Содержание

Введение

В классическом курсе микроэномики говорится, что благосостояние индивида зависит от количества ресурсов, которыми он владеет. Так как каждый индивид в соответствии с принципом рациональности стремится увеличить своё благосостояние, что аналогично захвату большего количества ресурсов, а количество ресурсов ограничено, то возникает проблема справедливого распределения ресурсов между индивидами. Для решения данной задачи используются два основных подходы:

- утилитарный, в рамках которого распределение ресурсов приводит к увеличению благосостояния общества в целом;
- эгалитарный, в рамках которого ресурсы распределяются так, чтобы повысить благосостояние самого бедного члена общества.

Выбор варианта распределения ресурсов может происходить различными способами: посредством голосования всех заинтересованных индивидов (применяется в рамках прямой демократии), посредством голосования представителей заинтересованных индивидов (применяется в рамках представительской демократии), по средством единоличного принятия решения (применяется в рамках диктаторских режимов). Таким образом, в демократических странах подход к распределению ресурсов реализуется через выбранное правило агрегирования результатов голосования. Например, принятие решения по правилу простого большинства приводит к увеличению совокупного благосостояния общества, не затрагивая вопросов разницы между благосостоянием самого бедного и благосостоянием самого богатого из его членов, что соответствует утилитарному подходу.

В связи с тем, что правила агрегирования результатов голосования столь существенно влияют на общество, возник такой раздел экономической науки как теория общественного выбора. Большинство направлений в теории общественного выбора развивалось с связи с тем, что справедливые правила агрегирования мнений при голосовании, например, правило простого большинства, приводили к возникновению парадоксов. Одним из самых знаменитых парадоксов в теории общественного выбора является Парадокс Кондорсе, который был впервые описан в 1785г. ([1]), и заключается в том, что правило принятия решения по большинству не может обеспечить транзитивность бинарного отношения общественного предпочтения среди выбираемых вариантов. Следствием из данного парадокса является то, что на агрегированное мнение, построенное по правилу простого большинства, оказывает влияние порядок альтернатив.

Многие страны к началу 20 века начали использовать правило простого большинства для решения государственных вопросов: выборы главы государства, принятие законов, - что дало толчок в развитии теории общественного выбора. В 1951г. американский математик К.Эрроу опубликовал статью ([2]), где сформулировал аксиомы, которым, как интуитивно понятно, должно удовлетворять разумное правило агрегирования мнений: аксиома универсальности, аксиома эффективности по Парето, аксиома независимости от несущественных альтернатив, - и доказал теорему о диктаторе, говорившую о том, что не существует правила агрегирования, которое бы удовлетворяло всем трём аксиомам, и при этом не являлось бы диктаторским.

Как уже было отмечено, развитие теории общественного выбора тесно связано с парадоксами. Так, проблема агрегирования мнений по набору взаимосвязанных вопросов, которая рассматривается в данной работе, стала популярной благодаря дискурсивному парадоксу, опубликованному в 1986г. ([3]). Данный парадокс возникает из-за того, что применение правила простого большинства к агрегированию мнений индивидов по набору взаимосвязанных вопросов может привести к тому, что агрегированное мнение будет противоречить логическим связям, существующим между вопросами. На начальных этапах развития теории агрегирования мнений по набору взаимосвязанных вопросов исследователи двигались по пути развития классических задач теории общественного выбора. В 2002г. была опубликована работа ([4]), где доказывалась теорема, являющаяся аналогом теоремы о диктаторе Эрроу, и гласившая, что правила агрегирования мнений по набору взаимосвязанных вопросов, удовлетворяющего аксиомам универсальности, коллективной рациональности, анонимности и систематичности, не существует. Данная работа стала катализатором к возникновению ряда работ, ослабляющих условия теоремы, однако все они приводили к результату о невозможности построения требуемого правила. В связи с этим, с 2006г. появляются работы (например, [5]) в которых, авторы предлагают правила построения агрегированного мнения, не приводящие к возникновению парадоксов, и не заостряют внимание на их свойствах. Так, в одной из последних работ ([6]) предлагается правило, названное правилом, допустимым по Кондорсе, которое строит мнения близкие к мнениям, полученным по правилу простого большинства, но при этом не приводит к возникновению парадоксов.

Данная работа будет являться продолжением серии работ, связанных с построением правила агрегирования мнений голосующих индивидов по набору взаимосвязанных вопросов без изучения их свойств. Принимая во внимание тяжёлую экономическую и политическую ситуацию в России, виновником которой отчасти является и принятое правило агрегирования мнений народных представителей, в работе рассматривается правило, в рамках которого реализуется эгалитарный подход к распределению ресурсов. Именно такой подход даёт возможность увеличить в агрегированном мнении вес мнения меньшинства, которое в сложившейся ситуации возможно сможет изменить вектор развития страны от обогащения правящего класса к развитию социальных и культурных сфер, повышению благосостояния среднестатистического гражданина.

Работа имеет следующую структуру. В Главе 1 приводятся основные понятия и результаты теории агрегирования мнения по взаимосвязанным вопросам и описывается метод кластеризации $\mathrm{K-means}$. Описание предлагаемого правила агрегирования мнений приводится в Разделе 2.1 Главы 2. В последующих разделах Главы 2 рассматриваются вопросы о корректной оценке параметров предлагаемого алгоритма, также рассматриваются необходимые и достаточные условия, для того чтобы результат агрегирования мнений, полученный по предлагаемому правилу, совпадал с результатом агрегирования, полученному по правилу простого большинства. В Главе 3 описываются результаты применения различных правил агрегирования мнений к модельным и реальным наборам данных.

Глава 1

Общие положения теории социального выбора, кластеризация методом $\mathrm{K-means}$

Данная глава служит для того, чтобы представить основные понятия теории социального выбора, а также ввести обозначения, которые понадобятся в дальнейшем для изложения результатов работы, также описывается алгоритм $\mathrm{K-means}$, который позволяет провести разбиение данных в заранее заданное количество кластеров.

1.1. Эгалитарное и утилитарное решения, правило простого большинства

В данном разделе рассматриваются два подхода к выбору оптимального распределения ресурсов среди индивидов в обществе. Изложение ведётся в соответствии с [7] и [8].

Назовём зависимость полезности индивида от количества потребляемых им благ *функцией полезности* $u : \mathbf{R}\times\{1,\dots,N\} \to \mathbb{R}$, где $\mathbf{R}$ — множество, состоящее из всевозможных вариантов распределения ресурсов среди индивидов, $\{1,\dots,N\} = \mathbf{N}$ — множеств индивидов. Введём понятие *функции общественного благосостояния* $\mathbf{F} : (u(r,1),\dots,u(r,N)) \to \mathbb{R}$, которая оценивает полезность общества в целом в зависимости от варианта распределения ресурсов $r \in \mathbf{R}$. Выбор конкретного вида функции общественного благосостояния зависит от этических представлений общества, полезность которого будет оцениваться, поэтому затрагивает ряд социальных вопросов. В рамках работы мы будем рассматривать два подхода к определению функции общественного благосостояния: эгалитарный и утилитарный.

Эгалитарный подход наиболее полно реализует в себе принципы свободы и равенства, так как при выборе оптимального распределения ресурсов приводит к увеличению полезности индивида с самой низкой полезностью, то есть:

$$\mathbf{F}(u(\cdot,1),\ldots,u(\cdot,N)) = \max_r \min_n u(r,n).$$

Утилитарный подход к распределению ресурсов не учитывает различия, которые возникают между полезностями индивидов, а фокусируется на увеличении полезности общества в целом, то есть:

$$\mathbf{F}(u(\cdot,1),\ldots,u(\cdot,N)) = \max_r \sum_{n=1}^{N} u(r,n).$$

Замечание 1. *В демократических странах наиболее распространен утилитарный подход при принятии решений, затрагивающих общественное благосостояние. Действительно, если рассмотреть упрощение модели принятия решений в демократических странах, то решения принимаются посредством определения альтернативы, за которую проголосовало максимальное число индивидов (используется правило простого большинства). Так как, в соответствии с принципом рациональности, индивид при голосовании выбирает альтернативу, которая увеличивает его персональную полезность, то принятие решения на основании правила простого большинства увеличивает полезность общества в целом, и не затрагивает вопрос о различиях между полезностями индивидов, которые голосовали за разные альтернативы.*

1.2. Общие положения теории агрегирования мнений индивидов по набору взаимосвязанных вопросов

В данном разделе будут представлены основные понятия и результаты теории агрегирования мнений индивидов по набору взаимосвязанных вопросов. Изложение происходит в соответствии с [6].

1.2.1. Математическая модель агрегирования мнений индивидов по набору взаимосвязанных вопросов

Предположим, что происходит голосование группы индивидов, каждый из которых имеет некоторый порядковый номер $i \in \mathbf{N}$. Индивиды независимо выражают мнения "за" или "против" относительно каждого из K вопросов в наборе $\mathbf{Y} \subseteq \mathcal{L}$, где $\mathcal{L}$ — стандартная логика высказываний. Сопоставим индивиду, голосующему "за" или "против" по каждому вопросу из набора, вектор $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_K) \in \{0,1\}^K$, который назовём *мнением индивида*. Будем считать, что $x_i = 1$, если относительно i-го вопроса голос отдан "за", и $x_i = 0$, если относительно i-го вопроса голос отдан "против". Так как вопросы в наборе логически связаны, то не каждый $\mathbf{x} \in \{0,1\}^K$ может являться мнением для определённого набора вопросов. Приведем пример, который подтверждает данный факт.

Пример 1. Предположим, что у нас происходит голосование по следующему набору вопросов:

1. выброс углекислого газа ведёт к глобальному потеплению;
2. если выброс углекислого газа ведёт к глобальному потеплению, то необходимо сократить выбросы углекислого газа;
3. необходимо сократить выбросы углекислого газа.

Набор представленных вопросов имеет следующую логическую структуру: $\{a, a \to b, b\}$. Для данного набора мнение $(0, 1, 1)$ нарушает логические связи, существующие между вопросами набора.

Назовем *допустимыми* те мнения, в которых не нарушаются логические связи между вопросами в наборе. Множество всевозможных допустимых мнений обозначим $\mathbb{X} \subseteq \{0, 1\}^K$, и назовём *пространством агрегирования.* Определим функцию $\mu : \mathbb{X} \longrightarrow \mathbb{R}$:

- $\forall\ \mathbf{x} \in \mathbb{X}\ \mu(\mathbf{x})$— доля голосующих индивидов, мнение которых совпадает с $\mathbf{x}$;
- $\forall\ \mathbb{Y} \subseteq \mathbb{X}\ \mu(\mathbb{Y}) := \sum_{\mathbf{y} \in \mathbb{Y}} \mu(\mathbf{y})$;
- $\mu_k(1) := \mu\{\mathbf{x} \in \mathbb{X} : x_k = 1\}$, $\forall\ k \in [1, \ldots, K]$; $\mu_k(0) = 1 - \mu_k(1)$.

Множество всевозможных функций μ обозначим как $\Delta(\mathbb{X})$. В рамках данной работы будем считать, что $\mu \in \Delta^*(\mathbb{X}) := \{\mu \in \Delta(\mathbb{X}) : \mu_k(1) \neq 1/2,\ \forall k \in [1, \ldots, K]\}$, что позволяет не рассматривать случай равенства голосов.

Правилом агрегирования назовём отображение $\mathbf{F} : \Delta^*(\mathbb{X}) \rightrightarrows \{0, 1\}^K$, которое ставит в соответствие набору мнений голосующих индивидов множество вариантов агергированных мнений. Ниже рассматривается правило, которое является наиболее распространённым при агрегировании мнений группы индивидов.

Пример 2. [Правило простого большинства] Обозначим $\mathbf{Maj} : \Delta^*(\mathbb{X}) \to \{0, 1\}^K : \forall\ \mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$

- $\mathrm{Maj}_k(\mu) := 1$, если $\mu_k(1) > 1/2$;
- $\mathrm{Maj}_k(\mu) := 0$, если $\mu_k(1) < 1/2$.

Следует отметить, что в соответствии с теоремой Мэя ([9]) правило простого большинства при голосовании относительно двух альтернатив является единственным правилом агрегирования, которое удовлетворяет условиям универсальности, анонимности, нейтральности и положительного реагирования.

Несмотря на простоту и хорошие свойства, которыми обладает правило простого большинства, агрегированное мнение, полученное по данному правилу, во многих случаях не является допустимым при построения агрегированного решения по набору взаимосвязанных вопросов.

Рассмотрим пример, который подтверждает данный факт, и является одной из главных причин повышенного интереса к поиску правила построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов.

Пример 3. [**Дискурсивный парадокс**] Предположим, что у нас происходит голосование 3-х индивидов по следующему набору вопросов:

1. a: выброс углекислого газа ведёт к глобальному потеплению;
2. $a \to b$: если выброс углекислого газа ведёт к глобальному потеплению, то необходимо сократить выбросы углекислого газа;
3. b: необходимо сократить выбросы углекислого газа.

После проведения голосования были получены следующие результаты: мнение 1-го индивида $J_1 = (1, 1, 1)$, мнение 2-го индивида $J_2 = (1, 0, 0)$, мнение 3-го индивида $J_3 = (0, 1, 0)$.

Агрегированное мнение по правилу простого большинства в этом случае имеет вид $\mathbf{Maj}^{(J)} = (1, 1, 0)$. Очевидно, что оно противоречит логическим связям, существующим между вопросами в наборе. Таким образом, $\mathbf{Maj}^{(J)} \notin \mathbb{X}$.

Понятно, что существуют такие наборы вопросов, что построение агрегированного мнения по правилу простого большинства, не приводит к возникновению парадоксов. Для того чтобы выделить данные наборы вопросов были введены следующие определения. Будем говорить, что *мера* μ *подчиняется правилу простого большинства*, если $\mathbf{Maj}(\mu) \in \mathbb{X}$. Если $\forall\ \mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$ подчиняется правилу простого большинства, то *пространство агрегирования* $\mathbb{X}$ *подчиняется правилу простого большинства.*

Замечание 2. *Так как основной причиной возникновения проблем при построении агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов является наличие логических связей между вопросами, можно предположить, что процедуру голосования можно изменить. Например, принимать решения по вопросам, которые могут быть однозначно определены по решениям принятым ранее, без участия голосующих индивидов. Однако предложенный вариант процедуры не удовлетворяет одной из основополагающих аксиом теории общественного выбора, а именно аксиоме нейтральности.*

Также следует отметить, что предложенная модель является достаточно реалистичной, так как описывает общий механизм принятия решений в демократических странах.

В связи с тем, что дискурсивный парадокс показывает невозможность применения правила простого большинства для построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов во всевозможных случаях, возникла необходимость поиска правил, которые бы приводили к построению агрегированного мнения схожего с мнением, полученным по правилу простого большинства, но являющегося допустимым.

Один из возможных вариантов решения данной задачи был предложен в работе [6] и описан в следующем разделе.

1.2.2. Допустимые мнения по Кондорсе, множество Кондорсе, допустимые по Кондорсе правила агрегирования

В данном разделе будут приведены определения и результаты, которые описывают и формализуют правило построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов, приводящее к построению допустимого агрегированного мнения во многом схожего с мнением, полученным по правилу простого большинства. Изложение ведётся в соответствии с [6].

Назовём $\mathbf{x}$ *более типичным мнением в соответствии с мерой* μ, *чем мнение* $\mathbf{y}$, и обозначим $\mathbf{xR}(\mu)\mathbf{y}$, если $\forall\ k \in [1, \ldots, K]$ $\mu_k(x_k) \geq \mu_k(y_k)$. Если $\mathbf{xR}(\mu)\mathbf{y}$ $\forall$ $\mathbf{y} \in \mathbb{X}$, то будем называть *мнение* $\mathbf{x}$*, допустимым по Кондорсе в соответствии с мерой* μ *на множесте* $\mathbb{X}$ (далее мнение, допустимое по Кондорсе). Множество мнений, допустимых по Кондорсе, будем называть *множеством Кондорсе* и обозначать $\mathbf{Cond}(\mathbb{X}, \mu)$.

Замечание 3. *Очевидно, что в случае если* μ *подчиняется правилу простого большинства, то* $\mathbf{Maj}(\mu)$ *является допустимым мнением по Кондорсе и* $\mathbf{Cond}(\mathbb{X}, \mu) = \{\mathbf{Maj}\}$.

Так как стоит задача нахождения правила агрегирования, которое позволяет построить мнение близкое к мнению, полученному по правилу простого большинства, но при этом допустимого, то важной характеристикой мнения является его схожесть с агрегированным мнением по правилу простого большинства. Получить сравнение мнений, допустимых по Кондорсе, с агрегированными мнениями, полученными по правилу простого большинства, позволяет следующая лемма.

Лемма 1. *Пусть* $\mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$. $\forall$ $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$ *обозначим* $\mathcal{M}(\mathbf{x}, \mu) := \{k \in$

$[1,\ldots,K] : x_k = \mathrm{Maj}_k(\mu)\}$, *тогда*

$$\mathbf{x}\mathbf{R}(\mu)\mathbf{y} \Leftrightarrow \mathcal{M}(\mathbf{x},\mu) \supseteq \mathcal{M}(\mathbf{y},\mu).$$

Следствие 1. *Мнение является, допустимым по Кондорсе, если оно совпадает с мнением, построенным по правилу простого большинства, в максимальном количестве вопросов по сравнению с прочими мнениями.*

Таким образом, условие о том, что мнение является, допустимым по Кондорсе, необходимо и достаточно для того, чтобы мнение было допустимым и имело наибольшее число совпадений с мнением, полученным по правилу простого большинства, по сравнению с любыми другими допустимыми мнениями.

Назовем *правило агрегирования* $\mathbf{F} : \Delta^*(\mathbb{X}) \rightrightarrows \{0,1\}^K$, *допустимым по Кондорсе*, если $\mathbf{F}(\mu) \subseteq \mathbf{Cond}(\mathbb{X},\mu)$ для всех $\mathbb{X}$ и μ. Ниже приведен пример правила, допустимого по Кондорсе.

Пример 4. [Weighted additive majority rule (далее WAMR)] Правило WARM формально определяется как:

$$\mathbf{WAMR}_{\phi,\lambda}(\mu) := \arg\max_{\mathbf{x}\in\mathbb{X}} \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \phi[\mu_k(x_k) - 1/2], \text{ где} \tag{1.1}$$

- $\phi : [-1/2; 1/2] \to \mathbb{R}$: не убывающая, нечётная, $\phi(r) < 0$, если $r < 0$, и $\phi(r) > 0$, если $r > 0$;
- $\lambda_k : \sum_{k\in[1,\ldots,K]} \lambda_k = 1$, $\lambda_k > 0\, \forall k \in [1,\ldots,K]$.

Частными случаями правила WAMR являются:

- Правило Слейтера ([10]) при $\phi(r) = \mathrm{sign}\,(r)$, $\forall\ r \in [-1/2; 1/2]$, и $\lambda_k = 1/K$, $\forall\ k \in [1,\ldots,K]$:

$$\mathrm{Slater}(\mathbb{X},\mu) := \arg\max_{\mathbf{x}\in\mathbb{X}} \sharp\{k \in [1,\ldots,K] : \mu_k(x_k) > 1/2\}. \tag{1.2}$$

- Медианное правило ([11]) при $\phi(r) = r$, $\forall\ r \in [-1/2; 1/2]$, и $\lambda_k = 1/K$, $\forall\ k \in [1, \ldots, K]$:

$$\text{Median}(\mathbb{X}, \mu) := \arg\max_{\mathbf{x} \in \mathbb{X}} \sum_{k=1}^{K} \mu_k(x_k). \tag{1.3}$$

Следует отметить важный результата, связанный с правилом WAMR, который говорит о том, что возможно подобрать такие параметры отображения $\mathbf{WAMR}_{\phi,\lambda}(\mu)$, что его результат будет однозначен.

Утверждение 1. *Для любого набора* $(\mu, \mathbf{x}, \phi(r))$, *где* $\mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{Cond}(\mathbb{X}, \mu)$, $\phi : [-1/2; 1/2] \to \mathbb{R}$: *не убывающая, не чётная,* $\phi(r) < 0$, *если* $r < 0$, *и* $\phi(r) > 0$, *иначе, возможно подобрать такой набор весов* $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_K)$, *что* $\mathbf{WAMR}_{\phi,\lambda}(\mu) = \{\mathbf{x}\}$.

Так как правила агрегирования, допустимые по Кондорсе, приводят к построению агрегированного мнения близкого к мнению, полученному по правилу простого большинства, то, как и правило простого большинства, они относятся к классу утилитарных (см. Следствие 1).

1.3. Кластеризация методом K-means

В данном разделе описывается метод $\text{K} - \text{means}$, который позволяет разбить данные на заранее заданное количество кластеров. В основном представленный материал следует [12], однако также используются и другие указанные в тексте источники. Материал представляется в виде, который будет удобен для дальнейшего использования в рамках работы, а именно для построения спектра мнений голосующих индивидов.

Прежде чем перейти к описанию метода введём необходимые определения. Предположим, что мы рассматриваем некоторое метрическое пространство $\mathbb{X} = \text{X}^K$, где X некоторое одномерное метрическое пространство, и на данном пространстве задана функция расстояния $\mathbf{d}$, также выделены N элементов: $\mathbf{x}^{(i)} \in \mathbb{X}$, где $i \in \mathbf{N}$. Множество $\{\mathbf{x}_i \in \mathbb{X} : i \in \mathbf{I} \subseteq \mathbf{N}\}$ назовём *кластером.* Основной характеристикой кластера будем считать его *центр* $\mathbf{c}$, который определяется как:

$$\mathbf{c} = \mathbf{F}(\{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}\}),$$

где $\mathbf{F}$ — отображение агрегирующее информацию о наблюдениях, входящих в кластер, и строящее его центр $\mathbf{c} \in \mathbb{X}$. Ниже рассматривается пример отображения $\mathbf{F}$.

Пример 5. В классическом алгоритме K – means (см. [13]) $\mathbb{X} = \mathbb{R}^K$, и центр кластера представляет собой среднее значение наблюдений, которые входят в данный кластер, то есть:

$$\mathbf{c} = \mathbf{F}(\{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}\}) = \sum_{i \in I} \frac{x^{(i)}}{|I|}.$$

Алгоритм K – means является итеративным. На начальном этапе некоторым образом выбираются центры кластеров $\{\mathbf{c}^{(m,0)} : m \in [1, \ldots, M]\}$, после чего происходит расчёт расстояния от наблюдений до центров кластеров. Считается, что наблюдение принадлежит тому кластеру, расстояние до центра которого от данного наблюдения, минимально. Обозначим разбиение множества $\mathbf{N}$ на M не пересекающихся подмножеств $\{\mathbf{I}^{(1)}, \ldots, \mathbf{I}^{(M)}\}$, таких что $\bigcup_{i=1}^{M} \mathbf{I}^{(i)} = \mathbf{N}$, как $\mathcal{P}^{(M)}(\mathbf{N})$. Формально процедуру построения разбиения наблюдений на кластеры можно записать следующим образом:

$$\mathcal{P}^{(M,0)}(\mathbf{N}) = \arg \min_{\mathcal{P}^{(M)}(\mathbf{N})} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{D}(\mathbf{c}^{(m,0)}; \{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}^{(m)}\}),$$

где $\mathbf{D}$ — функция, измеряющая расстояние от наблюдений с номерами из множества $\mathbf{I}^{(m,0)}$ до центра кластера $\mathbf{c}^{(m,0)}$. Ниже приведем пример функции $\mathbf{D}$.

Пример 6. В классическом алгоритме K − means (см. [13]) при $\mathbb{X} = \mathbb{R}^K$ в качестве расстояния от наблюдений до центра кластера принималось среднеквадратичное отклонение наблюдений, входящих в кластер, от центра кластера, то есть:

$$\mathbf{D}_q(\mathbf{c}; \{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}\}) = \sqrt{\sum_{i \in \mathbf{I}} \mathbf{d}_q^2(\mathbf{c}; \mathbf{x}^{(i)})/|\mathbf{I}|}, \text{ где}$$

$$\mathbf{d}_q(\mathbf{c}; \mathbf{x}^{(i)}) = \Big(\sum_{k=1}^{K} |c_k - x_k^{(i)}|^q \Big)^{1/q}, \text{ где } q \in \mathbb{N}/\{0\}.$$

На следующем шаге алгоритма происходит уточнение значений центров кластеров, за счёт информации о том, какие наблюдения принадлежат данному кластеру. После чего вновь происходит расчёт расстояния от наблюдений до центров кластеров, однако в качестве центров кластеров принимаются их уточнённые значения $\{\mathbf{c}^{(m,1)} : m \in [1, \ldots, M]\}$. Описанная последовательность действий повторяется до того момента, пока процедура уточнения значений центров кластеров приводит к существенным изменениям их значений.

В самом общем виде алгоритм кластеризации K − means можно формально записать следующим образом:

Алгоритм 1 (K − means в общем виде)**.**

Вход: $\{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{c}^{(m,0)} : m \in [1, \ldots, M]\}$, ε
Выход: $\{\mathbf{c}^{(m,p)} : m \in [1, \ldots, M]\}$, $\mathcal{P}^{(M,p)}(\mathbf{N})$

1. $p = 0$.

2. Разбиваем наблюдения на M групп по следующему правилу:

$$\mathcal{P}^{(M,p)}(\mathbf{N}) = \arg \min_{\mathcal{P}^{(M)}(\mathbf{N})} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{D}(\mathbf{c}^{(m,p)}; \{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}^{(m)}\}).$$

3. Находим новые центры кластеров:

$$\mathbf{c}^{(m,p+1)} = \mathbf{F}(\{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}^{(m,p)}\}),\ m \in [1, \ldots, M].$$

4. Если $\forall m : \mathbf{d}_q(\mathbf{c}^{(m,p+1)}; \mathbf{c}^{(m,p)}) \leq \varepsilon$, то работа алгоритма прекращается.

   Если $\exists m : \mathbf{d}_q(\mathbf{c}^{(m,p+1)}; \mathbf{c}^{(m,p)}) > \varepsilon$, то повторяем с Шага 2 при $p = p + 1$.

В работе [13] доказано, что при определённых условиях классический алгоритм K – means приводит к оптимальному разбиению наблюдений на кластеры, где *оптимальное разбиение* — это такое разбиение, что сумма расстояний от наблюдений до центров кластеров, в которые входят рассматриваемые наблюдения, минимальна. Однако чаще всего необходимые условия не выполняются, поэтому результатом работы алгоритма K – means является разбиение, где сумма расстояний достигает некоторого локального минимума. Отклонение найденного разбиения от оптимального в основном зависит от корректности оценки основных параметров алгоритма: количества кластеров M и начальных значений центров кластеров $\{\mathbf{c}^{(m,0)} : m \in [1, \ldots, M]\}$. Несмотря на важность корректной оценки данных параметров, не существует лёгкого и универсального подхода для их оценки (см. [14]). Наиболее распространённым методом оценки параметров алгоритма K – means является случайный поиск. Существуют статистические критерии, оценивающие корректность построенного разбиения, однако они работают в предположении, что наблюдения представляют из себя смесь распределений Гаусса. В дальнейшем при использовании алгоритма мы подробнее остановимся на оценке начальных параметров. Учитывая то, что алгоритм K – means является итерационным, нельзя не остановиться на вопросе о сходимости алгоритма. Несмотря на то, что алгоритм K – means является одним из самых широкоиспользуемых алгоритмов кластеризации в различных областях науки, не была решена задача о точной оценке скорости сходимости данного алгоритма. Так в одной из последних работ по данной тематике [15] авторы изучают сходимость данного алгоритма при $K = 2$. Наиболее точной оценкой скорости сходимости классического алгоритма $\mathrm{K} - \mathrm{means}$ на сегодняшний момент является $N^{\mathcal{O}(KM)}$ (см. [16]).

Глава 2

Кластерный подход к агрегированию мнений индивидов по набору взаимосвязанных вопросов

В настоящее время в России сложилась ситуация, что решения, принимаемые органами власти, не являются эффективными, так как большая часть народных представителей подчиняются приказам узкого круга лиц. Вмешаться в процесс принятия решений почти не возможно, так как агрегирование мнений происходит по правилу простого большинства. В связи с наличием существенных сложностей для влияния на происходящую ситуацию при использовании утилитарных правил принятия решений в данной главе представляется правило агрегирования мнений по набору взаимосвязанных вопросов, которое будет приводить к построению допустимого решения, учитывающего в себе как эгалитарные, так и утилитарные принципы построения агрегированного мнения.

2.1. Алгоритм построения агрегированного мнения, учитывающий кластерную структуру группы голосующих индивидов

Решения, допустимые по Кондорсе, соответствуют принципам, заложенным в утилитарный подход построения агрегированного мнения (см. Раздел 1.2). В данном разделе представляется алгоритм, который сочетает в себе как утилитарные, так и эгалитарные подходы к построению агрегированного мнения, за счёт того, что учитывает при построении решения кластерную структуру группы голосующих индивидов.

Под *кластерной структурой* будем подразумевать разбиение голосующих индивидов на кластеры, в рамках которых индивиды имеют между собой схожие мнения. Для разбиения голосующих индивидов на кластеры будет использоваться модифицированный алгоритм $\mathrm{K-means}$. Центр кластера будет являться агрегированным мнением индивидов, которые входят в данный кластер. Если верно оценить параметр алгоритма $\mathrm{K-means}$ M (количество кластеров), то множество центров кластеров будет отражать спектр мнений голосующих индивидов. Принципы оценки параметра M в дальнейшем будут рассмотрены в данной главе.

Построение агрегированного мнения голосующих индивидов происходит на основании множества центров кластеров и не учитывает информацию о количестве индивидов, которые являются участниками каждого отдельного кластера, что позволяет придать более высокий вес мнению меньшинства. Таким образом, происходит увеличение полезности меньшинства, что соответствует принципам эгалитарного подхода при построении агрегированного мнения. Степень влияния каждого кластера на агрегированное решение можно регулировать за счёт введения весовых коэффициентов кластеров. Далее, не умоляя общности, мы не будем использовать в изложении весовые коэффициенты, для того чтобы упростить выкладки и сделать более понятными рассуждения.

Для построения центра кластера и агрегированного мнения голосующих индивидов предлагается использовать правила, допустимые по Кондорсе, что позволит учесть при построении решения утилитарные принципы и получить допустимое мнение.

Замечание 4. *Если в каждый кластер входят индивиды с одинаковыми мнениями, вводятся весовые коэффициенты равные доле индивидов,* *попавших в кластер, и пространство агрегирования $\mathbb{X}$ подчиняется правилу простого большинства, то агрегированные мнения, построенные по правилу простого большинства и предлагаемому правилу, будут совпадать.*

В рамках работы в качестве функции для определения центра кластера будет использоваться правило WARM (см. Раздел 1.2).

Замечание 5. *Применение правила WARM может привести к построению множества центров для одного кластера. Будем предполагать, что центр кластера выбирается из множества случайным образом.*

Отличия предложенного правила построения агрегированного мнения индивидов по набору взаимосвязанных вопросов от правила нахождения решения, допустимого по Кондорсе, близки с отличиями между процедурами принятия решений в рамках прямой и представительской демократии. Напомним, что в рамках прямой демократии решение принимаются посредством проведения голосования всех тех индивидов, чьи интересы затрагивает выносимый на голосование вопрос. В рамках представительской демократии решения принимаются посредством проведения голосования представителей индивидов, чьи интересы затрагивает выносимый на голосование вопрос, при этом представители выбираются посредством проведения голосования среди заинтересованных индивидов. Таким образом, как и в случае поиска допустимого решения по Кондорсе в рамках прямой демократии при построении агрегированного решения принимаются во внимание мнения всех голосующих индивидов. А в представительской демократии, как и в предлагаемом алгоритме, решение принимается на основании мнений более узкого круга лиц, которые представляют интересы голосующих индивидов (в рамках предлагаемого алгоритма данным мнением является центр кластера). Наиболее ярко отличия между результатами агрегирования мнений в рамках прямой и представительской демократии иллюстрируются на примере парадокса Острогорского (см. [17]). На этом же примере поясним, почему мы считаем, что различия между агрегированным мнением, допустимым по Кондорсе, и мнением, построенным с помощью кластерного подхода, имеют причины отличные от иллюстрируемых парадоксом Острогорского.

Пример 7. [Парадокс Острогорского] Предположим, что происходит голосование 3-х индивидов по следующему набору вопросов:

1. согласен ли индивид с экономическим курсом, который выбрало правительство;
2. согласен ли индивид с внутренней политикой правительства;
3. согласен ли индивид с внешней политикой правительства.

Если индивиды выразили следующие мнения относительно поднятых вопросов: $O_1 = (0, 1, 0)$, $O_2 = (1, 0, 0)$, $O_3 = (1, 1, 1)$, то агрегированное мнение в рамках прямой демократии будет иметь вид $\mathbf{Maj}^{(O)} = (1, 1, 0)$.

Предположим, что действует режим представительской демократии, и голоса индивидов могут быть представлены правительством, либо оппозицией, которая не согласна с правительством ни по одному из поднятых вопросов. Тогда представителем 1-го и 2-го индивида будет являться оппозиция, так как их мнение в большинстве вопросов совпадает с мнением оппозиции, а представителем 3-го индивида будет являться правительство. В этом случае агрегированное мнение совпадает с мнением оппозиции, несмотря на то, что мнение общества, которое было получено при агрегировании мнений в рамках прямой демократии, в большинстве вопросов совпадает с мнением правительства.

Представим мнения индивидов в виде матрицы, где мнение i-го индивида по k-му вопросу будет стоять на пересечении i-ой строки и k-го столбца. Тогда можно сказать, что Парадокс Острогорского заключается в возникновении отличий между агрегированным мнением, полученным при агрегировании сначала по вопросам (столбцам), а потом по индивидам (строкам), и агрегированным мнением, полученным при агрегировании сначала по индивидам (строкам), а потом по вопросам (столбцам). По сравнению с моделью принятия решений в рамках представительской демократии в предлагаемом алгоритме не происходит явного агрегирования по индивидам (строкам). Однако оно имеет место при построении разбиения индивидов на кластеры. Действительно, центры кластеров выполняют роль мнения партий. Индивид попадает в тот кластер, расстояние до центра которого от мнения индивида минимально, что аналогично определению политических предпочтений индивидов в модели представительской демократии ("правительство" и "оппозиция" в рассмотренном примере).

Отличие предлагаемого правила от модели принятия решения в рамках представительской демократии заключается в том, что мнения партий и состав индивидов, поддерживающих каждую партию, в модели представительской демократии неизменны, а в предлагаемом алгоритме в процессе построения агрегированного мнения происходит формирование мнения партий и их состав.

Результат разбиения мнений индивидов на кластеры методом $\mathrm{K-means}$ в рассматриваемом случае не зависит от выбора функции расстояния, так как мнения индивидов представляют собой вектора, координаты которых равны 0 или 1. Поэтому будем считать, что $\forall m \in [1, \ldots, M]$:

$$\mathbf{D}_q(\mathbf{c}^{(m)}; \{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{I}^{(m)}\}) = \sum_{i \in \mathbf{I}^{(m)}} \sharp\{k : c_k^{(m)} \neq x_k^{(i)},\, k \in [1, \ldots, K]\}.$$

Предлагаемый алгоритм может быть формально записан в следующем виде (обозначения соответствуют Разделу 1.3):

Алгоритм 2 (Condorcet Judgement Aggregation (далее CJA))**.**

Вход: $\{\mathbf{x}^{(i)} : i \in \mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{c}^{(m,0)} : m \in [1, \dots, M]\}$, E

Выход: $\mathbf{c}^f$

1. $p = 0$.

2. Строим разбиение группы голосующих индивидов:

$$\mathcal{P}^{(M,p)}(\mathbf{N}) = \arg \min_{\mathcal{P}^{(M)}(\mathbf{N})} \sum_{m=1}^{M} \sum_{i \in \mathbf{I}^{(m,p)}} \sharp\{k : c_k^{(m,p)} \neq x_k^{(i)}\}.$$

3. Находим новые центры кластеров $\forall m \in [1, \dots, M]$:

$$\mathbf{c}^{(m,p+1)} = \mathbf{WAMR}_{\phi,\lambda}(\mu|_{\mathbf{I}^{(m,p)}}) = \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{X}} \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \phi[\mu_k|_{\mathbf{I}^{(m,p)}}(x_k) - 1/2],$$

где $\mu|_{\mathbf{I}^{(m,p)}}$ — сужение функции μ на множество $\{x^{(i)} : i \in \mathbf{I}^{(m,p)}\}$.

4. Если $\sum_{m=1}^{M} \sharp\{k : c_k^{(m,p)} \neq c_k^{(m,p+1)}\} \leq E$, то $p = p^f$ и переходим к Шагу 5.
Если $\sum_{m=1}^{M} \sharp\{k : c_k^{(m,p)} \neq c_k^{(m,p+1)}\} > E$, то повторяем с Шага 2 при $p = p + 1$.

5. Рассчитываем значение агрегированного мнения

$$\mathbf{c}^f = \mathbf{WAMR}_{\phi,\lambda}(\mu|_{\{\mathbf{c}^{(m,p^f)}:m\in[1,\dots,M]\}}) = \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{X}} \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \phi[\mu_k|_{\{\mathbf{c}^{(m,p^f)}:m\in[1,\dots,M]\}}(x_k) - 1/2],$$

где $\mu|_{\{\mathbf{c}^{(m,p^f)}:m\in[1,\dots,M]\}}$ — сужение функции μ на множество $\{\mathbf{c}^{(m,p^f)} : m \in [1, \dots, M]\}$.

В последующих разделах рассматриваются вопросы о корректном выборе входных параметров алгоритма, а также анализируются различия между решениями, допустимыми по Кондорсе, и решением, полученным по правилу CJA.

2.2. Оценка параметров: количество кластеров M

В данном разделе рассматривается вопрос корректной оценки количества кластеров. Как уже отмечалось ранее (см. Раздел 1.3) основным способом оценки параметров алгоритма является случайный поиск, однако в рамках задачи построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов следует принимать по внимание специфику используемых данных.

Ограничение сверху параметра M. Максимальное значение параметра M равно количеству элементов множества агрегирования $\mathbb{X}$, которое строится на основании информации о существующих логических связях между вопросами в наборе.

Замечание 6. *Если при построении агрегированного мнения методов CJA положить $M = |\mathbb{X}|$ и множество первоначальных значений кластеров равным $\mathbb{X}$, то в результате построения буду получены кластеры, содержащие одинаковые мнения.*

Ограничение снизу параметра M. В реальной ситуации в голосовании принимают участие представители от различных слоёв населения, либо представители различных политических течений. В связи с этим возникает ограничение снизу параметра M, которое представляет собой количество официально объявленных голосующих групп.

2.3. Оценка параметров: первоначальные значения центров кластеров

При разбиении голосующих индивидов на кластеры одной из основных задач является отражение спектра мнений голосующих индивидов. В связи с тем, что мнения представляют собой вектора в пространстве $\{0,1\}^K$, существует возможность перед началом работы с алгоритмом провести анализ и определить кандидатов на центры кластеров. Назовём мнение *кандидатом на центр кластера*, если оно совпадает или близко к мнениям некоторых голосующих индивидов. В случае если кандидатов на центр кластера меньше, чем предполагаемое число кластеров, следует дополнительно принять в качестве начальных значений центров кластеров мнения, которые наиболее сильно отличаются от кандидатов на центры кластеров. Такой выбор позволит сократить количество итераций алгоритма, так как снизит количество не верно классифицированных мнений на первой итерации алгоритма. Потому что мнения, схожие с кандидатами на центр кластер, будут классифицированы верно уже на первой итерации.

2.4. Сравнение решений, полученных с помощью правила простого большинства и правила CJA

В данном разделе представлен анализ различий между агрегированным мнением, построенным с использованием кластерного подхода CJA (далее мнение CJA), и мнением, допустимым по Кондорсе.

Введём дополнительные обозначения:

- $\forall\, k \in [1,\ldots,K]$ обозначим $N_k^{(j)} = \sharp\{i : x_k^{(i)} = j,\, i \in \mathbf{N}\}$, $N_k^{(|1-j|)} = N - N_k^{(j)}$;

- $\forall\, k \in [1, \ldots, K]$ обозначим $M_k^{(j)} = \sharp\{m : c_k^{(m,p^f)} = j,\, m \in [1, \ldots, M]\}$, $M_k^{(|1-j|)} = M - M_k^{(j)}$.

В введённых выше обозначениях верна следующая теорема, которая даёт необходимые и достаточные условия совпадения агрегированного мнения, построенного по правилу CJA, и агрегированного мнения, построенного по правилу простого большинства.

Теорема 1. *Пусть пространство агрегирования* $\mathbb{X}$ *подчиняется правилу простого большинства. Для того чтобы для всех мер* $\mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$ *и* $\mu|_{\{c^{(m,p^f)}:m\in[1,\ldots,M]\}} \in \Delta^*(\{c^{(m,p^f)} : m \in [1, \ldots, M]\})$ $\mathrm{Maj}_k(\mu) = c_k^f$ *необходимо и достаточно, чтобы* $(N_k^{(j)} > N_k^{(|1-j|)})\&(M_k^{(j)} > M_k^{(|1-j|)})$.

Доказательство.

- Необходимость.

  Очевидно, что:

  - если $\mathrm{Maj}_k(\mu) = j$, то $N_k^{(j)} > N_k^{(|1-j|)}$;
  - если $c_k^f = j$, то $M_k^{(j)} > M_k^{(|1-j|)}$.

- Достаточность.

  Очевидно, что:

  - если $N_k^{(j)} > N_k^{(|1-j|)}$, то $\mathrm{Maj}_k(\mu) = j$;
  - если $M_k^{(j)} > M_k^{(|1-j|)}$, то $c_k^f = j$.

$\square$

Замечание 7. *Так как* $\mu|_{c^{(m,p^f)}:m\in[1,\ldots,M]} \in \Delta^*(c^{(m,p^f)} : m \in [1, \ldots, M])$ *и* $\mu \in \Delta^*(\mathbb{X})$, *то ситуации, когда* $N_k^{(j)} = N_k^{(|1-j|)}$, *либо* $M_k^{(j)} = M_k^{(|1-j|)}$ *не будут иметь место.*

Таким образом, даже если агрегированное мнение по правилу простого большинства является допустимым, мнение CJA может отличаться от мнения, построенного по правилу простого большинства.

Глава 3

Практическое применение правил агрегирования мнений индивидов: правило простого большинства, правило Слейтера, правило CJA

В данной главе представляются результаты применения различных алгоритмов при построении агрегированного мнения индивидов на основании модельных и реальных данных. Для построения агрегированного мнения с помощью кластерного подхода алгоритм был реализован на языке **R**. Функции, используемые для проведения расчётов, представлены в Приложении А.

3.1. Построение агрегированного мнения индивидов: модельные данные

В данном разделе представляются результаты агрегирования мнений индивидов с помощью различных правил агрегирования: правило простого большинства, правило Слейтера, правило CJA.

Положим, что вопросы, по которым происходит голосование, имеют следующую логическую структуру $\{a, a \to b, b, b \to c, c, a\&c\}$. Прежде чем перейти к демонстрации результатов, покажем, что для рассматриваемой логической структуры вопросов $\{a, a \to b, b, b \to c, c, a\&c\}$ проблема, построения не допустимого агрегированного мнения с помощью правила простого большинства, является актуальной. Для этого было произведено моделирование 100 наборов мнений по 1000 индивидов в каждом наборе. При этом мнение индивида по вопросам из набора $\{a, b, c\}$ генерировалось случайным образом. Мнения "за" и "против" по каждому вопросу предполагались равновероятными. Мнения индивида относительно вопросов из набора $\{a \to b, b \to c, a\&c\}$ рассчитывались на основании информации о существующих логических связях между вопросами и мнений данного индивида по вопросам $\{a, b, c\}$.

В результаты проведённого исследования было показано, что только в 44% случаях агрегированное мнение, построенное по правилу простого большинства, является допустимым. В 43% случаях агрегированное мнение в одном вопросе не соответствовало существующим логическим связям между вопросами в наборе, в 13% случаях — в двух вопросах. Для данных трёх случаев были построены агрегированные решения с использованием правила простого большинства, правила Слейтера и правила CJA, в рамках которого для построения центров кластеров и расчёта итогового мнения использовалось правило Слейтера, рассматривалось два варианта первоначальных значений центров кластеров, которые представлены в Таблице 3.1 и Таблице 3.2.

№	a	$a \to b$	b	$b \to c$	c	$a\&c$
1	0	1	0	1	0	0
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	0	0	0

Таблица 3.1: Первоначальные значения центров кластеров. Вариант 1

№	a	$a \to b$	b	$b \to c$	c	$a\&c$
1	0	1	0	1	0	0
2	0	1	1	1	1	0
3	1	1	1	0	0	0

Таблица 3.2: Первоначальные значения центров кластеров. Вариант 2

Полученные результаты представлены в Таблицах 3.3, 3.4, 3.5.

Правило	a	$a \to b$	b	$b \to c$	c	$a\&c$
Простого большинства	0	1	0	1	1	0
Слейтара	0	1	0	1	1	0
CJA (вариант 1)	0	1	1	1	1	0
CJA (вариант 2)	0	1	1	1	1	0

Таблица 3.3: Результаты построения агрегированного мнения на основании данных, агрегированное мнение которых, построенное по правилу простого большинства, является допустимым

Правило	a	$a \to b$	b	$b \to c$	c	$a\&c$
Простого большинства	1	1	1	1	1	0
Слейтара	1	1	1	1	1	1
CJA (вариант 1)	1	1	1	1	1	1
CJA (вариант 2)	0	1	0	1	1	0

Таблица 3.4: Результаты построения агрегированного мнения на основании данных, агрегированное мнение которых, построенное по правилу простого большинства, имеет 1 несоответствие логической структуре вопросов

Правило	a	$a \to b$	b	$b \to c$	c	$a\&c$
Простого большинства	1	1	0	1	1	0
Слейтара	0	1	0	1	1	0
CJA (вариант 1)	0	1	0	1	1	0
CJA (вариант 2)	0	1	0	1	1	0

Таблица 3.5: Результаты построения агрегированного мнения на основании данных, агрегированное мнение которых, построенное по правилу простого большинства, имеет 2 несоответствия логической структуре вопросов

На основании проведённого эксперимента можно сделать следующие выводы:

- для рассматриваемой логической структуры вопросов результаты построения агрегированного мнения при использовании правила

Слейтера и правила CJA при выбранных первоначальных значениях не всегда совпадают;

- результаты построения агрегированного мнения с помощью правила CJA существенно зависят даже от незначительных изменений первоначальных значений центров кластеров.

Данные выводы нельзя считать фундаментальными, так как они показаны только на одном наборе модельных данных.

3.2. Построение агрегированного мнения индивидов: реальные данные

В данном разделе будут приведены результаты сравнения значений центров кластеров, полученных при построении агрегированного мнения с помощью метода CJA депутатов Государственной Думы РФ 4-го созыва по набору вопросов, касающихся принятия закона "Об образовании" в 2007г., и агрегированного мнения с помощью правила простого большинства депутатов, входящих в одну партию.

3.2.1. Порядок рассмотрения законопроектов Государственной Думой РФ

В данном разделе описывается порядок рассмотрения законопроектов Государственной Думой РФ.

Процедура принятия решений Государственной Думой РФ регламентируется Главой 13 Постановления "О регламенте Государственной Думы Федерального Собрания РФ" и состоит из следующих этапов:

1. в соответствии со статьёй 118 при рассмотрении законопроекта в

первом чтении обсуждается его концепция, актуальность и практическая значимость;

2. в соответствии со статьёй 119 после принятия закона в первом чтении устанавливается срок предложения поправок к рассматриваемому законопроекту;

3. в соответствии со статьёй 120 поправки вносятся в ответственный комитет, который в соответствии со статьёй 121 изучает и обобщает предложенные поправки, формирует списки поправок, рекомендуемых к принятию и к отклонению, выносит вопросы о принятии предложений комитета на голосование;

4. в соответствии со статьёй 123 после голосования относительно поправок проводится голосование о принятии закона во втором чтении;

5. в случае если после принятия закона во втором чтении возникает необходимость внести дополнительные поправки, то в соответствии со статьёй 125 в исключительных случаях происходит возвращение законопроекта к процедуре второго чтения;

6. голосование относительно поправок, из-за которых закон был возвращен во второе чтение;

7. в случае, если закон был возвращен во второе чтение, то происходит повторное голосование о принятии закона во втором чтении;

8. в соответствии со статьёй 125 при рассмотрении законопроекта в третьем чтении не допускается внесение в него поправок; после принятия закона в третьем чтении, он считается одобренным и поступает на рассмотрение Совета Федерации.

Понятно, что набор вопросов, который расматривается в рамках процедуры принятия законопроекта Государственной Думой РФ, не удовлетворяет условиям модели построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов. Действительно, в модели построения агрегированного мнения по набору взаимосвязанных вопросов предполагается, что набор вопросов удовлетворяет свойству нейтральности, а в рамках принятия решения в Государственной Думе РФ данное свойство не выполняется, например, вопрос не может быть вынесен на голосование во втором чтении до тех пор, пока он не пройдет одобрение в первом чтении. Несмотря на это, в следующем разделе рассматривается результат построения агрегированного мнения депутатов Думы при принятии закона “Об образовании”, для того чтобы сравнить агрегированные мнения в рамках одной партии со значениями центров кластеров, полученных при использовании правила CJA, так как в рамках построения агрегированного мнения по правилу CJA центры кластеров являются аналогом мнения партии.

3.2.2. Описание набора данных

Для анализа результатов агрегирования будут использоваться мнения депутатов Государственной Думы РФ 4-го созыва относительно вопросов, касающихся принятия закона “Об образовании” в 2007г. В данном разделе описывается набор вопросов, а также поправки, которые вносились в набор мнений депутатов.

Голосование относительно принятия закона об образовании проходило во время весенней и осенней сессии 2007г. Имел место следующий набор вопросов:

1. принять закон в первом чтении;

2. одобрить поправки, предлагаемые ответственным комитетом к принятию;
3. отклонить поправки, предлагаемые ответственным комитетом к отклонению;
4. одобрить поправку о возможности поступления в магистратуру того ВУЗ-а, где была получена степень бакалавра, без конкурса;
5. одобрить поправку о том, что количество бюджетных мест для бакалавров и магистров одной и той же специальности должно быть одинаково;
6. одобрить поправку о том, что после получения степени "специалист" возможно поступить в магистратуру на бюджетное место;
7. одобрить поправку о переносе срока вступления рассматриваемого закона в силу с 2009г. на 2012г.;
8. принять закон во втором чтении;
9. одобрить поправку о необходимости утверждения программы обучения для степени "специалист" Правительством РФ;
10. принять повторно закон во втором чтении;
11. принять закон в третьем чтении.

Замечание 8. *Между вопросами №8 и №9 было принято решение о повторном рассмотрении законопроекта во втором чтении, так как было необходимо принять дополнительную поправку.*

Данные о результатах голосования были получены с официального сайта Государственной Думы РФ (см. [18]). При анализе собранных данных было обнаружено, что без внесения дополнительных корректировок, рассматриваемые в рамках работы методы агрегирования мнений индивидов, невозможно применить. Во-первых, многие депутаты Государственной Думы РФ, в случае если они не согласны с выдвигаемым вопросом, игнорируют голосование, сопоставим им мнение "не голосовал". Во-вторых, так как голосование относительно вопросов проводилось в разные дни, то некоторые депутаты не принимали участие в голосовании по ряду вопросов, в связи с тем, что отсутствовали на заседании в соответствующий день. В-третьих, при голосовании в Государственной Думе РФ депутаты имеют 3 варианта мнения по каждому из вопросов: "за", "против", "воздержался", - а в модели рассматриваются только два варианта. После проведения анализа из рассмотрения были исключены 104 мнения депутатов, так как на основании результатов голосования невозможно было однозначно определить "за" или "против" следует поставить на места "воздержался" и "не голосовал". Для оставшихся мнений считаем, что мнения "воздержался" и "не голосовал" равнозначны голосованию "против" рассматриваемого вопроса. Первоначальный и итоговый наборы данных приведены в Приложении Б.

3.2.3. Сравнение значений центров кластеров, полученных с помощью правила CJA, и агрегированного мнения депутатов в разрезе партий

В данном разделе приводится сравнение значений центров кластеров, полученных при построении агрегированного мнения с помощью правила CJA, и агрегированного мнения депутатов в разрезе партий, полученного с помощью правила простого большинства.

После проведения корректировки данных, в наборе осталось 340 мнений депутатов. Распредление по партиям и агрегированные мнения депутатов каждой из партий, построенные с помощью правила простого большинства, представлены в Таблице 3.6. Нумерация вопросов, используемая в Таблице 3.6, совпадает с нумерацией, представленной в разделе 3.2.2.

	"Един. Рос."	КПРФ	ЛДПР	Независ.	"Родина"	"Патриоты Рос."		Итог
1	1	0	0	0	0	0		1
2	1	1	1	1	0	1		1
3	1	0	1	1	0	0		1
4	0	1	0	1	1	1		0
5	0	1	0	1	1	1		0
6	0	1	0	1	1	1		0
7	0	0	0	1	1	0		0
8	1	0	1	1	0	0		1
9	1	0	1	1	0	1		1
10	1	0	1	1	0	1		1
11	1	0	1	1	0	1		1
Кол-во	271	38	3	6	6	16		340

Таблица 3.6: Результаты агрегирования мнений депутатов с помощью правила простого большинства в разрезе партийной принадлежности

Проведём построение центров кластеров в рамках процедуры построения агрегированного мнения с помощью метода CJA, при этом в качестве начальных значений центров кластеров положим агрегированные мнения депутатов в разрезе партий, представленные в Таблице 3.6. Полученные в результате построения центры кластеров и состав кластеров в разрезе партий, представлены в Таблице 3.7.

	Клас. №1	Клас. №2	Клас. №3	Клас. №4	Клас. №5	Клас. №6
1	1	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	0	1
3	1	0	1	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1
5	0	1	0	0	1	1

6	0	1	0	0	1	1
7	0	1	0	0	1	1
8	1	0	1	1	0	0
9	1	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	0	1
11	1	0	1	0	0	1
"Единая Россия"	229	0	0	9	0	23
КПРФ	0	11	18	0	2	7
ЛДПР	0	0	3	0	0	0
Независимые	1	0	2	0	2	1
"Родина"	0	0	1	0	4	1
"Патриоты России"	0	0	7	0	3	6
Итого	240	11	31	9	11	38

Таблица 3.7: Центры кластеров в рамках процедуры построения агрегированного мнения с помощью метода CJA и состав кластеров в разрезе партий в случае, когда первоначальные значения центров кластеров совпадают с мнением большинства в разрезе партий

Из представленных выше результатов видно, что центры кластеров совпали со своими первоначальными значениями только в кластерах с номерами 1, 3 и 5. При этом только в 1-ом кластере остался тот же самый партий состав. В прочих рассматриваемых кластерах, несмотря на неизменность значения центра кластера по сравнению с первоначальным, партийный состав существенно поменялся. Например, часть депутатов от партии КПРФ имели мнения близкие к мнениям депутатов партии ЛДПР, при этом существенно отличные от мнений своих однопартийцев, мнение которых представляется значением центра кластера №2.

В результате проведённого анализа можно сказать, что данный закон почти единогласно поддерживался депутатами партии "Единая Россия", в том числе члены данной партии поддерживали предложения комитета по принятию и отклонению поправок (вопросы № 2 и № 3). Остальные же члены Государственной Думы имели различные позиции относительно рассматриваемого законопроекта. Проведём разбиение мнений депутатов на кластеры при следующих первоначальных значениях центров кластеров: $(1,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1)$ — принятие закона и поправок, предлагаемых комитетом; $(0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)$ — отклонение закона в первом чтении и поправок, предлагаемых комитетов, принятие прочих поправок, отклонение закона в связи с тем, что поправки, предложенные не членами комитета, приняты не были. Результаты построения и состав кластеров в разрезе партий, представлены в Таблице 3.8.

	Клас. №1	Клас. №2
1	1	0
2	1	1
3	1	0
4	0	1
5	0	1
6	0	1
7	0	1
8	1	0
9	1	1
10	1	1
11	1	1
“Единая Россия”	248	23
КПРФ	18	20
ЛДПР	3	0
Независимые	3	3
“Родина”	1	5
“Патриоты России”	7	9
Итого	280	60

Таблица 3.8: Центры кластеров в рамках процедуры построения агрегированного мнения с помощью метода CJA и состав кластеров в разрезе партий, в случае принятия в качестве первоначальных значений центров кластеров $(1,1,1,0,0,0,0,1,1,1)$ и $(0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)$ соответственно

Видим, что при рассмотрении двух кластеров, не происходим выделения группы депутатов, которые бы голосовали против принятия закона. Такая Группа смешивается с теми, кто изменил своё мнение после принятия поправки о необходимости утверждения программы обучения по направлению “специалист” правительством. Если же рассмотреть три кластера с первоначальными значениями: $(1,1,1,0,0,0,0,1,1,1)$, $(0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)$, $(0,1,0,1,1,1,0,1,1,1)$, - то выделение группы депутатов, которые голосуют против принятия закона происходит. Значение центров кластеров и состав кластеров в разрезе партий представлены в Таблице 3.9.

	Клас. №1	Клас. №2	Клас. №3
1	1	0	1
2	1	1	1
3	1	0	0
4	0	1	1
5	0	1	1
6	0	1	1
7	0	1	1
8	1	0	0
9	1	0	1
10	1	0	1
11	1	0	1
“Единая Россия”	248	0	23
КПРФ	18	13	7
ЛДПР	3	0	0
Независимые	3	2	1
“Родина”	1	4	1
“Патриоты России”	7	3	6
Итого	280	22	38

Таблица 3.9: Центры кластеров в рамках процедуры построения агрегированного мнения с помощью метода CJA и состав кластеров в разрезе партий, в случае принятия в качестве первоначальных значений центров кластеров $(1,1,1,0,0,0,0,1,1,1)$, $(0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)$, $(0,1,0,1,1,1,0,1,1,1)$ соответственно

На основании проведённого анализа можно сделать вывод о том, что в рамках построения агрегированного мнения с помощью правила CJA происходит построение кластеров, которые являются аналогом партий в Государственной Думе РФ. Значения кластеров не всегда совпадают с агрегированными мнением депутатов от различных партий в разрезе партий, так как депутаты, входящие в одну партию, могут иметь различные мнения относительно рассматриваемых вопросов.

Заключение

При построении агрегированного мнения группы индивидов, голосующих относительно вопросов, которые имеют между собой логические связи, используется правило простого большинства. Однако, распространённой ситуацией является то, что данное правило приводит к построению агрегированного мнения, которое нарушает логические связи между вопросами. В результате проведённых исследований было разработано правило, которое не приводит к возникновению противоречий при принятии решения группы индивидов относительно логически связанных вопросов. Для построения агрегированного мнения в рамках предлагаемого правила применяются известные подходы построения агрегированного мнения группы индивидов, однако не ко всему множеству мнений, а к набору центров кластеров, полученных в результате разбиения группы голосующих индивидов на кластеры со схожими мнениями. Проводимое разбиение приводит к возникновению групп, которые являются аналогами партий в модели представительской демократии. Отличие предлагаемого подхода от модели принятия решений в рамках представительской демократии заключается в том, что партии и их мнения формируются уже после проведения голосования, в то время как в модели представительской демократии состав партий и их мнения известны до начала голосования.

В работе приводятся рекомендации относительно выбора параметров разработанного алгоритма, так как данный выбор существенно влияет на результат.

Несмотря на то, что при использовании правила простого большинства в агрегированном мнении могут возникнуть противоречия с существующими логическими связями между вопросами в наборе, правило является широко применимым. Поэтому в рамках работы был проведён анализ на предмет построения необходимых и достаточных условий, при которых результат агрегирования мнений по правилу CJA совпадал бы с результатом построения агрегированного мнения с помощью правила простого большинства, в случаях, когда логические связи между вопросами таковы, что агрегированное мнение по правилу простого большинства не имеет с ними противоречий.

В заключительной части работы представлен результат построения агрегированного мнения с помощью метода CJA при различных начальных параметрах, и приведено сравнение полученных результатов с агрегированными мнениями, построенными по другим известным в теории общественного выбора правилам. Также проводится демонстрация построения кластеров на реальных данных, и сравнение полученных кластеров с реальным составом партий, которые участвовали в голосовании.

Приложение А

Реализация кластерного правила построения агрегированного мнения на R

Кластерный подход к построению агрегированного мнения был реализован на языке R. Ниже приводится код необходимых для работы алгоритма функций.

Функция **slater_rule** строит проекцию по правилу Слейтера вектора **test** на множество агрегирования **admis_data**, при этом если возможны несколько вариантов допустимых решений, то выбирается первое из подходящих элементов множества **admis_data**.

```
slater_rule<-function(test, admis_data){
    n<-dim(admis_data)[1]
    help_v<-rep(0,n)
    for(i in 1:n){
        help_v[i]<-sum(abs(test-admis_data[i,]))
    }
    final<-admis_data[which.min(help_v),]
    return(final)
}
```

Далее представлена функция, которая рассчитывает расстояние от мнения **center** до мнения **test**.

```
dist_cond<-function(center, test){
    return(sum(abs(center-test)))
}
```

Функция **center_calc** позволяет произвести расчёт центра кластера по набору мнений **data**, которые попали в данный кластер, при этом если **flag = 1**, то расчёт производится по правилу Слейтера, в противном случае — по правилу простого большинства.

```
center_calc<-function(data, flag=1, admis_data){
    dimen<-dim(data)
    center_first<-colSums(data)/dimen[1]
    center_final<-rep(0,dimen[2])
    center_final[(center_first>=1/2)]<-1
    if(flag==1){ final<-slater_rule
    (center_final, admis_data) }
    else{ final<-center_final }
    return(final)
}
```

Следующая функция возвращает номер кластера из набора **centers**, к которому принадлежит мнение **x**.

```
find_the_closest_center<-function(x, centers){
    dimen<-dim(centers)
    dist_help<-rep(0,dimen[1])
    for(i in 1:dimen[1]){
        dist_help[i]<-dist_cond(centers[i,],x)
    }
    number_of_cluster<-which.min(dist_help)
    return(number_of_cluster)
}
```

Функция **k_condorcet** реализует алгоритм $\mathrm{K-means}$ для набора мнений **data**, первоначальных значениях центров кластеров **initial_center_of_cluster**, параметре сходимости алгоритма **eps**, при этом возможны два варианта расчёта центров кластеров: по правилу простого большинства при **flag = 0**, по правилу Слейтера с пространством агрегирования **admis_data**, если **flag = 1**.

```
k_condorcet<-function(data, initial_center_of_cluster,
    eps=1, admis_data, flag){
    num_data<-dim(data)
    num_cluster_of_data<-rep(0,num_data[1])
    num_cluster<-dim(initial_center_of_cluster)
    help_center_of_cluster<-initial_center_of_cluster
    for(i in 1:num_data[1]){
        num_cluster_of_data[i]<-find_the_closest_center
        (data[i,], initial_center_of_cluster)
    }

    for(i in 1:num_cluster[1]){
        help_center_of_cluster[i,]<-center_calc
        (data[num_cluster_of_data==i,], flag, admis_data)
    }

    while(sum(abs(help_center_of_cluster -
    initial_center_of_cluster)) >=eps){
        initial_center_of_cluster<-help_center_of_cluster
        for(i in 1:num_data[1]){
            num_cluster_of_data[i]<-find_the_closest
            _center(data[i,], initial_center_of_cluster)
        }
        for(i in 1:num_cluster[1]){
```

```
            help_center_of_cluster[i,]<-center_calc
            (data[num_cluster_of_data==i,],
            flag, admis_data)
        }
}
```

Функция **main_CJA** реализует кластерный подход к агрегированию мнений индивидов **data** при начальных значениях центров кластеров **initial_center_of_cluster** и параметре сходимости алгоритма **eps**, при этом возможны два варианта расчёта центров кластеров: по правилу простого большинства при **flag = 0**, по правилу Слейтера с пространством агрегирования **admis_data**, если **flag = 1**. По умолчанию предполагается, что расчёт будет происходить по правилу Слейтера.

```
main_CJA<-function(data, initial_center_of_cluster,
    eps=1, admis_data, flag=1){
    inf_data<-k_condorcet(data,
    initial_center_of_cluster, eps, admis_data, flag)
    results<-center_calc(inf_data$"centers",
    flag, admis_data)
    return(list("inf_data" = inf_data,
    "results"=results))
}
```

Приложение Б

Результаты голосования Государственной Думы РФ о принятии закона “Об образовании” в 2007г.

В данном приложении представлены результаты голосования Государственной Думы РФ относительно принятия закона “Об образовании” в 2007г. Вопросы, относительно которых происходило голосование, представлены в Разделе 3.2.2. Данные до проведения преобразования представлены в Таблице Б.1, где используется следующая кодировка:

- 1 — голос отдан “за”;
- 0 — голос отдан “против”;
- 2 — депутат не голосовал или голос “воздержался”.

№	Партия	a_1	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	a_2	e	a_3	a_4
1	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
2	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
3	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
4	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
5	Нез.	0	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2
6	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0
7	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
8	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
9	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0
11	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
12	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
13	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
14	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

15	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
16	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
17	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
18	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
19	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
20	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
21	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
22	Нез.	2	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2
23	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
24	СР-Р	0	2	2	1	2	1	1	0	0	0	0
25	ЕР	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
26	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
27	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
28	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
29	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
30	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
31	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
32	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
33	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
34	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
35	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
36	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
37	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
38	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
39	ЕР	1	1	1	2	2	0	2	2	1	1	1
40	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
41	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
42	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
43	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
44	ЛДПР	0	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
45	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
46	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
47	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
48	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
49	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
50	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
51	СР-Р	0	2	2	1	1	1	1	0	2	2	2

52	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
53	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
54	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
55	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
56	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
57	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
58	КПРФ	0	1	2	1	1	1	2	0	0	0	0
59	Нез.	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
60	СР-Р	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0
61	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
62	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
63	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
64	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
65	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
66	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
67	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
68	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
69	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
70	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
71	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
72	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
73	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
74	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
75	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
76	Нез.	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
77	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
78	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
79	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
80	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
81	СР-Р	0	2	1	1	1	1	1	0	2	2	0
82	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
83	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
84	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
85	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
86	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
87	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
88	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

89	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
90	Нез.	0	1	2	1	1	1	1	0	2	2	0
91	КПРФ	0	1	2	1	1	1	2	0	2	0	0
92	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
93	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
94	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
95	Нез.	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
96	СР-Р	0	2	1	1	1	1	1	0	2	2	0
97	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
98	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
99	КПРФ	0	1	2	1	1	1	2	0	0	0	0
100	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
101	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
102	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
103	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
104	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
105	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
106	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
107	ЛДПР	0	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
108	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
109	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
110	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0
111	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
112	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	1
113	СР-Р	0	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0
114	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
115	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
116	Нез.	0	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2
117	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
118	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
119	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
120	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
121	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
122	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
123	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
124	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
125	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0

126	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
127	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
128	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
129	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
130	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
131	Нез.	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
132	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
133	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
134	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
135	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
136	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
137	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
138	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
139	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
140	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
141	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
142	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
143	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
144	ЕР	1	1	1	2	2	1	1	2	1	1	1
145	СР-Р	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	0
146	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
147	СР-Р	0	1	2	1	1	1	1	0	2	2	2
148	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
149	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
150	ЛДПР	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
151	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
152	КПРФ	0	2	2	2	2	2	2	1	0	0	0
153	ЕР	2	1	2	1	1	1	1	0	1	1	1
154	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
155	Нез.	2	1	2	1	1	1	1	0	0	0	2
156	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
157	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
158	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
159	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
160	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
161	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
162	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

163	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
164	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
165	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
166	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
167	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
168	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
169	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
170	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
171	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
172	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
173	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
174	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0
175	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
176	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
177	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
178	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
179	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
180	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
181	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
182	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	2
183	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
184	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
185	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
186	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
187	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
188	ЛДПР	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
189	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
190	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
191	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
192	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
193	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
194	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
195	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
196	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
197	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
198	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
199	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0

200	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
201	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
202	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
203	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
204	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
205	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
206	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
207	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
208	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
209	СР-Р	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	0
210	РНВС	2	2	2	1	1	1	1	0	1	1	1
211	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0
212	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
213	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
214	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
215	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
216	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	2	2	1
217	ЛДПР	2	1	2	1	1	1	1	0	2	2	2
218	Нез.	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
219	ЕР	1	0	2	2	2	1	1	0	1	1	1
220	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
221	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
222	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
223	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1
224	ЕР	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2
225	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
226	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
227	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
228	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
229	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
230	КПРФ	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
231	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
232	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
233	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
234	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
235	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
236	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

237	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
238	Нез.	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
239	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
240	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
241	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
242	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
243	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
244	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0
245	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
246	ЕР	1	1	2	1	1	1	1	0	2	0	0
247	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
248	СР-Р	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
249	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
250	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
251	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
252	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
253	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
254	ЛДПР	2	1	2	1	1	1	1	0	1	1	1
255	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
256	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
257	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
258	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
259	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
260	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
261	ЛДПР	2	1	2	1	1	1	1	0	2	2	1
262	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
263	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
264	РНВС	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
265	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	0	2	0
266	СР-Р	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
267	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
268	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
269	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
270	Нез.	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
271	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
272	СР-Р	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
273	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1

274	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	2	2	1
275	ЛДПР	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1
276	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
277	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
278	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
279	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
280	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
281	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
282	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
283	ЛДПР	2	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
284	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
285	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
286	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
287	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
288	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
289	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
290	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
291	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
292	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
293	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
294	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
295	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
296	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
297	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
298	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
299	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
300	ЕР	1	1	2	1	1	1	1	0	2	2	2
301	Нез.	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
302	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
303	ЛДПР	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
304	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
305	Нез.	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
306	СР-Р	2	2	2	1	1	1	1	0	1	1	1
307	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
308	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
309	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
310	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1

311	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
312	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
313	СР-Р	0	1	2	1	1	1	2	0	2	2	0
314	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
315	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
316	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
317	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
318	СР-Р	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
319	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0
320	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
321	КПРФ	0	1	2	1	1	1	1	0	2	2	1
322	ЛДПР	2	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
323	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
324	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
325	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
326	Нез.	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
327	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
328	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
329	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
330	СР-Р	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	2
331	ЕР	1	2	2	1	1	1	1	0	2	0	0
332	РНВС	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
333	Нез.	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
334	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
335	СР-Р	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
336	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
337	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
338	ЕР	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
339	СР-Р	2	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
340	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
341	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
342	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
343	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
344	ЛДПР	0	1	2	1	1	1	1	0	0	2	2
345	КПРФ	0	2	2	2	2	2	2	1	0	0	0
346	РНВС	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
347	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1

348	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
349	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
350	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
351	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
352	РНВС	0	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
353	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
354	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
355	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
356	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
357	ЛДПР	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
358	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
359	ЛДПР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
360	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
361	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
362	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
363	ЛДПР	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	1
364	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
365	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
366	КПРФ	0	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
367	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
368	Нез.	2	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
369	Нез.	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
370	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
371	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
372	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
373	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
374	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0
375	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
376	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
377	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
378	ЛДПР	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
379	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
380	ЛДПР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
381	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
382	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
383	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
384	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

385	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
386	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
387	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
388	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
389	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
390	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
391	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
392	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
393	ЕР	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2
394	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
395	Нез.	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1
396	ЕР	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
397	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
398	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
399	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
400	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
401	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
402	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
403	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
404	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
405	Нез.	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
406	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
407	ЕР	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
408	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
409	СР-Р	0	2	1	2	2	2	2	2	0	0	0
410	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
411	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
412	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
413	ЛДПР	0	2	2	2	2	2	2	1	2	2	0
414	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
415	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
416	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
417	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
418	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
419	ЕР	1	1	1	2	2	0	2	2	2	2	1
420	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
421	ЛДПР	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

422	ЛДПР	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
423	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
424	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
425	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
426	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2
427	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
428	СР-Р	0	2	2	1	1	1	1	0	2	2	2
429	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
430	Нез.	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
431	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
432	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
433	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
434	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
435	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
436	ЕР	1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
437	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
438	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
439	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
440	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
441	ЕР	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	2
442	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
443	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
444	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

Таблица Б.1: Результаты голосования Государственной Думы РФ относительно принятия закона “Об образовании” в 2007г.

Мнения, использовавшиеся для построения агрегированного мнения в разделе 3.2.3, представлены в Таблице Б.2. Для того чтобы была возможность понять, какие именно мнения были удалены, нумерация мнений в Таблице Б.2 соответствует нумерации первоначальных данных в Таблице Б.1.

№	Партия	a_1	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	a_2	e	a_3	a_4
2	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
3	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
4	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0

6	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
7	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
8	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
9	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
10	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
11	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
12	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
13	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
14	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
15	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
17	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
18	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
19	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
20	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
21	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
23	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
26	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
27	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
28	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
29	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
30	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
31	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
32	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
33	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
34	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
35	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
36	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
38	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
40	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
41	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
42	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
43	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
45	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
46	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
47	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
48	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
49	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

50	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
52	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
53	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
54	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
55	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
56	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
57	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
58	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
61	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
62	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
63	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
64	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
65	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
66	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
67	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
68	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
69	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
70	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
71	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
72	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
73	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
74	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
75	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
77	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
78	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
79	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
82	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
83	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
84	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
85	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
87	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
88	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
89	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
91	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
92	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
93	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
94	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

95	Нез.	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
97	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
98	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
99	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
100	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
101	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
102	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
103	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
104	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
105	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
106	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
108	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
109	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
110	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
111	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
114	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
115	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
117	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
118	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
119	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
120	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
121	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
122	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
123	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
125	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
127	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
128	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
129	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
130	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
132	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
133	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
135	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
137	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
138	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
139	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
140	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
141	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1

142	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
146	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
148	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
149	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
154	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
156	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
157	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
158	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
159	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
160	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
161	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
162	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
163	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
164	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
165	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
166	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
167	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
168	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
169	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
170	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
171	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
172	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
173	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
174	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
175	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
176	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
177	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
178	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
179	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
180	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
181	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
183	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
184	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
185	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
186	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
187	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
189	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

190	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
191	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
192	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
193	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
194	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
195	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
196	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
197	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
198	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
199	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
200	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
201	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
202	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
203	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
204	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
205	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
206	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
207	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
208	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
212	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
213	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
214	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
215	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
220	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
222	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
225	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
226	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
227	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
228	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
229	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
230	КПРФ	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
231	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
232	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
233	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
234	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
235	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
236	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

238	Нез.	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
239	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
240	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
241	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
243	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
245	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
248	СР-Р	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
249	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
250	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
251	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
252	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
255	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
256	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
257	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
258	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
259	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
263	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
264	РНВС	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
266	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
267	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
268	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
269	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
270	Нез.	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
271	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
272	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
273	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
276	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
277	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
278	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
280	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
281	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
284	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
285	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
286	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
287	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
288	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
289	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

290	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
291	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
292	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
294	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
295	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
296	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
297	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
298	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
299	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
302	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
303	ЛДПР	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
304	ЕР	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
307	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
308	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
309	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
310	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
311	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
312	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
314	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
315	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
316	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
317	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
320	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
323	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
324	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
326	Нез.	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
327	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
328	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
329	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
333	Нез.	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
334	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
335	СР-Р	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
336	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
337	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
338	ЕР	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
340	КПРФ	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
341	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1

342	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
346	РНВС	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
347	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
348	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
349	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
350	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
351	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
353	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
354	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
355	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
356	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
358	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
362	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
364	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
365	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
366	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
367	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
370	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
371	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
372	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
373	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
375	СР-Р	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
376	ЕР	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
377	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
378	ЛДПР	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
379	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
381	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
382	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
383	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
384	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
385	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
386	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
387	КПРФ	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
388	ЕР	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
389	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
390	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
391	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

392	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
394	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
397	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
398	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
399	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
400	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
401	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
402	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
403	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
404	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
405	Нез.	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
406	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
407	ЕР	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
408	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
410	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
411	РНВС	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
412	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
414	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
415	КПРФ	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
416	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
417	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
418	СР-Р	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
420	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
421	ЛДПР	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
423	ЕР	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
424	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
425	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
427	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
429	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
431	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
432	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
433	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
434	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
435	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
437	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
438	КПРФ	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
439	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

440	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
442	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
443	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
444	ЕР	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

Таблица Б.2: Результаты голосования Государственной Думы РФ относительно принятия закона “Об образовании” в 2007г., которые использовались для построения агрегированного мнения

Литература

1. Grandi U. Binary aggregation with integrity constraints: Dissertation / University of Amsterdam. 2012.

2. Arrow K. Social choice and individual values. New York: John Wiley, 1951.

3. Kornhauser L., Sager L. Unpacking the Court // Yale Law Journal. 1986. Vol. 96, no. 1. Pp. 82–117.

4. List C., Pettit P. Aggregation sets of judgments: an impossibility result // Economics and Philosophy. 2002. Vol. 18. Pp. 89–110.

5. Pauly M., van Hees M. Logical constraints on judgment aggregation // Journal of Philosophical logic. 2006. Vol. 35.

6. Nehring K., Pivato M., Puppe C. The Condorcet Set: Majority Voting over Interconnected Propositions // Working Paper, Revised Version March 2013, submitted for publication. 2013.

7. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. Москва: Мир, 1991.

8. Gaertner W. A Primer in Social Choice Theory. New York: Oxford University Press, 2006.

9. List C., Pettit P. Aggregation sets of judgments: two impossibility results compared // Synthese. 2004. Vol. 140, no. 1-2. Pp. 207–235.

10. Slater P. Inconsistencies in a schedule of paired comparisons // Biometrica. 1961. Vol. 48. Pp. 303–312.

11. Kemeny J. Math without numbers // Daedalus. 1959. Vol. 88. Pp. 571–591.

12. MacKay D. Information Theory, Inference and Learning Algorithms. London: Cambridge University Press, 2003.

13. MacQUEEN J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations // In Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. 1967. Pp. 281–297.

14. Bradley P., Fayyad U. Refining initial points for K-means clustering // In Proceedings of the 15th Iternational Conference on Machine Learning. 1998. Pp. 91–99.

15. Vattani A. k-means Requires Exponentially Many Iterations Even in the Plane // Discrete Comput Geom. 2011. Vol. 45.

16. Inaba M., Katoh N., Imai H. Variance-based k-clustering algorithms by Voronoi diagrams and randomization // IEICE Trans. Inf. Syst. 2000. Vol. E83-D(6).

17. Daudt H., Rae D. The Ostrogorski paradox: a peculiarity of compound majority decision // European Journal of Political Research. 1976. Vol. 4.

18. `http://vote.duma.gov.ru`.