Страницы из жизни теории схем программ

Р.И. Подловченко

Страница первая – первый учебный курс

Теоретическое программирование, как самостоятельное научное направление, основано в отечестве А.А.Ляпуновым.

Страница первая – первый учебный курс

Теоретическое программирование, как самостоятельное научное направление, основано в отечестве А.А.Ляпуновым.

В 1952-1953 учебном году для студентов кафедры вычислительной математики МГУ им был прочитан лекционный курс «Принципы программирования». Основные высказанные в нём положения изложены им только в статье 1958 года [1], но сразу послужили отправными для первого поколения отечественных программистов.

1. Ляпунов А.А. О логических схемах программ // Проблемы кибернетики, вып.1, М., Физматгиз, 1958, с. 46-74.

А.А. Ляпуновым были поставлены следующие задачи:

- требуется язык, на котором описываются программы для ЭВМ, и необходима автоматическая трансляция с него на машинный язык;
- составляемые программы нуждаются в оптимизации по временным и обьёмным характеристикам, а также в проверке их правильности, и это побуждает разработку эквивалентных преобразований (э.п.) программ, то есть преобразований, сохраняющих вычисляемые ими функции.

Страница первая – первый язык программирования

Первым языком программирования, описанном на содержательном уровне, стал предложенный А.А. Ляпуновым операторный язык, и он был использован в первых отечественных трансляторах.

Страница первая – первый язык программирования

Первым языком программирования, описанном на содержательном уровне, стал предложенный А.А. Ляпуновым операторный язык, и он был использован в первых отечественных трансляторах.

Операторный язык предусматривал двухступенчатое моделирование программ схемами – схемой счёта, фиксирующей алгоритм, и схемой программы, отражающей особенности выполнения алгоритма на ЭВМ. Так возник раздел теоретического программирования, именуемый теорией схем программ.

Страница первая – схемы программ

Первой формально описанной моделью программ стали схемы счёта, и это было осуществлено учеником А.А.Ляпунова – Ю.И.Яновым в 1958 году [2]. Они вошли в литературу под названием схем Янова. Фундаментальными для них были объявлены две проблемы – проблема эквивалентности в модели и проблема построения полной в модели системы э.п. схем (коротко – проблема э.п. в модели). Хотя обе проблемы являются традиционными для моделей вычислений вообще, напомним, как они ставятся.

2. Янов Ю.И. О логических схемах алгоритмов // Проблемы кибернетики, вып.1, М.,Физматгиз, 1958, с.75-127.

Страница первая – проблема эквивалентности

Проблема эквивалентности в модели состоит в поиске алгоритма, которым для любых двух объектов модели распознаётся их эквивалентность в ней.

Страница первая – проблема эквивалентности

Проблема эквивалентности в модели состоит в поиске алгоритма, которым для любых двух объектов модели распознаётся их эквивалентность в ней.

Проблема э.п. в модели рассматривается только в моделях с разрешимой эквивалентностью и трактуется следующим образом: требуется построить систему э.п. объектов модели с прилагаемым к ней алгоритмом, который, получив на свой вход произвольную пару эквивалентных объектов, строит конечную цепочку преобразований, принадлежащих данной системе и транслирующих первый объект пары во второй. При этом искомая система э.п. обязана быть разрешимой, то есть обладающей алгоритмом, который распознаёт принадлежность ей любого предъявляемого преобразования.

Страница первая – проблема эквивалентности

Проблема эквивалентности в модели состоит в поиске алгоритма, которым для любых двух объектов модели распознаётся их эквивалентность в ней.

Проблема э.п. в модели рассматривается только в моделях с разрешимой эквивалентностью и трактуется следующим образом: требуется построить систему э.п. объектов модели с прилагаемым к ней алгоритмом, который, получив на свой вход произвольную пару эквивалентных объектов, строит конечную цепочку преобразований, принадлежащих данной системе и транслирующих первый объект пары во второй. При этом искомая система э.п. обязана быть разрешимой, то есть обладающей алгоритмом, который распознаёт принадлежность ей любого предъявляемого преобразования.

Ю.И. Яновым в [2] изложено решение обеих фундаментальных проблем.

Страница вторая – развитие теории

Так случилось, что интерес к модели, предложенной Ю.И.Яновым, проявился спустя шесть лет после её появления, а именно: в 1964 году Ратледжем была опубликована статья [3], поставившая модель Янова в ряд традиционно изучаемых моделей вычислений. В [3] доказано, что схемы Янова – это конечные автоматы-ацепторы, рассматриваемые над специального вида алфавитом. Такие автоматы, принимающие языки над заданным алфавитом, стали изучаться в пятидесятые годы. Их место среди моделей вычислений установлено доказанной Клини в 1956 году теоремой о равномощности регулярных выражений и конечных автоматов-ацепторов – этими моделями описываются регулярные языки [4].

3. Rutledge J. D. On Ianovs program schemata // Journal of the ACM, 1964, v.11, N.1, p.1-9.

4. Kleene S.C. Representation of Events in Nerve Nets and Finite

Страница вторая – развитие теории

Вместе с тем к началу шестидесятых годов была очевидна универсальность используемых систем программирования, а отсюда – алгоритмическая неразрешимость многих задач семантического анализа программ, в том числе – проблемы эквивалентности. Это следует из теоремы Райса, опубликованной в 1953 году [5]. Стало обоснованным исследование семантических свойств программ на их моделях.

Начался период, когда массово вводились модели вычислений, претендующие на название моделей программ. Этот период описан во многих статьях и монографиях по теории схем программ.

5. Rice H.G. Classes of recurcively enumerable sets and their decision problems // Transactions of American Mathematical Society, 1953, v.74, N 2.

Страница третья – развитие теории

Укажем принципы, для отбора моделей вычислений, имеющих моральное право называться моделями программ:

- в явном или неявном виде выбирается формализация понятия программы, сохраняющая алгоритм, реализуемый реальной программой, записанной на некотором я.п.;
- для формализованной программы строится схема, наследующая её управляющую структуру и обладающая семантикой, согласно которой из эквивалентности схем следует эквивалентность программ, для которых построены эти схемы.

При этих условиях алгоритм, разрешающий эквивалентность схем, будет частично разрешать эквивалентность моделируемых ими программ, а всякое преобразование структуры схемы будет преобразованием соответствующих программ. Обоснованными становятся проблема эквивалентности схем и построение э.п. схем.

Страница третья – аппроксимирующие модели

Описанный подход именуется аппроксимацией формализованных программ схемами, а множество последних с введённой в нём эквивалентностью – аппроксимирующей моделью.

Именно аппроксимирующие модели рассматриваются в теории схем программ. Условно их можно классифицировать по признаку: используют они или нет память программы, то есть переменные, являющиеся аргументами базисных операторов и логических условий.

Страница третья – схемы А.П. Ершова

Широким классом моделей со структурированной памятью являются стандартные схемы, введённые А.П. Ершовым [6], и их модификации, например, [7]. Все они используют явную предварительную формализацию понятия программы.

Основными для них стали проблема эквивалентности и построение э.п. схем. При исследовании первой активно привлекались другие модели вычислений. Решение второй подчинено двум задачам: оптимизации схем и созданию аппарата, направленного на верификацию программ. Модели без структурированной памяти стали наследниками схем Янова.

6. Ершов А.П. Современное состояние теории схем программ // Проблемы кибернетики, вып. 27, М., Наука, 1973, с. 87-110.
7. Котов В.Е., Сабельфельд В.К. Теория схем программ, М., Наука, 1991, 348 с.

Страница четвертая – дискретные преобразователи

В 1973 году В.М. Глушковым и А.А. Летичевским введены в теорию схем программ дискретные преобразователи [8]. Практический интерес к ним был продемонстрирован на примерах. Они явились явным обобщением схем Янова, унаследовали, как основную, проблему эквивалентности и подверглись массовому исследованию в научной школе А.А. Летичевского. Впервые был поставлен вопрос о практической применимости получаемых результатов [9] .

8. Глушков В.М., Летичевский А.А. Теория дискретных преобразователей // Избранные вопросы алгебры и логики: сб. статей, Новосибирск, Наука, 1973, с. 5-39.

9. Летичевский А.А. Практические методы распознавания эквивалентности дискретных преобразователей и схем программ // Кибернетика, 1973, №4, с. 15-26.

В 1981 году автором данного доклада определены модели программ, названные в последующем алгебраическими [10]. Эти модели обобщали дискретные преобразователи, пополнив их теорию строгим выделением аппроксимирующих моделей. В их проблематике главное место отведено проблеме э.п. схем, что, естественно, потребовало тщательного изучения проблемы эквивалентности. Разработана методика разрешения проблемы эквивалентности в алгебраических моделях программ, восходящая к алгоритму Мура для конечных автоматов [11]. Её применением найдены модели с разрешимой эквивалентностью схем [12]. Создана методика построения полных в модели э.п. схем, позволившая решить проблему э.п. в достаточно широком множестве алгебраических моделей [13].

10. Подловченко Р.И. Иерархия моделей программ // Программирование, 1981, №2, с. 3-14.

11. Подловченко Р.И. Техника следов в разрешении проблемы

Страница шестая – динамические модели программ

В 1998 году В.А. Захаровым введены динамические модели программ [14], которыми на языке динамической логики описаны по существу алгебраические модели программ. Ведущей для моделей Захарова В.А. стала проблема эквивалентности схем. Особое внимание стало уделяться оценкам сложности разрешающих алгоритмов. В [15] описана методика разрешения эквивалентности, а в [16] дан обзор методов решения проблемы эквивалентности в моделях вычислений вообще, охватывающих и модели программ.

14. Захаров В.А. Быстрые алгоритмы разрешения эквивалентности операторных программ на уравновешенных шкалах // Математические вопросы кибернетики, вып.7, 1998, с. 303-324.
15. Захаров В.А. Проверка эквивалентности программ при помощи двухленточных автоматов // Кибернетика и системный анализ, Киев, 2010, с. 39-48.
16. Захаров В.А. Проблема эквивалентности программ: модели, алгоритмы, сложность // Диссертация на соискание учёной степени доктора физ-мат. наук, М., 2012.

Обратимся теперь к решению проблемы э.п., возглавившему первые результаты в теории схем программ.
Исходной здесь явилась методика, разработанная Яблонским С.В. и изложенная в [17]. Хотя она предназначалась для построения системы э.п., полной для функций алгебры логики, её предписания можно сформулировать для любой модели вычислений. Они состоят в следующем.

17. Яблонский С.В. Эквивалентные преобразования управляющих систем // Методическая разработка, М., изд. МГУ1986.

Требуется построить формальное исчисление, объектами которого являются фрагменты объектов самой модели, действующим единственное правило вывода – подстановка во фрагмент вместо какого-либо его подфрагмента другого фрагмента. При этом объект модели обязан быть частным случаем фрагмента, должно быть строго определено отношение вхождения фрагмента во фрагмент и непременно доказана корректность подстановки, выражающаяся в том, что результатом её является опять-таки фрагмент.

Аксиомами исчисления обязаны быть разрешимые множества пар эквивалентных фрагментов, причём эквивалентность фрагментов понималась следующим образом: какими бы ни были объект модели и вхождение в него одного фрагмента из данной пары, подстановка вместо него другого фрагмента из этой пары является эквивалентным преобразованием исходного объекта. Аксиомы должны составлять конечное множество.

Исключался случай, когда множество аксиом состоит из единственной аксиомы, представляющей собой совокупность всех пар эквивалентных объектов модели. Делалась ставка на то, что применением аксиом будет продемонстрировано, как структура объекта модели транслируется в структуру эквивалентного ему объекта. Стратегия построения аксиом:

- доказать, что всякий класс эквивалентных объектов рассматриваемой модели имеет каноническую форму представления;
- построить алгоритм, которым любой объект модели транслируется эквивалентными преобразованиями в каноническую форму;
- проанализировав выполняемые этим алгоритмом преобразования, составить аксиомы.

Если предписанная стратегия осуществима, то в силу обратимости преобразований, выполняемых применением аксиом, проблема э.п. будет решена в модели.

Именно применением изложенной методики была установлена разрешимость проблемы э.п. для схем Янова в [2]. Следует отметить, что принципиальным при решении проблемы явилось ограничение на число вхождений в схему одного и того же оператора - не более раза. Этим было обеспечено наличие канонической формы, каковой стала схема, адэкватная минимальному автомату-ацептору.

Однако для схем Янова общего вида методика Яблонского оказалась неприменимой в силу следующего: они в совокупности подобны такому широкому классу конечных автоматов, для которого наличие полной системы э.п. означало бы наличие её для регулярных выражений, построенных для автоматов по упомянутой выше теореме Клини, а отсутствие таковой - общеизвестный факт.

Возникла задача — обобщить методику Яблонского. Это было сделано разрешением наряду с парами безусловно эквивалентных фрагментов использовать пары условно эквивалентных. По определению, фрагменты называются условно эквивалентными, если подстановка в объект модели вместо одного из них другого является эквивалентным преобразованием объекта во всех случаях, когда рассматриваются только такие вхождения в него фрагментов, которые удовлетворяют заранее заданному и алгоритмически проверяемому условию.

На основании принятого решения стала допустимой операция склейки эквивалентных вершин в объектах модели, описанных конечными размеченными графами. Все остальные положения методики Яблонского сохранены.

В результате были построены полные системы э.п. для конечных автоматов и для множества алгебраических моделей программ. Они описаны в [18].

18. Подловченко Р.И. Эквивалентные преобразования в математических моделях вычислений // Учебное пособие, М., издат. отдел фак-та ВМиК МГУ,МАКС-Пресс, 2011, 72 с.

Изложенным заканчивается экскурс
в страницы из жизни теории схем программ.