Приложение

к Положению

о выпускной квалификационной

работе бакалавров в НИУ ВШЭ

Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования

"Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Факультет Мировой Экономики и Мировой Политики

**Отделение факультета** Экономика

Кафедра Международных Валютно-Финансовых Отношений

Выпускная Квалификационная Работа

На тему «Параметризация функции отношения к риску на валютных рынках в терминах базовых когнитивных эффектов»

Студент группы № 466

Чиркова Маргарита Юрьевна

Научный руководитель

Ельцов Юрий Владимирович

Москва, 2013 год

Оглавление

Введение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

1. Теоретическая основа . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7

* 1. Базовые когнитивные эффекты . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9
  2. Модель формирования ожиданий BSV . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 14
  3. Функция отношения к риску . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 18

Глава 2. Методология исследования . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 23

2.1 Разделение смеси распределений . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 23

2.2 Функция правдоподобия . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 25

2.3 Байесовская процедура . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 28

2.4 Теорема Якверта . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 30

Глава 3. Формирование математического аппарата. . . . . . . . . . . . . . . . 34

Заключение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 38

Библиография . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 41

**Введение**

На протяжении нескольких десятилетий торговля на валютных рынках является одной из самых распространенных среди индивидуальных инвесторов, ввиду возможности управлять относительно малым размером инвестиционного капитала и первоначального денежного вложения, прозрачности рынка и желания получить весомую прибыль от торговли с большими рычагами. Однако для формирования эффективной стратегии на данном рынке немаловажно понимать и брать во внимание психологию действий других участников рынка.

В этой работе мы исследуем один из самых **актуальных вопросов** финансового анализа и прогноза, а именно, на каких правилах формирования массовых субъективных ожиданий базируются инвестиционные решения, принимаемые участниками валютного рынка. Хотя сама возможность прогнозирования финансового рынка и оспаривается многими представителями классической финансовой науки, которая предполагает, во-первых, что эффективный рынок представляет собой марковский процесс первого порядка и, во-вторых, что вся необходимая информация известна инвестору из предыдущих цен, и процесс формирования ожиданий остальных участников рынка не так важен, с точки зрения полноты информации, как известно, рынок не является полностью эффективным, что позволяет понять, что на цену влияют не только предыдущие периоды.

**Объектом** исследования дипломной работы является процесс параметризации функций отношения к риску двух основных типов участников рынка: рискофобов и рискофилов.

**Предметом** исследования выступает массив котировок американского доллара к российскому рублю в период с 20/09/2012 по 04/05/2013 на каждый час. Для анализа были взяты наиболее репрезентативные цены - цены закрытия.

В результате многих эмпирических исследований в финансовой сфере было выявлено два основных типа когнитивных поведенческих эффектов: недостаточная и чрезмерная реакции на события на рынке. Таким образом, **цель** дипломной работы заключается в том, чтобы объяснить то или иное отношение к риску (склонность к риску или неприятие риска) путем доминирования того или иного когнитивного поведенческого эффекта.

Для достижения этой цели необходимо выполнить **ряд задач**: проанализировать базовые когнитивные эффекты, исследовать теорию неприятия риска, в результате процесса разделения смесей получить новые локальные распределения и, наконец, параметризовать функцию отношения к риску с помощью теоремы Якверта.

**Методология исследования** дипломной работы подразумевает анализ реальных котировок американского доллара к российскому рублю за 2012 год. Затем делается предположение, что соревнуются два основных поведенческих эффекта, однако в каждый момент времени доминирует лишь один. Такой вывод мы сможем сделать из процесса разделения смесей. После этого будет ясно, что новые локальные распределения со своими определенными весами образуют новый ценовой ряд, и тогда мы сможем параметризовать функцию отношения к риску и объяснить то или иное отношение к риску через поведенческие эффекты. На основании всех сравнений и вычислений делается вывод.

**Рабочая гипотеза** исследования может быть сформулирована следующим образом: если у субъекта в момент времени t функция отношения к риску демонстрирует, что субъект не терпит риска, это значит, что у него недостаточная реакция на поступающую вновь информацию, и наоборот, если у субъекта в момент t функция отношения к риску показывает, что он склонен рисковать, это свидетельствует о его чрезмерной реакции на новую информацию.

Дипломная работа состоит из **трёх основных частей**: введения, основной части и заключения. Во введении говорится об актуальности данной работы, определяются объект и предмет исследования, ставится цель написания дипломной работы по данной проблематике, ставятся задачи исследования и описывается ее методология. Кроме того, во введении устанавливается рабочая гипотеза дипломной работы и описывается структура работы с кратким указанием содержания каждой главы. Основная часть состоит из трёх глав. В первой главе представлена теоретическая база для дальнейшего исследования, где описываются основные поведенческие эффекты (недостаточная реакция, чрезмерная реакция) и проводится анализ функции отношения к риску. Во второй главе диплома подробно описывается методология исследования, т.е. процесс разделения смесей, новые локальные распределения, полученный новый ценовой ряд и параметризация функции отношения к риску. В третьей главе представлена практическая часть с построением финальной модели с использованием массива котировок и реальных данных. В заключении подводятся выводы по всей дипломной работе, даются развернутые ответы на поставленные во введении вопросы.

**Теоретической основой** для данной работы стали труды таких известных исследователей, как Николос Барберис, Андрей Шляйфер и Роберт Вишний, Роберт Блумфилд и Джевври Хэйлс, Хэйм и Арзиел Леви, Дуглас Бриден и Роберт Литценбергер, Дженс Якверт, Кеннет Эрроу и Джон Прэтт.

Данная дипломная работа имеет определенную **практическую применимость**. Построение модели основывается на реальных данных, что делает модель привязанной к реальной ситуации на финансовых рынках. Кроме того, математическая модель, полученная в результате данной работы, может быть применена в определенной области прогнозирования финансовых рынков. Таким образом, данная дипломная работа несет в себе практический смысл.

Математическая модель и ее функционирование на примере массива котировок апробированы в Mathcad; такой подход позволил существенно упростить вычисления и автоматизировать сам процесс.

**1. Теоретическая часть**

На протяжении длительного времени существует стойкое противостояние классической финансовой науки и поведенческих финансов. Однако с годами теории поведенческих финансов пополняются все новыми механизмами и методами анализа, и эта отрасль финансовой науки становится все более самостоятельной, благодаря вовлечению не только смежных наук, но и дисциплин ранее совершенно не имеющих дело с финансами таких, как психология и нейробиология. Тем не менее, методы классической финансовой науки по-прежнему являются базой других производных от нее наук, и мы не можем не пользоваться ранее изученными механизмами.

Поведенческие финансы фундаментально изучают вопрос рациональности, то есть насколько рационально принимают решения участники рынка, в то время как теории классических финансов сосредоточены на самом рынке, и классических финансистов больше интересует анализ информационной эффективности цен финансовых инструментов.

Вопрос эмоций в принятии инвестиционных решений заинтересовал как психологов, так и экономистов. Таким образом, Д. Канеман и А. Тверски**[[1]](#footnote-1)** обнаружили закономерное отклонение поведения индивида от теории ожидаемой полезности. Применение разработанной ими теории перспектив и других психологических характеристик индивида в принятии решений была изучена теоретически и эмпирически (смотри Барберис и Тайлер**[[2]](#footnote-2)**). Однако более, чем двадцатью годами ранее этой статьи Фестингер (1957)**[[3]](#footnote-3)** разработал теорию когнитивного диссонанса, которая говорит, что индивиды сортируют информацию так, чтобы она соответствовала тому, чего они уже подсознательно ожидают.

Вопрос, поставленный Николосом Барберисом, Андреем Шляйфером и Робертом Вишным в статье «A model of investor sentiment»[[4]](#footnote-4) 1998-ого года, занимает центральное место в дипломной работе. Проблематика статьи заключается преимущественно в чрезмерной и недостаточной реакциях инвесторов на поступающую новую информацию.

Барберис и его соавторы разработали модель формирования ожиданий нейтрального к риску инвестора, который управляет определенным финансовым активом. Авторы статьи предполагают, что такой участник рынка формирует свои ожидания согласно эффекту переключения режимов (regime switching), то есть у него априори существует две модели поведения среди которых он выбирает только одну.

Базовой задачей данного исследования является проверка рабочей гипотезы работы, которая была представлена следующим образом: у субъекта в момент времени t функция отношения к риску демонстрирует, что субъект не терпит риска (рискофоб), тогда и только тогда, когда у него недостаточная реакция (underreaction) на поступающую вновь информацию, и наоборот, у субъекта в момент t функция отношения к риску показывает, что он склонен рисковать (рискофил), тогда и только тогда, когда у него чрезмерная реакция (overreaction) на новую информацию.

* 1. **Базовые когнитивные эффекты**

В общем, экономическая теория предполагает, что агенты изымают, анализируют и интерпретируют информацию рационально. Безусловно, это предположение играет фундаментальную роль в построении поведенческих моделей, однако как показал Норт (1990)**[[5]](#footnote-5)**, экономисты могут рационализировать их понимание многих феноменов, учитывая и другие поведенческие аспекты в своих моделях.

Как при теоретических исследованиях, так и при эмпирических проверках когнитивные психологи выявляют необъективность индивидов при анализе информации.

Как говорилось выше, одна из базовых работ, анализируемая в ходе исследования, это широко известная в сфере поведенческих финансов статья Николаса Барбериса, Андрея Шляйфера и Роберта Вишного «A model of investor sentiment», опубликованная в 1998 году в журнале «Journal of Financial Economics». Авторы работы предложили модель формирования ожиданий участников рынка, в основе которой лежат два базовых когнитивных эффекта: недостаточная и чрезмерная реакции.

Прежде всего, необходимо дать ключевые понятия, используемые в работе и проанализировать уже проделанную другими исследователями работу в рамках данной проблематики.

Итак, *эффект недостаточной реакции* выражается в том, что игроки на рынке на сравнительно коротких, с инвестиционной точки зрения, промежутках времени пренебрегают поступающими новостями, касающихся финансового актива: это может быть информация о прибыли компании, ее денежных потоках или же информация абсолютного другого типа, например политические новости. Н. Барберис, Андрей Шляйфер и Роберт Вишний понимают под эффектом недостаточной реакции ситуацию, когда в период, следующий после объявления хороших новостей, средняя доходность финансового актива выше, чем в период, следующий после объявления плохих новостей:

*E ( rt+1* | *zt = G) > E ( rt+1* | *zt = B),* (1.1)

где *zt* - это объявленные новости в период времени *t*, которые, соответственно, могут быть либо хорошими (G=good), либо плохоми (B=bad)[[6]](#footnote-6).

Как следствие, возникает эффект дрейфа цены в том же направлении, что и в момент объявления информации. В финансовой экономике дрейф после объявления прибыли[[7]](#footnote-7) - это тенденция кумулятивных отклоняющихся от нормы доходов от акций дрейфовать (сдвигаться) в ту же сторону, что и earnings surprise (прибыль, превосходящая или не оправдывающая аналитические ожидания) в течение нескольких следующих недель (и даже нескольких месяцев) после объявления прибыли. Этот феномен может быть объяснен рядом разных гипотез, однако наиболее широко принятое объяснение этого эффекта выражается в недостаточной реакции инвестора на объявления прибыли.

В динамике колебания цен на финансовые активы эффект дрейфа фундаментально изучали Рони Майкли, Ричард Тайлер и Кент Вомак[[8]](#footnote-8), Виктор Бернард и Джэйкоб Томас[[9]](#footnote-9), Луис Чан, Нармасиман Джегадиш и Джосеф Лаконишок[[10]](#footnote-10) и многие другие. Барберис, Шляйфер и Вишний разработали свою модель и пришли к определенным теоретическим выводам именно благодаря выше упомянутым работам, взяв их отчасти как базу.

Стоит отметить, что сам эффект недостаточной реакции со стороны инвесторов на поступающую информацию вызвал большой интерес и стал предметом отдельного изучения. В. Бернард углубленно изучал эффект недостаточной реакции и проводил исследование, связанное с замедленным изменением цены на акцию после объявления прибыли компании.

Результат его работы был следующий. Допустим, что возможно разделить акции на кластеры, в зависимости от того, насколько неожиданным (earning surprise - ES) стало объявление о прибыли. Существует простой способ измерить ES: посчитать разницу между доходом компании в данном квартале и ее доходом во время этого же квартала прошлого года. Однако есть и другой способ: проанализировать изменения (reaction) цены на акцию после объявления прибыли.

Общий и ожидаемый результат исследования заключается в том, что акции с положительным ES приносят относительно высокие доходы в период до объявления прибылей, поскольку информация о доходе уже включена в цены. Намного более удивительное открытие состоит в том, что акции с более высоким показателем ES также приносят более высокие доходы в период после формирования портфеля: рынок медленно реагирует на информацию из объявления прибыли в пересмотре курса акций компании.

Таким образом, можно сделать вывод, что относительно старая информация, а именно прошлые объявления прибыли, могут успешно помочь при прогнозировании будущих доходов с поправкой на риск. Иначе говоря, информация о доходах внедряется, хоть и не мгновенно, в цены на акции.

Второй поведенческий эффект, который будет рассмотрен - это *эффект чрезмерной реакции*, который выражается в повышенной реакции участников рынка на поступающую информацию.

Аналогично определению недостаточной реакции, Барберис и его соавторы определяют эффект чрезмерной реакции как ситуацию, когда в период, следующий после объявления не одной, а серии хороших новостей, средняя доходность финансового актива ниже, чем в период, следующий после объявления цепи плохих новостей:

*E ( rt+1* | *zt = G, zt-1 = G, . . . , zt-j = G) > E (rt+1* | *zt = B, zt-1 = B, . . . , zt-j = B),* (1.2)

где j - это по меньшей мере единица или же намного больше.[[11]](#footnote-11) Здесь чрезмерная реакция выражается в том, что инвесторы придают субъективную важность поступавшим в течение относительно длительного времени хорошим новостям и тем самым переоценивают актив, а в случае серии плохих новостей - недооценивают.

В отличие от эффекта недостаточной реакции, этот эффект, выражается в том, что впоследствии, вслед за периодом, в котором поступил новый сигнал, наблюдается дрейф цены в сторону, противоположную направлению, индуцированному сигналом.

Эффект чрезмерной реакции углубленно изучали такие авторы, как Е. Фама и К. Френч[[12]](#footnote-12), Д. Катлер, Дж. Потерба и Л. Самерс[[13]](#footnote-13), В. Де Бондт и Р. Тайлер[[14]](#footnote-14) и многие другие, и анализировали его присутствие на различных рынках.

Дж. Кэмпбэлл и Р. Шиллер[[15]](#footnote-15) искали доказательство присутствия данного эффекта, которое заключается в том, что в период от трех до пяти лет наблюдалась слабая отрицательная автокорреляция доходов от финансовых активов на различных рынках. Более того, в аналогичный период наблюдалось влияние факторов оценки акций (таких, как дивидендные доходы) на прогноз дохода компании: низкие дивидендные доходы в прошлом - маленькая прибыль в будущем.

В более ранней работе В. Де Бондта и Р. Тайлера авторы, анализируя реальные данные, пришли к очень важному выводу: портфель акций, принесший крайне маленькие доходы за последние пять лет, в будущем резко превосходит портфель с крайне высокой доходностью даже после проведения стандартной поправки на риск.

Эту идею позже продолжил П. Заровин[[16]](#footnote-16), который выяснил, что фирмы, реализовавшие исключительно низкую прибыль на протяжении нескольких лет подряд, впоследствии превосходят фирмы с в точности обратной ситуацией. Это свидетельствует о том, что, во-первых, акции с постоянной негативной историей и, соответственно, низкой доходностью весьма недооценены, и, во-вторых, инвестор, таким образом, может рассчитывать на более высокий доход, зная эту информацию. Наблюдается аналогичный алгоритм и с переоцененными акциями.

Работы вышеупомянутых авторов стали фундаментальными для построения многих теоретических моделей, связанных с эффектом чрезмерной реакции участников финансовых рынков на поступающую вновь информацию касательно финансовых активов.

Важно отметить, что в дипломной работе нас интересует модель формирования ожиданий инвесторов, связанная с ранее описанными эффектами, которые берут свое начало в когнитивной психологии. Проанализировав базовые когнитивные эффекты (недостаточную и чрезмерную реакции на поступившую информацию), мы сможем объяснить то или иное отношение к риску (склонность к риску, неприятие риска) путем доминирования того или иного поведенческого эффекта.

**1.2 Модель формирования ожиданий BSV**

В своей статье «A model of investor sentiment» Барберис, Шляйфер и Вишни предлагают математическую формализацию предложенных моделей и выдвинули пути эмпирических проверок. Авторы данной работы описывают модель поведения нейтрального к риску инвестора и описывают процесс формирования его ожиданий при условии постоянной ставки рефинансирования.

Инвестор в этой модели не осознает, что ожидаемый доходн поддается процессу случайного блуждания (random walk). Он полагает, что у мира есть два «состояния» или «режима» и, что существует отдельная самостоятельная модель, регулирующая ожидаемую доходность в каждом режиме. То есть, когда мир находится в режиме 1, модель 1 определяет распределение, в режиме 2 – модель 2.

Итак, предположим, что ожидаемая доходность в момент времени t описывается следующим образом: где – это доходность в момент t, которая может принимать значения либо со знаком «+», либо с «-». Инвестор предполагает, что определяется одной из двух моделей (модель 1 или модель 2), в зависимости от «режима» экономики.

Модели 1 и 2 поддаются марковскому процессу, то есть знак зависит лишь от знака . Основная разница двух моделей заключается в переходных вероятностях. Матрицы переходных вероятностей для двух моделей будут задаваться таким образом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Модель 1 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

*Таблица 1.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Модель 2 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

*Таблица 2*

Ключевая разница состоит в том, что - это малая вероятность, заключенная в промежуток [0; 0,5], в то время как - это большая в границах [0,5; 1]. Другими словами, в модели 1 положительный шок скорее всего сменится отрицательным, а в модели 2, наоборот, - за положительной тенденцией последует положительная в следующем периоде.

Инвестор полагает, что он знает параметры и , более того, он уверен, что действительно существует процесс, контролирующий переключение «режимов» так же, как и переключение с модели 1 на модель 2. Тогда переходные вероятности переключения можно определить так:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

*Таблица 3*

Состояние мира на момент времени t задается . Если , это означает, что мы находимся в первом режиме и, соответственно, ожидаемую доходность генерирует модель 1, и наоборот. Параметры и определяют вероятности переключения от одного режима к другому. В модели BSV эти параметры задаются как достаточно малые: . Это свидетельствует о том, что переключения с одного состояния на другое происходят редко. Поскольку безусловная вероятность пребывания в состоянии 1 равна , то это значит, что в среднем инвестор следует модели 1 чаще, чем модели 2. Хотя авторы говорят, что полученные в исследовании результаты не зависят от соотношения этих параметров, оно может быть и обратным.

Чтобы оценить ценную бумагу, инвестору нужно спрогнозировать будущую доходность. Поскольку модель BSV диктует инвестору, что ожидаемая доходность сгенерирована одной из двух моделей, он решает задачу определения модели и режима. Инвестор наблюдает за доходностью каждый период и использует эту информацию настолько эффективно, насколько это возможно, чтобы определить действующий режим и знак доходности.

В каждый момент t инвестор с учетом рассчитывает (вероятность того, что была сгенерирована моделью 1), используя новую информацию для улучшения своей оценки за предыдущий период. Авторы предположили, что это улучшение осуществляется на основе правила Байеса, и тогда задается следующим образом:

(1.3)

Тогда, если знак доходности в период t+1, , такой же как и в период t, то инвестор улучшает по сравнению с , используя

(1.4)

учитывая, что .

Иными словами, инвестор придает больше значения модели 2, если он наблюдает последовательность двух одинаковых по знаку доходностей. Аналогично, если в период t+1 доходность отличается по знаку от доходности в период t, то

(1.5)

где и значимость модели 1 увеличивается.

Далее Барберис и его соавторы анализируют применение сформулированной модели. Поскольку в модели представлен репрезентативный агент, то цена финансового актива будет рассчитывать так:

Следует заметить, что математические ожидания в этом выражении являются математическими ожиданиями инвестора, который не осознает, что распределение доходностей поддается процессу случайного блуждания. В противном случае, цена бы равнялась

Основываясь на полученных результатах, авторы статьи пришли к двум гипотезам. Первая – если инвестор предполагает, что динамика приростов генерируется моделью переключения режимов, то цены задаются следующим выражением:

где являются константами, зависящими от и описываются так:

где

Формулу для довольно легко интерпретировать. - это, как упоминалось выше, цена, которая поддается процессу случайного блуждания, а показывает отклонение цены от базового значения (т.е. ожидаемый прирост).

Далее мы перейдем ко второй гипотизе, выдвинутой авторами статьи. Барберис и его коллеги, предполагают, что если параметры удовлетворяют условиям то функция колебания цен, описанная в гипотезе 1, применима для описания как эффекта недостаточной реакции, так и эффекта чрезмерной реакции, где и - это положительные константы, зависящие от

Несмотря на то, что Барберис и его соавторы достаточно подробно объяснили феномены эффекта чрезмерной и недостаточной реакции, в статье отсутствует эмпирическая проверка на реальных рыночных ценах. В дипломе же предлагается не только описание моделей на теоретическом уровне, но и эмпирика, представленная в следующих двух главах.

* 1. **Функция отношения к риску**

Гипотеза ожидаемой полезности является основополагающей для понимания поведения инвестора в условиях неопределенности. Общеизвестно, что «правильная» функция полезности должна быть или возрастающей и вогнутой функцией богатства, или, чтоб у нее первая производная была положительной, а вторая - отрицательной. Кроме того, принято считать, что мера абсолютного неприятия риска по Эрроу-Претту должна снижаться с богатством.

Итак, в этой части исследования рассматривается понятие, характеризующее склонность потребителя и инвестора к принятию того или иного решения в условиях риска, а именно отношение к риску. Хотя смоделировать многие естественные человеческие факторы, такие как суеверие или интуиция, почти невозможно, тем не менее систематический способ для анализа сделанного выбора в условиях неопределенности по-прежнему может быть разработан.

Изначально теория неприятия риска и применение различных методов измерения неприятия риска к ситуациям, связанным с неопределенностью, была разработана экономистами Кеннетом Эрроу (1971) и Джоном Прэттом (1964). Более того, они объяснили метод оценки абсолютного и относительного неприятия риска c помощью дважды непрерывной дифференцируемой функции полезности.

Говоря об абсолютном и относительном неприятии риска, важно проанализировать коэффициенты отношения к риску и само понятие неприятия риска. Во-первых, необходимо рассмотреть альтернативные способы оценки премии за риск. Предположим, что есть ставка с ожидаемым выигрышем равным и отклонением . Суммарное богатство инвестора после ставки определяется как W+, а богатство после распределения ставки – N(, ). Теперь мы должны найти такую премию за риск , чтобы индивиду было безразлично в выборе между неопределенной игрой и W+- – уже определенным выигрышем:

Для простоты зададим W и как ноль. Тогда является тем количеством денег, которое не должно быть учтено в ожидаемом выигрыше, чтобы риск не влиял на решение инвестора:

Применив правило рядов Тэйлора, мы получаем:

Таким образом, мы получили формулу, задающую премию за риск. Логично утверждать, что чем больше инвестор не терпит риск, тем бòльшую премию он будет требовать. Предположительно, доходность на рынке зависит от массового отношения к риску: чем хуже инвестор относится к риску, тем более высокая будет средняя доходность, потому что инвесторы, как участники рынка, не согласны работать с таким активом. Премия – это, в некотором смысле, компенсация, которую требуют участники рынка на ту величину риска, от которой нельзя избавиться. Инвестор будет требовать премию за риск, владея каким-либо портфелем, стоимость которого является случайно величиной (агрегированной величиной отношения к риску). Так, если портфель колеблется в своей стоимости, то случайная природа его стоимости будет означать, что инвестор должен учитывать возможные значения вокруг текущего, то есть чем дальше от текущего, тем меньше вклад этого возможного значения стоимости портфеля в премию инвестора, которую он требует за владение этим портфелем. В общем смысле премия за риск – это некий функционал от функции неприятия риска, зависимость которого описывается линейным способом.

Теперь дадим более подробное описание абсолютного неприятия риска. Его определяют как меру абсолютного количества богатства, которое инвестор готов подвергать риску в зависимости от изменений в богатстве. Снижение абсолютного неприятия риска означает, что количество богатства, которое индивид готов подвергать риску, возрастает по мере увеличения богатства. О постоянном абсолютном неприятии риска можно говорить, если количество богатства, подвергаемое риску, остается неизменным вне зависимости от изменений богатства. Так же и увеличение абсолютного неприятия риска, соответственно, говорит о том, что с ростом накоплений индивид все меньше терпит абсолютный риск.

Коэффициент ARA (absolute risk aversion = абсолютного неприятия риска) К. Эрроу и Дж. Прэтт[[17]](#footnote-17) определяют следующим образом:

где U(W) – это функция полезности фон Неймана-Моргенштерна[[18]](#footnote-18). Как известно, существует зависимость между премией за риск и ARA, которая говорит о том, что премия должна нести в себе информацию об отношении к риску на всей шкале возможных значений зависимой переменной.

Под относительным неприятием риска понимается мера готовности инвестора принять риск в зависимости от того, какой процент своего богатства подвергается риску. Аналогично с абсолютным неприятием риска, снижение относительного неприятия риска указывает на то, что часть богатства, которую индивид готов подвергнуть риску, растет с увеличением богатства. Постоянное говорит о том, что такая часть сохраняется неизменной с ростом богатства. И, соответственно, рост относительного неприятия риска означает, что со снижением богатства индивид готов рисковать бòльшей частью своего запаса.

Коэффициент RRA (relative risk aversion = относительного неприятия риска) задается следующим образом:

Кроме того, стоит отметить, что функция полезности порождается функцией неприятия риска, то есть мы можем наблюдать прямую зависимость двух этих функций.

**2. Методология исследования**

В этой главе приводится пошаговое объяснение методологии исследования, на основании которой впоследствии строился математический аппарат.

Как уже упоминалось ранее, цель данного исследования - объяснить определенное отношение к риску через соответствующие поведенческие эффекты. Для этого необходимо понять механизм определения и оценивания того или иного отношения к риску. На сегодняшний день исследователи финансовой науки разработали множество моделей, позволяющих построить механизм переключения режимов при формировании ожиданий инвесторами.

**2.1 Разделение смеси распределений**

На данном этапе логично выдвинуть одну из основных гипотез исследования: наблюдаемый ценовой процесс с неизвестным распределением на самом деле состоит из двух известных локальных распределений плотности вероятности, которые передают тот или иной поведенческий эффект. Следовательно, мы предполагаем, что участник рынка, пытающийся получить необходимую информацию из наблюдаемого вектора значений доходности, фактически работает с несколькими распределениями вероятностей, которые, в свою очередь, входят в эмпирически наблюдаемый процесс с определенными весами, дающими в сумме единицу. Исходя из этого, мы приходим к довольно тривиальному выводу, что данные веса играют роль вероятностей того, что наблюдаемый процесс порожден данным распределением.

Опираясь на вышесказанное, мы можем заключить, что первый шаг в построении модели сводится к задаче разделения смеси распределений. Данную тематику углубленно исследовали такие авторы, как В. Г. Булгрен и К. Чой[[19]](#footnote-19), Х. Чен[[20]](#footnote-20), Дж. МакЛахлан[[21]](#footnote-21), В. Моленар[[22]](#footnote-22), А. Кабир[[23]](#footnote-23), Н. Гриджман[[24]](#footnote-24) и многие другие.

Смеси вероятностных распределений как математические модели используются во многих задачах, например, при непараметрическом оценивании плотности и в кластерном анализе. Они демонстрируют высокую адекватность при описании неоднородных данных. Смеси вероятностных распределений хорошо зарекомендовали себя при описании хаотических процессов, моделирующих, к примеру, поведение цен финансовых инструментов.

Несмотря на то, что в подходе разделения смеси присутствуют свои недостатки со статистической точки зрения (сложность выбора подходящих распределений для наблюдаемого процесса), он широко применяется и в эконометрике, и мы можем это увидеть в работах Дж. Диболта и К. Роберта[[25]](#footnote-25), С. Сампитро[[26]](#footnote-26) и др. Что же касается финансовой науки, то этот подход имеет широкую применимость, ввиду успешности прогнозирования временных рядов, что и показал в своих исследованиях Дж. Вульф[[27]](#footnote-27).

В нашем случае задача разделения смеси вероятностных распределений сводится к решению следующих проблем: во-первых, необходимо оценить параметры локальных распределений, и, во-вторых, сформировать вектор весов, с которым локальные распределения будут формировать смесь.

Важно уточнить, что в данном случае речь идет именно о локальных распределениях, составляющих смесь, потому что каждое из них имеет собственный центр, и они по-разному располагаются на числовой оси.

Одним из обязательных условий разделения смеси вероятностей является тот факт, что она должна быть идентифицируемая (различимая). Семейство смесей называется идентифицируемым, если из равенства

следует, что  для всех . Проблему различимости смеси так же исследовали Купер и Шварц[[28]](#footnote-29), Яковитц[[29]](#footnote-30), Рэймент[[30]](#footnote-31) и другие.

**2.2 Функция правдоподобия**

Итак, мы пришли к выводу, что в рамках данного исследования мы базируемся на том факте, что любой вектор доходности может представлять собой определенное распределение, состоящее из смеси локальных распределений, к каждому из которых присвоен свой вес, которые в сумме должны давать единицу.

Традиционными статистическими инструментами при решении задачи разделения смеси являются метод моментов и метод максимального правдоподобия. Как правило, для оценки смешивающего распределения в рассматриваемых задачах используется метод максимального правдоподобия. При этом ищется точка глобального максимума функции правдоподобия, соответствующая семейству допустимых смесей, как функция параметров. Численно данная задача может быть решена с помощью стандартных методов оптимизации[[31]](#footnote-32). Данный метод был широко описан С. Джоном[[32]](#footnote-33), А. Скоттом и М. Симонсом[[33]](#footnote-34) и многими другими.

В широком смысле функция правдоподобия – это функция, зависящая от определенного параметра при фиксированном событии. Она показывает насколько правдоподобен выбранный параметр при заданном событии.

Следующим шагом данного исследования является рассмотрение процедур, базирующихся на методе максимального правдоподобия. Данные процедуры позволяют находить максимум логарифмической функции правдоподобия. Таким образом этот шаг сводится к решению оптимизационной задачи следующего вида:

где– это, соответственно, вектор вышеупомянутых локальных весов распределений (в сумме дающих единицу), вектор математических ожиданий выражается через , а вектор стандартных отклонений локальных распределений – при условии, что , а вектор наблюдаемого процесса описывается переменной *U*, тогда логично, что определяется как сигнал, наблюдаемый в момент *n*.

После максимизации функции правдоподобия необходимо найти веса и параметры каждого из локальных распределений:

Важно подчеркнуть, что в нашем случае мы имеем дело не с нормальным гауссовским, а с условным нормальном распределением, поскольку процесс формирования доходности, как было отмечено ранее, представляет собой марковский процесс, где обязательным условием является то, что на каждый следующий период в динамике цен влияет только цена предыдущих периодов. Тогда функция правдоподобия принимает следующий вид:

(2.4)

где и – математические ожидания независимого и зависимого сигналов, соответственно, а соответствующие локальным распределениям стандартные отклонения. Корреляция , в свою очередь, определяет зависимость между процессами U1- зависимым и U2- независимым на каждый момент времени t.

Тогда для первого локального распределения коэффициент корреляции задается следующим образом: . Положительный коэффициент корреляции свидетельствует о том, что между процессами U1 и U2 существует положительная зависимость, то есть передается эффект сохранения знака для ожидаемой доходности (консерватизм). Мы предполагаем, что такое локальное распределение будет относиться к инвестору с недостаточной реакцией, то есть к тому, кто заведомо является рискофобом. Этот эффект был широко описан в работах так авторов, как Д. Гриффин и А. Тверски[[34]](#footnote-35), В. Эдвардс[[35]](#footnote-36).

Что касается второго локального распределения, то здесь, коэффициент корреляции принадлежит другому диапазону: , то есть отрицательная зависимость, которая передает эффект возвращения к среднему по знаку (репрезентативная эвристика). Такое локальное распределение, соответственно, будет относиться к игроку с чрезмерной реакцией, то есть к рискофилу. Этот эффект был изучен в работе Тверски и Канемана (1974)[[36]](#footnote-37).

**2.3 Байесовская процедура**

Итак, следующим шагом мы, наконец, максимизируем получившуюся ранее функцию правдоподобия, учитывая сформированные ограничения, находим веса и параметры локальных распределений.

Такая методология позволяет прийти в заключению, что процесс переключения между двумя моделями может быть представлен как переключение между двух локальных распределений относительных приростов цены финансового инструмента.

Далее мы попытаемся усовершенствовать нашу модель, применив правило Байеса. В финансовой науке такой подход часто встречается в работах таких известных исследователей, как Берлинер[[37]](#footnote-38), Фабоцци, Рачев, Хсу и Багашева[[38]](#footnote-39), Миден[[39]](#footnote-40). Он поможет нам более адекватно и объективно выразить в модели сложный процесс формирования ожиданий двумя разными типами участников рынка. Максимизировав функцию правдоподобия, был получен ряд весов и параметров локальных распределений, которые впоследствии будут расценены как априорные статистические гипотезы для правила Байеса.

Итак, чтобы получить апостериорные вероятности для Байесовской процедуры, необходимо осуществить следующий шаг:

В данном равенстве мы сохраняем те же переменные, что и раньше, однако U2 (независимая переменная) в этом случае представляет собой U (зависимая переменная) в предыдущий период времени.

Примененное правило Байеса позволяет нам получить более адекватные и объективные локальные распределения вероятностей, которые мы вывели с помощью байесовских весов статистических гипотез. Этот корректив позволяет нам более широко оценить то или иное поведение инвестора на рынке.

Итак, в целом, мы предполагаем, что участники рынка подсознательно выбирают тот или иной путь формирования собственных ожиданий. Как уже говорилось, мы исследуем два основных механизма. Первый связан с эффектом сохранения знака для ожидаемой доходности, то есть инвестор рассчитывает на продолжение ранее задавшейся на рынке динамики в будущих периодах. Можно сказать, что ведущая идея такого инвестора – это полагаться на прошлые периоды. Что касается второго способа формирования ожиданий, он связан с эффектом возвращения к среднему по знаку. Это значит, что инвестор больше ценит самые последние события на рынке, нежели общую тенденцию поведения рынка.

Логично, что ожидания формируются по принципу Марковского процесса, в связи с чем важно понимать, что наше распределение не является гауссовским, но условным нормальным. Кроме того, мы предположили, что в данной модели каждое локальное распределение вероятностей, формирующее смесь, представляет собой ничто иное как один из способов формирования ожиданий. Таким образом, процесс различения разных способов формирования ожидания можно осуществить с помощью процедуры разделения смесей. Решение этой задачи свелось к максимизации полученной нами функции правдоподобия с применением правила Байеса, которое помогло учесть субъективность самого процесса формирования ожиданий: будь то интуиция или вера в приметы.

**2.4 Теорема Якверта**

Итак, теперь мы рассмотрим теорему Дженса Якверта, который доказал, что существует некоторая зависимость между агрегированной риск-нейтральной и субъективной плотностями вероятности и функцией неприятия риска. В своей статье «Recovering risk aversion from option prices and realized returns»[[40]](#footnote-41) Якврет показывает, что риск-нейтральная вероятность – это произведение субъективной вероятности и поправки на неприятие риска, где субъективная вероятность – это предположение инвестора, насколько вероятно, что событие произойдет, а риск-нейтральная вероятность - это цена, умноженная на безрисковый доход, который инвестор бы заплатил для получения 1$ в этом состоянии мира. В случае, если инвестор нейтрален к риску, то эти две вероятности будут равны. Поправка на неприятие риска показывает такие предпочтения инвестора, как то, что он скорее всего ценит 1$ больше в тех состояниях, когда его богатство находится на низком уровне.

На основе работы Аит-Сахалия и Ло[[41]](#footnote-42), где авторы подробно описали данную связь с теоретической точки зрения, Якверт эмпирически восстановил функцию неприятия риска из двух распределений.

Он рассматривает абсолютную рыночную экономику, которая предполагает существование репрезентативного инвестора, обладающего одной единицей богатства и фиксированным временным периодом t. Таким образом, задача максимизации полезности по будущему богатству будет задаваться следующим образом:

где W= будущее богатство, Q= субъективная вероятность, U= функция полезности, независящая от состояния мира, = теневая цена бюджетного ограничения, r= 1+ безрисковая процентная ставка, t= временной горизонт, P= риск-нейтральная вероятность.

После дифференцирования по переменной богатства, мы находим условие первого порядка, которое должно быть учтено в равновесии. Нам известно, что в равновесии инвестор должен держать рыночный портфель. Таким образом, если S – это совокупные дивиденды по рыночному портфелю. Тогда следующая зависимость должна быть учтена в равновесии:

Однако подход для нахождения предполагаемой функции полезности с использованием выше приведенной формулы имеет недостаток, который заключается в том, что мы не можем объективно измерить теневую цену . Эта формула включает в себя краевые значения распределения субъективной вероятности, то есть мы не можем быть уверенны в таких оценках. Тем не менее, существует интересный способ обойти эту проблему: мы можем найти выражение для абсолютного неприятия риска, которое будет выражаться в терминах распределений субъективной и риск-нейтральной вероятностей, взяв производную выше указанного выражения по S еще раз:

В рассматриваемой экономике, автор предусматривает, что функция полезности является возрастающей (U'>0) и вогнутой (U''<0). Наконец, мы можем записать выражение для абсолютного неприятия риска в терминах распределений субъективной и риск-нейтральной вероятностей:

Как можно видеть из последнего выражения, функция неприятия риска больше не зависит от теневой цены , что говорит нам о том, что мы избавились от ранее возникшей проблемы. Аналогично можно представить и относительное неприятие риска:

Итак, мы пришли к выводу, что коллективное неприятие риска репрезентативного инвестора может быть восстановлено, используя обобщенные рыночные функции неприятия риска. Мы принимаем P(S) и P’(S), как субъективное распределение и его первую производную, оцениваемое непараметрически на основе исторической выборки индекса, а Q(S) и Q’(S), соответственно, как риск-нейтральное распределение и его первую производную, оцениваемое по формуле Бриден-Литценбергера[[42]](#footnote-43):

где C- это цена колл опциона, Х- величина страйка, r- безрисковая процентная ставка, T- срок до исполнения опциона.

Однако, поскольку мы строим нашу модель на валютном рынке, позже мы отходим от понятия опциона и задаем переменные, присущие опционам, в соответствии с валютным рынком.

В своей статье «Prices of state-contingent claims implicit in option prices» Бриден и Литценбергер  описывают модель предпочтений в многопериодной экономике, где они получают цены простейших ценных бумаг из цен кол опционов на основе агрегированного потребления. Такие цены позволяют получить равновесные значения неопределенных выплат за активы на многие будущие периоды. Таким образом, с помощью этого метода мы можем реализовать конечную цель данной дипломной работы.

Итак, последним шагом, соответственно, мы параметризуем функцию отношения к риску для получения самостоятельной математической модели, с помощью которой мы можем подтвердить либо опровергнуть рабочую гипотезу данного исследования. Далее следует эмпирическая проверка вышеописанной модели на реальных котировках валютного рынка.

**Глава 3. Формирование математического аппарата**

На данном этапе мы приводим математический аппарат, способный дать формализм механизма формирования ожиданий с поправкой на поведенческие эффекты на массиве реальных котировок американского доллара к российскому рублю в период с 20/09/2012 по 04/05/2013 за каждый час, которые мы задаем в модели как при i=1…3160. Поскольку валютный рынок ялвяется наиболее ликвидным, можно сказать, что полученные результаты достаточно репрезентативны.

Далее логичным шагом будет нахождение распределения значений доходности. Поскольку мы стремимся к получению непрерывного процесса, то доходность в момент i должна быть равна разности натуральных логарифмов значений цены в момент i и предшествующего ему периода i-1, т.е.

Итак, входными данными для предложенной математической модели служит получившийся вектор доходности.

Далее задается скользящий вектор, длина которого подбирается эмпирически и далее может корректироваться в зависимости от решения модели. Изначально скользящий вектор был определен как T=10. Таким образом, мы сможем найти параметры и веса локальных распределений в каждый момент времени. Следующим шагом мы задаем функцию правдоподобия следующим образом:

(3.2)

где и - это какие-то точки во времени, *m* и - это математические ожидания, *s* и - стандартные отклонения, *w* – это веса, сумма которых равна единице, а *R* – это коэффициент корреляции. После, чтобы найти локальные распределения, мы максимизируем функцию правдоподобия: . Так, выполнив процедуру разделения смеси, описанную в главе 2, мы получаем параметры и веса локальных распределений, которые, как говорилось ранее, служат априорными статистическими гипотезами. С помощью этой процедуры мы сможем оценить моменты распределения, учитывая, что смеси являются идентифицируемыми.

Следующим шагом нашей модели проводится байесовская процедура для выявления доминирующего локального распределения (доминирующего когнитивного эффекта):

(3.3)

Чтобы определить отношение таких распределений, мы сравниваем математические ожидания (*m* и ) и выбираем наибольшее. Правило Байеса весьма усовершенствовало нашу модель и позволило более объективно оценивать распределения и их параметры и веса.

Фундаментальным действием этого исследования является параметризация функции отношения к риску, то есть ARA и RRA. Из теоремы Якверта мы выводим функции отношения к риску, используя P(S) и P’(S), как эмпирическое распределение и его первую производную, а Q(S) и Q’(S), соответственно, как риск-нейтральное распределение и его первую производную, оцениваемое по формуле Бриден-Литценбергера. Но прежде, чем подставить P(S), P’(S), Q(S) и Q’(S) в формулу Якверта, мы должны перейти от параметра доходности к цене для достижения однотипных данных. Тогда, если цена в период t задается, как , то мы приходим к тривиальному выражению: . После этого мы можем считать ARA и RRA.

Итак, построив функции отношения к риску, предварительно задав , как историческую волотильность, мы определили, что функция абсолютного неприятия риска убывает, из чего мы можем сделать вывод, что с такой функцией отношения к риску индивид является рискофобом, и наоборот, с возрастающей функцией – рискофил. Проанализировав скользящее окно котировок, мы явно наблюдали переключение локальных распределений, о которых мы говорили, как об определенных режимах из модели формирования ожиданий BSV. Это значит, что в данной процедуре заключен процесс переключения когнитивных эффектов: недостаточная и чрезмерная реакции.

Таким образом, приведенная модель позволяет прийти к выводу, что инвестор с возрастающей по цене функцией отношения к риску, являющийся фискофилом, испытывает чрезмерную реакцию на новости, в то время как инвестор с убывающей по цене функцией – это рискофоб, испытывающий на себе эффект недостаточной реакции.

**Заключение**

Итак, в приведенной дипломной работе ставилась следующая цель: объяснить то или иное отношение к риску (склонность к риску или неприятие риска) путем доминирования того или иного когнитивного поведенческого эффекта. В начале работы мы сформулировали рабочую гипотезу исследования: если у субъекта в момент времени t функция отношения к риску демонстрирует, что субъект не терпит риска, это значит, что у него недостаточная реакция на поступающую вновь информацию, и наоборот, если у субъекта в момент t функция отношения к риску показывает, что он склонен рисковать, это свидетельствует о его чрезмерной реакции на новую информацию.

Для проверки данной гипотезы были широко изучены поведенческие эффекты на основе модели, предложенной Барберисом, Шляйфером и Блумфельдом. Авторы описали процесс формирования ожиданий субъектами рынка в зависимости от их поведенческих особенностей. Модель формирования ожиданий BSV анализирует зависимость между механизмами формирования ожиданий и эффектами чрезмерной и недостаточной реакций.

Авторы статьи выявили эффект дрейфа цены в том же направлении, что и в момент объявления информации в случае эффекта недостаточной реакции, но в отличие от этого эффекта, эффект чрезмерной реакции выражается в том, что впоследствии, вслед за периодом, в котором поступил новый сигнал, наблюдается дрейф цены в сторону, противоположную направлению, индуцированному сигналом.

Далее была приведена методология исследования, где было теоретически представлено пошаговое построение будущей модели. Первой задачей являлся процесс разделения смеси распределений. В нашем случае задача разделения смеси вероятностных распределений свелась к решению следующих проблем: во-первых, оценка параметров локальных распределений, и, во-вторых, формирование вектора весов, с которым локальные распределения формируют смесь.

Чтобы решить задачу разделения смеси, мы следовали методу максимизации функции правдоподобия. Максимизировав функцию правдоподобия, был получен ряд весов и параметров локальных распределений, которые впоследствии были расценены как априорные статистические гипотезы для правила Байеса. Примененное правило Байеса позволяет нам получить более адекватные и объективные локальные распределения вероятностей, которые мы вывели с помощью байесовских весов статистических гипотез. Этот корректив позволил нам более широко оценить то или иное поведение инвестора на рынке.

Последний шаг в построении математического аппарата основывался на теореме Якверта, который доказал, что существует некая зависимость между агрегированной риск-нейтральной и субъективной плотностями вероятности и функцией неприятия риска. Так, на основе ранее выведенный теоретических выкладок, Якверт эмпирически восстановил функцию неприятия риска из двух распределений. Таким образом, для построения инструментария мы использовали формулу Якверта для параметризации функции отношения к риску.

Далее в главе 3 была проведена эмпирическая проверка модели на массиве реальных котировок валютного рынка. Математическая модель и ее функционирование были апробированы в программе Mathcad; такой подход позволил существенно упростить вычисления и автоматизировать сам процесс.

Итак, построив модель, мы выяснили, что на скользящем окне наблюдалось переключение между локальными распределениями (то есть между теми самыми эффектами недостаточной и чрезмерной реакций) и смена отношения к риску. Таким образом, запараметризовав функцию отношения к риску, мы получили инструментарий, чтобы проследить взаимосвязь поведенческих эффектов и отношения к риску инвестора.

Эмпирическая проверка построенного математического аппарата продемонстрировала подтверждение рабочей гипотезы дипломной работы. Мы достигли поставленной цели, пошагово выполнив все задачи.

Библиография

1. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д., Финансы и статистика, Москва, 1989, Прикладная статистика, Том 3, Классификация и снижение размерности, 190, 608
2. Васильев Ф.П., Методы оптимизации, Москва, Факториал Пресс, 2002, 150, 592
3. Aït-Sahalia Y., Lo A.W., Nonparametric Estimation of State-Price Densities Implicit in Financial Asset Prices, 1988, Journal of Finance, 53, 499-547
4. Arrow, K.J., The theory of risk aversion, in Aspects of the Theory of Risk Bearing, by Yrjo Jahnssonin Saatio, Helsinki. Reprinted in: Essays in the Theory of Risk Bearing, Markham Publ. Co., Chicago, 1971, 90–109
5. Barberis, N., Thaler, R., A survey of behavioral finance, NBER Working Paper 9222, National Bureau of Economic Research, Cambridge, 2002
6. Berliner L.M., Bayesian control in mixture models, Technometrics, 1987, 29, №4
7. Bernard V., Thomas J., Post-earnings announcement drift: Delayed price response or risk premium?, Journal of Accounting Research (Suppl.), 27, 1989, 36
8. Breeden T. Douglas, Litzenberger H. Robert, Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices, The Journal of Business, Vol. 51, №4, 1978, 621-651
9. Bulgren .G., Choi K., An estimation procedure for mixtures of distributions. University of Missouri, 1967, № 3, 444-460
10. Campbell J.Y., Shiller R., Stock prices, earnings, and expected dividends. Journal of Finance 43, 1988, 661-676
11. Chen H., Testing for a finite mixture model with two components, Journal of the Royal Statistical Society. B, 2004, 66, Part1, 95-115
12. Choi K.: Estimators for the parameters of a finite mixture of distributions. Ann. Inst. Statist. Math., 1969, 21, № 1, 107-116
13. Cooper. D. В., Schwarz R. J., On suitable conditions for statistical pattern recognition without supervision, SIAM Appl-Math, 1969, 17, № 5, 872-896
14. Cutler D., Poterba J., Summers L., Speculative dynamics Review of Economic Studies 58, 1991, 529-546
15. De Bondt W., Thaler R., Does the Stock Market Overreact?, Journal of Finance, 1985, vol.40, 793—808
16. Diebolt J., Robert C., Estimation of finite mixture distribution through Bayesian sampling, Journal of the Royal Statistical Society, 1994, 56, 363-375
17. Edwards, W., Conservatism in human information processing, Kleinmutz, B. (Ed.), Formal Representation of Human Judgment, New York, 1968, 17*-*52
18. Fabozzi F., Rachev S.T., Hsu J.S., Bagasheva B.S., Bayesian methods in finance, John Wiley and Sons, 2008
19. Fama E., French K., Permanent and temporary components of stock prices, Journal of Political Economy 96, 1988, 246-273
20. Fama E., French K., The cross-section of expected stock returns, Journal of Finance 47, 1992, 427-456
21. Festinger, L., A Theory of Cognitive Dissonance, Stanford Univ. Press, Stanford, 1957
22. Gridgeman N. Т., A comparison of two methods of analysis of mixtures of normal distributions, Technometrics, 1970, 12, № 4, 823-833
23. Griffn, D., Tversky, A.: The weighing of evidence and the determinants of confidence. Cognitive Psychology 24, 1992, 411*-*435
24. Jackwerth C. Jens, Recovering Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns, working paper, London Business School, 1996
25. John S., On identifying the population of origin of each observation in a mixture of observations from two normal populations, Technometrics, 1970, 12, № 3, 553-563
26. Kabir A. B. M. L., Estimation of parameters of a finite mixture of distributions, Journal of Royal Statistical Society, 1968, B30, № 3, 472-482
27. Kahneman, D., Tversky, A., Prospect theory: an analysis of decision under risk. Econometrica 47, 1979, 263 – 291
28. Louis K. C. Chan, Narasimhan Jegadeesh, and Josef Lakonishok, Momentum Strategies, The Journal of Finance, vol. №5, 1996, 1681-1711
29. McLachlan, G. J., The Classification and Mixture Maximum Likelihood Approaches to Cluster Analysis, Handbook of Statistics (vol 2), 1982, Amsterdam: North-Holland, 199-208.
30. McLachlan, G. J., Basford, K. E., Mixture Models: Inference and Application to Clustering, New York
31. Meeden G., Bayes estimation of the mixing distribution, the discrete case, Ann. Math. Stat., 1972, 43, № 6, 1993-1999
32. Michaely R., Thaler R., and Womack K., Price reactions to dividend initiations and omissions: overreaction or drift?, Journal of Finance 50, 2001, 573–608
33. Molenaar W., Survey of estimation methods a mixture of two normal distributions, 1965, 19, №4, 249-265
34. North, D.C., Institutions, Institutional Change and Economic Performance. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990
35. Pratt J.W., Risk aversion in the small and in the large, Econometrica, 1964
36. Rayment P. R., The identification problem for a mixture of observations from two normal populations, Technomelrics, 1972, 14, № 4, 911-918
37. Sampietro S., Bayesian analysis of mixture of autoregressive components with an application to financial market volatility, 2006, 225-242
38. Scott A. J,, Symons M. J., Clustering methods based on likelihood ratio criteria, Biometrics, 1971, 27, № 2, 387-397
39. Tversky A., Kahneman D., Judgment under uncertainty: heuristics and biases, Science 185, 1974, 1124-1131
40. Wolfe, J. H., Pattern Clustering by Multivariate Mixture Analysis, Multivariate Behavioral Research, 5, 1970, 329-350
41. Yakowitz S. J, Spragins J. D., On the identifiability of finite mixtures. Ann. Math. Stat., 1968, 39, № 1, 209-214
42. Zarowin P., Does the stock market overreact to corporate earnings information?, Journal of Finance 44, 1989, 1385-1400

1. Kahneman, D., Tversky, A., 1979. Prospect theory: an analysis of decision under risk. Econometrica 47, 263 – 291 [↑](#footnote-ref-1)
2. Barberis, N., Thaler, R., 2002. A survey of behavioral finance. NBER Working Paper 9222, National Bureau of Economic Research, Cambridge [↑](#footnote-ref-2)
3. Festinger, L., 1957. A Theory of Cognitive Dissonance. Stanford Univ. Press, Stanford [↑](#footnote-ref-3)
4. Barberis N., Shleifer A., Vishny R.: A model of investor sentiment, Journal of Financial Economics, 1998, 1-29 [↑](#footnote-ref-4)
5. North, D.C., 1990. Institutions, Institutional Change and Economic Performance. Cambridge Univ. Press, Cambridge [↑](#footnote-ref-5)
6. Barberis N., Shleifer A., Vishny R.: A model of investor sentiment, Journal of Financial Economics, 1998, стр. 4 [↑](#footnote-ref-6)
7. Post-earnings-announcement drift (или PEAD) также называемый эффект SUE (standardized unexpected earnings) [↑](#footnote-ref-7)
8. Michaely R., Thaler R., and Womack K.: Price reactions to dividend initiations and omissions: overreaction or drift? Journal of Finance 50, 2001, 573–608 [↑](#footnote-ref-8)
9. Bernard V., Thomas J.: Post-earnings announcement drift: Delayed price response or risk premium?, Journal of Accounting Research (Suppl.), 27, 1989, 1-36 [↑](#footnote-ref-9)
10. Louis K. C. Chan, Narasimhan Jegadeesh, and Josef Lakonishok: Momentum Strategies, The Journal of Finance, vol. №5, 1996, 1681-1711 [↑](#footnote-ref-10)
11. Barberis N., Shleifer A., Vishny R.: A model of investor sentiment, Journal of Financial Economics, 1998, стр. 7 [↑](#footnote-ref-11)
12. Fama E., French K., 1988. Permanent and temporary components of stock prices. Journal of Political Economy 96, 246-273

    Fama E., French K., 1992. The cross-section of expected stock returns. Journal of Finance 47, 427-456 [↑](#footnote-ref-12)
13. Cutler D., Poterba J., Summers L., 1991, Speculative dynamics. Review of Economic Studies 58, 529-546 [↑](#footnote-ref-13)
14. De Bondt W., Thaler R. Does the Stock Market Overreact?, Journal of Finance, 1985, vol.40, 793—808 [↑](#footnote-ref-14)
15. Campbell J.Y., Shiller R., 1988. Stock prices, earnings, and expected dividends. Journal of Finance 43, 661-676 [↑](#footnote-ref-15)
16. Zarowin P., 1989. Does the stock market overreact to corporate earnings information? Journal of Finance 44, 1385-1400 [↑](#footnote-ref-16)
17. Arrow, K.J.,1965, The theory of risk aversion, in Aspects of the Theory of Risk Bearing, by Yrjo Jahnssonin Saatio, Helsinki. Reprinted in: Essays in the Theory of Risk Bearing, Markham Publ. Co., Chicago, 1971, 90–109

    Pratt J.W., Risk aversion in the small and in the large, Econometrica, 1964 [↑](#footnote-ref-17)
18. Теория ожидаемой полезности была разработанная Джоном фон Нейманом и Оскаром Моргенштерном в монографии 1944 года «Теория игр и экономическое поведение», где авторы вывели четыре аксиомы рациональности (полноты, транзитивности, независимости и протяженности) так, что у любого агента, который удовлетворяет данным аксиомам, есть функция полезности. Т.е. они доказали, что агент рационален по теории ФНМ, если при максимизации ожидаемой полезности можно охарактеризовать любое из его предпочтений. [↑](#footnote-ref-18)
19. Bulgren .G., Choi K.: An estimation procedure for mixtures of distributions. University of Missouri, 1967, № 3, 444-460

    Choi K.: Estimators for the parameters of a finite mixture of distributions. Ann. Inst. Statist. Math., 1969, 21, № 1, 107-116 [↑](#footnote-ref-19)
20. Chen H.: Testing for a finite mixture model with two components, Journal of the Royal Statistical Society. B, 2004, 66, Part1, 95-115 [↑](#footnote-ref-20)
21. McLachlan, G. J.: The Classification and Mixture Maximum Likelihood Approaches to Cluster Analysis. Handbook of Statistics (vol 2), 1982, Amsterdam: North-Holland, 199-208.

    McLachlan, G. J., Basford, K. E.: Mixture Models: Inference and Application to Clustering, New York: Marcel Dekker. [↑](#footnote-ref-21)
22. Molenaar W.: Survey of estimation methods a mixture of two normal distributions. 1965, 19, №4, 249-265 [↑](#footnote-ref-22)
23. Kabir A. B. M. L.: Estimation of parameters of a finite mixture of distributions. Journal of Royal Statistical Society, 1968, B30, № 3, 472-482 [↑](#footnote-ref-23)
24. Gridgeman N. Т., A comparison of two methods of analysis of mixtures of normal distributions. Technometrics, 1970, 12, № 4, 823-833 [↑](#footnote-ref-24)
25. Diebolt J., Robert C., Estimation of finite mixture distribution through Bayesian sampling. Journal of the Royal Statistical Society, 1994, 56, 363-375 [↑](#footnote-ref-25)
26. Sampietro S., Bayesian analysis of mixture of autoregressive components with an application to financial market volatility. 2006, 225-242 [↑](#footnote-ref-26)
27. Wolfe, J. H., Pattern Clustering by Multivariate Mixture Analysis, Multivariate Behavioral Research, 5, 1970, 329-350. [↑](#footnote-ref-27)
28. Cooper. D. В., Schwarz R. J,.: On suitable conditions for statistical pattern recognition without supervision. SIAM J- Appl- Math-, 1969, 17, № 5, 872-896 [↑](#footnote-ref-29)
29. Yakowitz S. J, Spragins J. D.: On the identifiability of finite mixtures. Ann. Math. Stat., 1968, 39, № 1, 209-214 [↑](#footnote-ref-30)
30. Rayment P. R.: The identification problem for a mixture of observations from two normal populations. Technomelrics, 1972, 14, № 4, 911-918 [↑](#footnote-ref-31)
31. Васильев Ф. П. Методы оптимизации.– Москва: Факториал Пресс, 2002. [↑](#footnote-ref-32)
32. John S.: On identifying the population of origin of each observation in a mixture of observations from two normal populations. Technometrics, 1970, 12, № 3, 553-563 [↑](#footnote-ref-33)
33. Scott A. J,, Symons M. J.: Clustering methods based on likelihood ratio criteria. Biometrics, 1971, 27, № 2, 387-397 [↑](#footnote-ref-34)
34. Griffn, D., Tversky, A.: The weighing of evidence and the determinants of confidence. Cognitive Psychology 24, 1992, 411*-*435. [↑](#footnote-ref-35)
35. Edwards, W.: Conservatism in human information processing. In: Kleinmutz, B. (Ed.), Formal Representation of Human Judgment. John Wiley and Sons, New York, 1968, 17*-*52. [↑](#footnote-ref-36)
36. Tversky A., Kahneman D., 1974, Judgment under uncertainty: heuristics and biases. Science 185, 1124-1131 [↑](#footnote-ref-37)
37. Berliner L.M.: Bayesian control in mixture models. Technometrics, 1987, 29, №4 [↑](#footnote-ref-38)
38. Fabozzi F., Rachev S.T., Hsu J.S., Bagasheva B.S.: Bayesian methods in finance. John Wiley and Sons, 2008 [↑](#footnote-ref-39)
39. Meeden G.: Bayes estimation of the mixing distribution, the discrete case. Ann. Math. Stat., 1972, 43, № 6, 1993-1999 [↑](#footnote-ref-40)
40. Jackwerth C. Jens, Recovering Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns, working paper, London Business School, 1996 [↑](#footnote-ref-41)
41. Aït-Sahalia Y., Lo A.W., Nonparametric Estimation of State-Price Densities Implicit in Financial Asset Prices, 1988, Journal of Finance, 53, 499-547 [↑](#footnote-ref-42)
42. Breeden T. Douglas, Litzenberger H. Robert, Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices, The Journal of Business, Vol. 51, №4, 1978, 621-651 [↑](#footnote-ref-43)