

Прикладные методы анализа

Основная задача курса - демонстрация применения классических аналитических методов в конкретных задачах, восходящих к математической физике. Систематическое изложение и обоснование этих методов дается в курсах функционального анализа и уравнений в частных производных; предлагаемый же курс может служить им введением и мотивировкой.

Излагаемые в курсе методы используются в квантовой механике, теории поля и иных курсах магистерской программы по математической физике, а также в аналитических курсах математических магистерских программ. Для понимания происходящего требуется владение аппаратом математического анализа 1-2 курсов, дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного.

Ориентировочная программа:

1. Дополнительные главы обыкновенных дифференциальных уравнений: применение преобразования Лапласа для решения задачи Коши; краевые задачи; понятие функции Грина краевой задачи и задачи Коши.

2. Обобщенные функции одной переменной: определения, топология, операции с обобщенными функциями. Регуляризация интегралов, локальная структура обобщенных функций. Формулы Сохоцкого и аналитическое представление обобщенных функций. Обобщенные функции комплексного переменного.

3. Преобразование Фурье обобщенных функций. Ряд Фурье периодических обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Применение преобразования Фурье обобщенных функций для нахождения фундаментальных решений и функций Грина обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Интегральные уравнения. Сведение задачи Коши и краевой задачи обыкновенных дифференциальных уравнений к интегральным уравнениям. Уравнения Вольтерра и Фредгольма. Задача Штурма-Лиувилля.

Дополнительные главы прикладных методов анализа и Математические методы естествознания для матфизиков (Прикладные методы анализа II)

Параллельно с бакалаврским курсом "Прикладные методы анализа" будет читаться (в другой день недели) связанный с ним магистерский курс под двойным названием: "Дополнительные главы прикладных методов анализа" (лекции) + "математические методы естествознания для матфизиков" (семинары). Студенты бакалавриата могут также посещать и магистерский курс. Магистерский курс существенно использует сведения бакалаврского и является его расширением.

Ориентировочная программа:

1. Асимптотический анализ: асимптотические разложения корней уравнений, интегралов Лапласа и Фурье; метод перевала. Формула Эйлера-Маклорена и ее применения.

2. Обобщенные функции многих переменных. Структура обобщенных функций медленного роста, Обобщенные функции, сосредоточенные на поверхности. Применение к построению функций Грина и фундаментальных решений для классических уравнений: Лапласа, теплопроводности и волнового уравнения, и к решению задачи Коши для этих уравнений.

3. Потенциалы простого и двойного слоя и запаздывающие потенциалы. Решения задач Дирихле и Неймана.

4. Интегральные уравнения. Уравнения Гильберта-Шмидта. Детерминанты Фредгольма. Построение и свойства резольвенты ядра интегрального уравнения.