиц:  $x = y = 25$ . Увеличение его потребления по сравнению со случаем отсутствия торговли в точке  $B$  составляет 5 единиц для каждого продукта. С учетом выигрыша Робинзона 3 единицы продуктов суммарное максимальное увеличение потребления Робинзона и Пятницы составляет по 8 единиц кокосов и рыб, как и в случае объединения их хозяйств.

Пропорции обмена влияют на распределение выигрышей от обмена. В рассмотренном примере при обмене рыб на кокосы в пропорции 1:1 Робинзон дополнительно получает по 3 единицы, а Пятница по 5 единиц продуктов из суммарного выигрыша в 8 единиц. Можно убедиться, что изменение пропорций обмена в интервале безубыточности  $2/3 y \leq 1x \leq 2y$  будет влиять на распределение выигрышей между Робинзоном и Пятницей, но максимальная выгода в натуральном выражении при всех пропорциях составит 8 единиц для каждого продукта.

### Пример 10 (окончание)

4). Какую максимальную суммарную выгоду в денежном выражении могут получить Робинзон и Пятница, если у них будет возможность торговать кокосами и рыбой не только друг с другом, но и с внешним миром по ценам  $p_x = 3$  рубля за кокос,  $p_y = 2$  рубля за одну рыбу?

Решение.

Цены внешнего мира задают пропорцию обмена одного кокоса на  $k$  единиц рыбы, где  $k = p_x/p_y = 3/2 = 1,5$ . При этом Робинзон и Пятница не

обязаны торговать друг с другом. Поэтому кривые торговых возможностей Робинзона и Пятницы принимают вид, приведенный на рис. 20.

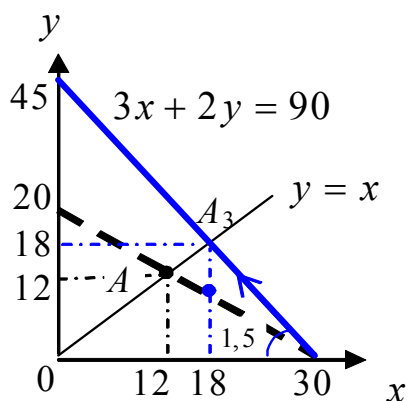


Рис. 20а. Кривая торговых возможностей для Робинзона.

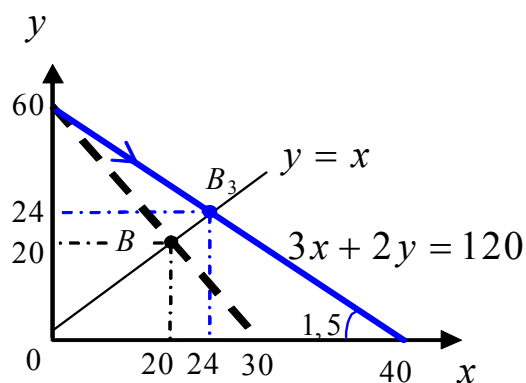


Рис. 20б. Кривая торговых возможностей для Пятницы.

Робинзон специализируется на сборе кокосов, уравнение линии торговых возможностей для него  $3x + 2y = 90$ . Находя точку пересечения с прямой  $x = y$ , получим, что Робинзон может в результате торговли получить по  $x = y = 18$  единиц кокосов и рыбы (точка  $A_3$  на рис. 20а).

Пятница специализируется на ловле кокосов, уравнение линии торговых возможностей для него  $3x + 2y = 120$ . Точку пересечения с прямой  $x = y$  имеет координаты  $x = y = 24$ . Столько единиц кокосов и рыбы может максимально получить Пятница в результате торговли с внешним миром (точка  $B_3$  на рис. 20б).

В результате совместное потребление Робинзона и Пятницы может увеличиться до  $18 + 24 = 42$  единиц каждого продукта, что на  $42 - 32 = 10$  больше по сравнению с ситуацией отсутствия торговли. Отметим, что возможность торговли с внешним миром по крайней мере не ухудшает положения участников также и по сравнению с ситуацией их взаимного обмена товарами. В рассматриваемом примере в случае взаимной торговли суммарное потребление продуктов увеличивалось максимально только на 8 единиц. Торговля же с внешним миром позволяет увеличить совместное потребление и кокосов и рыбы на  $\Delta x = \Delta y = 10$  единиц. Выигрыш в денежном выражении получим, умножив этот прирост товаров на цены внешнего мира:  $p_x \Delta x + p_y \Delta y = 3 \cdot 10 + 2 \cdot 10 = 50$  рублей.

### Историческая справка

Понятие абсолютного преимущества ввел в экономическую науку выдающийся шотландский философ и экономист Адам Смит (1723-1790). Его главный труд «Исследование о природе и причинах богатства народов» (1776 г.) стал первым полномасштабным трактатом по экономике, охваты-

вающим теории производства и распределения. А. Смит обратил внимание на важность для экономического роста разделения труда, которое ведет к росту объемов производства, техническому прогрессу и накоплению капитала. Разделение труда предполагает необходимость обмена товарами и услугами. Международное разделение труда, как полагал А. Смит, целесообразно осуществлять с учетом тех абсолютных преимуществ, которыми обладает та или иная страна. Каждая страна должна специализироваться на производстве и продаже таких товаров и услуг, по которым имеет абсолютные преимущества.

Понятие сравнительных преимуществ ввел в экономику выдающийся английский экономист Давид Рикардо (1772-1823). Он показал, что главными в торговле являются не абсолютные, а сравнительные преимущества. Используя свои сравнительные преимущества, в результате специализации и обмена выигрывают не только страны с высокой производительностью ресурсов, но и даже страны, имеющие более высокие издержки при производстве всех товаров. Д. Рикардо доказал, что свободная торговля приносит выгоды всем участвующим в ней сторонам.

### *Пример 11*

Страна	Затраты в часах труда на тонну	
	Кукуруза	Рис
Мексика	200	500
Китай	400	600

По данным таблицы определить сравнительные и абсолютные преимущества каждой страны. Возможен ли выигрыш в торговле между ними ?

Решение.

Абсолютное преимущество и по кукурузе и по рису имеет Мексика, т.к. на тонну продукта требуется меньше затрат ( $200 < 400$  и  $500 < 600$ ).

Сравнительное преимущество в производстве кукурузы имеет Мексика, т.к. альтернативная стоимость производства тонны кукурузы для Мексики равна  $200/500 = 0,4$  тонны риса, в то время как для Китая эта величина равна  $400/600 = 2/3$  тонны риса. Соответственно сравнительное преимущество в производстве риса имеет Мексика

Если основываться на концепции абсолютного преимущества, то для Мексики торговля с Китаем бессмысленна, т.к. в Китае затраты на производство продуктов больше, а для Китая ситуация выглядит безнадежной, т.к. дорогую по затратам продукцию Китая Мексика не должна покупать. На самом деле взаимную выгоду от торговли можно получить, благодаря использованию сравнительных преимуществ. Мексика должна специализироваться на производстве кукурузы и продавать кукурузу Китаю. Китай должен специализироваться на производстве риса и продавать его Мексике.

Предположим, что страны договорились об обмене 1 тонны риса на 2 тонны кукурузы. Выигрыш Мексики можно вычислить, подсчитав эконом-



ленные при таком обмене часы труда:  $500 - 2 \cdot 200 = 100$  часов. Аналогично выигрыш Китая составит  $2 \cdot 400 - 600 = 200$  часов труда.

«Ни один человек, ни один коллектив, ни одна страна не может быть эффективнее других во всех видах деятельности, поскольку даже у самых производительных экономических агентов есть сферы, в которых их преимущество чуть ниже. Если вы вчетверо умнее, втрое сильнее и вдвое красивее другого человека, этот человек имеет перед вами сравнительное преимущество в красоте, а вы, такой красивый – в этом сравнительно уступаете» (Пол Хейне).

### Задачи для самостоятельного решения

1. Предположим, что границы производственных возможностей двух фирм, производящих товары  $X$  и  $Y$ , описываются уравнениями

$$X_1^2 + Y_1^2 = 100, \quad X_2 + Y_2 = 10,$$

где  $X_i \geq 0, Y_i \geq 0, i = 1, 2$  (см рис. 21). Необходимо найти совокупную кривую производственных возможностей  $Y = f(X)$ , где  $Y = Y_1 + Y_2$  и  $X = X_1 + X_2$ .

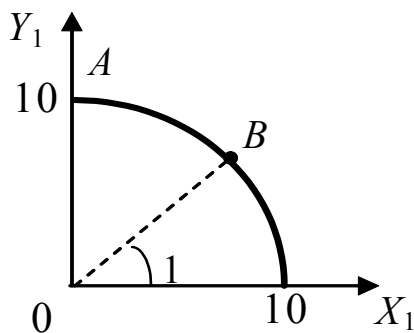


Рис. 21а.

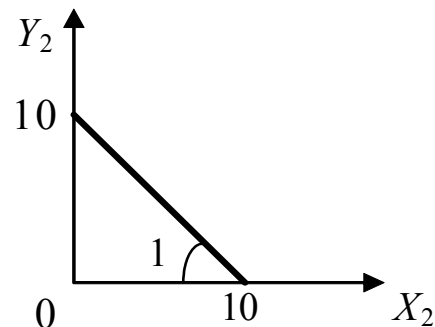


Рис. 21б.

2. Кривые производственных возможностей двух фирм описываются уравнениями

$$X_1^2 + Y_1 = 100, \quad X_2 + Y_2^2 = 100,$$

где  $X_i \geq 0, Y_i \geq 0, i = 1, 2$ . Необходимо найти совокупную кривую производственных возможностей  $Y = f(X)$ , где  $Y = Y_1 + Y_2$  и  $X = X_1 + X_2$ .

3. Производственные функции для товаров  $A$  и  $B$  равны

$$A = \begin{cases} 10, & x = 0 \\ 10 + 2x, & x > 0 \end{cases}; \quad B = \begin{cases} 30, & x = 0 \\ 30 + x, & x > 0 \end{cases}.$$

Здесь  $x$  – объем используемого для производства ресурса,  $A$  и  $B$  – объемы выпуска товаров. В распоряжении имеется всего 40 единиц данного ресурса. Построить границу производственных возможностей для товаров  $A$  и  $B$ .

4. Робинзон Крузо и Пятница живут на острове, питаются рыбой и кокосами. Робинзон Крузо может собрать 10 кокосов за 1 час или поймать 30 рыб. Пятница может собрать 5 кокосов за 1 час или поймать 20 рыб. Они работают 4 часа в день.

а) Постройте индивидуальные кривые производственных возможностей для Робинзона, для Пятницы и совместную КПВ для них обоих за один день.

б) Если допустить равенство в потреблении продуктов Робинзона и Пятницы, то будут ли они специализироваться и торговать? В какой пропорции они будут обменивать кокосы на рыбу?

5. Страна  $A$  может производить за год либо 100 ед. металла, либо 200 ед. масла, либо любую линейную комбинацию этих величин. Страна  $B$  может произвести за год либо 100 ед. масла, либо 200 ед. металла, либо любую линейную комбинацию этих величин. Потребности страны  $A$  составляют 100 ед. масла и 60 ед. металла в год. Потребности страны  $B$  составляют 100 ед. металла и 60 ед. масла в год.

а). Постройте кривые производственных возможностей для страны  $A$ , страны  $B$  и совокупную КПВ для обеих стран за один год работы.

б). Могут ли страны удовлетворить свои потребности собственными силами (только с помощью производства, не торгуя друг с другом)?

в). Каков минимальный объем внешней торговли в пропорции 1:1 для того, чтобы удовлетворить потребности каждой из стран?

6. В стране имеются два региона  $A$  и  $B$ , в которых производятся товары  $X$  и  $Y$ . Производственные функции региона  $A$ :  $X_A = \sqrt{L_X}$ ,  $Y_A = \sqrt{L_Y}$ . Общее количество единиц труда в регионе  $A$  равно 100. Производственные функции региона  $B$ :  $X_B = \sqrt{L_X}/2$ ,  $Y_B = \sqrt{L_Y}/2$ . Общее количество единиц труда в регионе  $B$  равно 400.

а). Вычислите кривые производственных возможностей обоих регионов?

б). При каком условии в стране установится эффективное распределение ресурсов в регионах (при отсутствии миграции)?

в). При каком условии в стране установится эффективное распределение ресурсов между регионами (при наличии миграции)?

г). Сколько продукта  $Y$  будет производиться в стране, если общий выпуск  $X$  равен 12 (при наличии миграции)?

7. Бабушка, мать и дочь организовали совместное предприятие по раскраске матрешек и шкатулок. За год мать может раскрасить 200 матрешек или 100 шкатулок, бабушка раскрашивает матрешки на 20% медленнее своей дочери, но шкатулки у нее получаются на 20% быстрее. Дочь любит раскрашивать матрешки и делает это в 1,5 раза быстрее бабушки, шкатулки же у нее получаются в два раза медленнее, чем у бабушки. Подскажите, как им лучше организовать производство, если учесть, что в продаваемом наборе 3 матрешки и 2 шкатулки.

8. Нина, Зина и Полина пекут пироги и ватрушки. За 5 часов работы Нина может испечь 10 пирогов или 30 ватрушек, Зина – 15 пирогов или 24 ватрушки, Полина – 12 пирогов или 48 ватрушек. Рассчитайте минимальное время, которое им необходимо для приготовления 20 ватрушек и 10 пирогов.

9. Робинзон Крузо производит и потребляет рыбу  $F$  и кокосовые орехи  $C$ . Он может работать 40 часов в неделю, а остальное время Робинзон посвящает отдыху. Зависимость пойманной рыбы от количества затраченных часов  $L_F$  имеет вид:  $F = L_F^{1/3}$ . Количество собранных орехов также зависит от потраченного времени:  $C = L_C^{1/3}$ . Робинзон потребляет рыбу и кокосы в пропорции 2:1. Определить оптимальный уровень производства, потребления рыбы и кокосов, распределения времени между двумя видами деятельности для случаев:

- 1) Робинзон Крузо изолирован от внешнего мира.
- 2) Он может торговать с внешним миром при условии, что цены на рыбу и кокосы соотносятся как  $p_F/p_C = 2$ . Робинзон производит такое же количество товаров, что и в первом случае.
- 3) Робинзон производит обмен с внешним миром при условии  $p_F/p_C = 2$ . Количество произведенных орехов и рыбы он может изменить для извлечения дополнительной выгоды от торговли.

10. Для некоторой экономики задана граница производственных возможностей в виде  $(X+1)^2 + (Y+1)^2 = 26$ , где  $X \geq 0$ ,  $Y \geq 0$ . Найдите при каких относительных ценах на товары  $p_X$  и  $p_Y$  производители в данной экономике будут: а) специализироваться на производстве товара  $X$ ; б) специализироваться на производстве товара  $Y$ ; в) производить оба товара.

11. Производственные функции двух отраслей заданы формулами  $X = \sqrt{K_1 L_1}$ ,  $Y = \sqrt{K_2 L_2}$  (первая отрасль производит  $X$ , а вторая  $Y$ ; для производства первая отрасль использует труд  $L_1$  и капитал  $K_1$ , вторая использует труд  $L_2$  и капитал  $K_2$ ). Общие запасы труда и капитала в экономике равны соответственно  $\bar{L} = L_1 + L_2 = 9$  и  $\bar{K} = K_1 + K_2 = 16$ . Найти границу производственных возможностей. Определить предельную норму трансформации благ  $X$  и  $Y$  при  $X = 6$ .

12. В экономике производятся блага  $X$  и  $Y$ . Производственные функции:  $X = \sqrt{KL}$ ,  $Y = K + L$ , где  $K$  и  $L$  – объемы, используемых в производстве факторов капитала и труда соответственно. Запасы ресурсов для производства благ  $X$  и  $Y$  равны  $K = 36$ ,  $L = 25$ . Построить кривую производственных возможностей. Определить предельную норму трансформации благ  $X$  и  $Y$  при  $X = 10$ .

13. В экономике производятся блага  $x_1$  и  $x_2$ . Производственные функции:  $x_1 = K + L$ ,  $x_2 = 2K + L$ , где  $K$  и  $L$  – объемы, используемых в

производстве факторов капитала и труда соответственно. Запасы ресурсов для производства благ  $x_1$  и  $x_2$  равны  $K = 40$ ,  $L = 20$ . Построить кривую производственных возможностей. Определить предельную норму трансформации благ  $x_1$  и  $x_2$  при  $x_1 = 20$ .

14. В экономике производятся блага  $X$  и  $Y$ . Производственные функции:  $X = \sqrt{KL}$ ,  $Y = \min(L, K)$ , где  $K$  и  $L$  – объемы, используемых в производстве факторов капитала и труда соответственно. Запасы ресурсов для производства благ  $X$  и  $Y$  равны  $K = 25$ ,  $L = 36$ . Построить кривую производственных возможностей. Определить предельную норму трансформации благ  $X$  и  $Y$  при  $X = 10$ .

15. Робинзон Крузо и Пятница до встречи друг с другом имели кусочно-линейные границы производственных возможностей, изображенные на рис. 22, где  $x$  – количество кокосов,  $y$  – количество рыб, которые они могут собрать или выловить за день. Они предпочитают потреблять кокосы и рыбу в равных количествах, т.е.  $x = y$ .

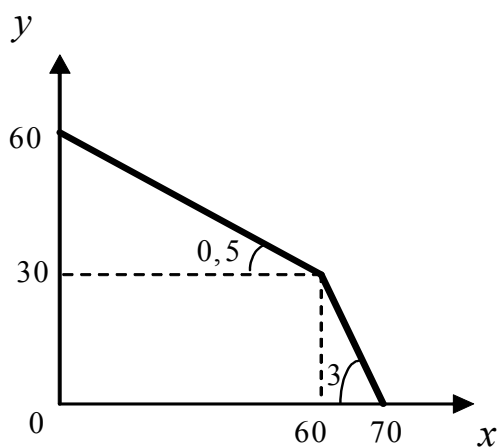


Рис. 22а. КПВ для Робинзона.

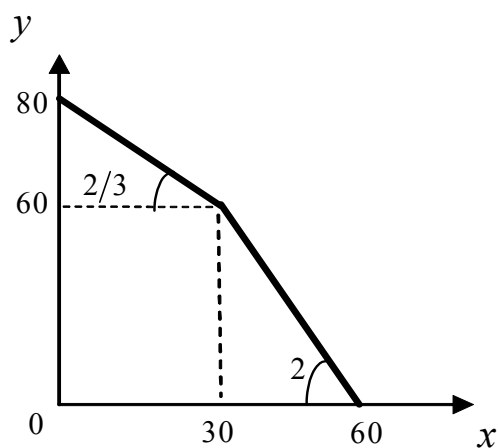


Рис. 22б. КПВ для Пятницы.

- 1). Какую максимальную суммарную выгоду в натуральном выражении они получают, если, встретившись друг с другом, объединят хозяйства?
- 2). Определить пропорции взаимовыгодного и безубыточного обмена товарами для Робинзона и Пятницы.
- 3). Какую максимальную выгоду в натуральном выражении могут получить Робинзон и Пятница, если будут торговать друг с другом, обменивая кокосы на рыбу в пропорции 1:1?
- 4). Какую максимальную суммарную выгоду в денежном выражении могут получить Робинзон и Пятница, если у них будет возможность торговать кокосами и рыбой не только друг с другом, но и с внешним миром по ценам  $p_x = 3$  рубля за кокос,  $p_y = 2$  рубля за одну рыбу?

## Список литературы

1. Самуэльсон П.А., Нордхаус В.Д. Экономика. / Пер. с англ. Под ред. Тарасевича Л.С., Леусского А.И. – М.: БИНОМ, 1997.
2. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика. / Пер. с англ. – М.: Дело, 1997.
3. Кругман П.В., Обстфельд М. Международная экономика. Теория и политика: Учебник для вузов. / Пер. с англ. Под ред. В.П. Колесова, М.В. Кулакова. – М.: Экономический факультет МГУ, ЮНИТИ, 1997.
4. Хейне П. Экономический образ мышления. / Пер. с англ. Под ред. Б. Пинскера, – М.: Каталаксия, 1997.
5. Макконелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. / Пер. с англ. – М.: Республика, 2000.
6. Вэриан Х.Р. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход: Учебник для вузов. / Пер. с англ. под ред. Н.Л. Фроловой. – М.: ЮНИТИ, 1997.
7. Савицкая Е.В. Уроки экономики в школе: Методическое пособие. – М.: Вита-Пресс, 1997.
8. Матвеева Т.Ю., Никулина И.Н. Основы экономической теории. – М.: Дрофа, 2003.
9. Мицкевич А.А. Сборник заданий по экономике. Для учащихся 9 – 11 классов. – 4-е изд., переработанное. – М.: Вита-Пресс, 2004.

## СОДЕРЖАНИЕ

Основные понятия экономики	3
Основные предпосылки экономической теории	3
Кривая производственных возможностей	4
Многокритериальность и эффективные решения	6
Закон возрастания альтернативной стоимости	8
Производственная функция, эффект масштаба в производстве благ	8
Примеры построения границ производственных возможностей	9
Абсолютное преимущество и сравнительное преимущество	11
Суммирование кривых производственных возможностей	13
Математическое правило для нахождения совокупных кривых производственных возможностей	15
Расширение границ производственных возможностей	17
Определение выгод от рационального распределения обязанностей при объединении	18
Определение границ взаимовыгодной и безубыточной торговли	20
Историческая справка	23
Задачи для самостоятельного решения	25
Список литературы	29

**Силаева Марина Владиславовна,  
Силаев Андрей Михайлович**

**Базовые экономические понятия,  
кривая производственных возможностей**

Учебно-методическое пособие

Нижегородский филиал Государственного университета - Высшей школы  
экономики, г. Нижний Новгород, ул. Б. Печерская, 25.