

**ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет компьютерных наук

Департамент программной инженерии

**СОГЛАСОВАНО**

Доцент департамента математики на  
факультете экономических наук, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ В. Л. Чернышев  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Академический руководитель  
образовательной программы  
«Программная инженерия»  
профессор департамента  
программной инженерии, канд. техн. наук

\_\_\_\_\_ В.В. Шилов  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

**Программная реализация алгоритма построения правил квантования  
для метрических графов**

**Руководство оператора**

**ЛИСТ УТВЕРЖДЕНИЯ  
RU.17701729.503390-01 34 01-1-ЛУ**

Инв. № подл.	Подп. и дата
RU.17701729.5033 90-01 34 01-1-ЛУ	
Взам. Инв. №	Инв. № дубл.
Подп. и дата	

Исполнитель  
студент группы БПИ152  
\_\_\_\_\_/Соловьев Е.А./  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

УТВЕРЖДЕНО

RU.17701729.503390-01 34 01-1-ЛУ

**Программная реализация алгоритма построения правил квантования для  
метрических графов**

Руководство оператора  
RU.17701729.503390-01 34 01-1

**Листов 29**

<i>Инв. № подл.</i>	<i>Подп. и дата</i>	<i>Взам. Инв. №</i>	<i>Инв. № дубл.</i>	<i>Подп. и дата</i>
RU.17701729.5033 90-01 34 01-1				

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Назначение программы.....	3
1.1. Функциональное назначение .....	3
1.2. Эксплуатационное назначение .....	3
1.3. Состав функций.....	3
2. Условия выполнения программы .....	4
2.1. Минимальный состав аппаратных средств .....	4
2.2. Минимальный состав программных средств .....	4
2.3. Требования к персоналу (пользователю).....	4
3. Выполнение программы .....	6
3.1. Запуск программы.....	6
3.2. Редактирование графа.....	6
3.3. Работа с файлами, представляющими графы.....	11
3.4. Параметры программы .....	14
3.5. Дополнительные элементы интерфейса .....	16
3.6. Использование горячих клавиш при работе с программой.....	16
3.7. Построение правил квантования .....	17
3.8. Выход из программы .....	18
4. Сообщения оператору .....	20
4.1. Информационные сообщения .....	20
4.2. Сообщения об ошибках .....	23
9. Приложения .....	26
Приложение 1. Используемые понятия и определения .....	26
Приложение 2. Список используемой литературы.....	28

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

## 1. НАЗНАЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

### 1.1. Функциональное назначение

Функциональное назначение программы – построение аналога правил квантования Бора-Зоммерфельда для метрических графов с помощью алгоритма, описанного в статье В. Л. Чернышева и А. И. Шафаревича, «Квазиклассический спектр оператора Шрёдингера на геометрическом графе» [1].

### 1.2. Эксплуатационное назначение

Программа предназначена для нахождения правил квантования для заданных геометрических графов. Она позволяет решать задачи, возникающие как при составлении теоретических моделей, так и при обработке экспериментально полученных данных, например, при изучении стационарных состояний электронов в молекуле.

### 1.3. Состав функций

В программе предусмотрены следующие функции:

- 1) Задание графа в графическом режиме.
- 2) Сохранение заданного графа в файл.
- 3) Открытие существующего файла с графом и его редактирование.
- 4) Построение по графу правил квантования.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

## 2. УСЛОВИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММЫ

### 2.1. Минимальный состав аппаратных средств

Для стабильной и бесперебойной работы программы необходим персональный компьютер со следующим минимальным набором аппаратных характеристик:

1) Процессор Pentium с частотой 1 ГГц или более быстрый (рекомендуется не менее 1.5 ГГц).

2) Не менее 1 ГБ оперативной памяти (рекомендуется не менее 2 ГБ) для компьютера с 32-битным процессором и не менее 2 ГБ оперативной памяти (рекомендуется не менее 4 ГБ) для компьютера с 64-битным процессором.

3) Не менее 50 МБ свободного места на жёстком диске.

4) Дисковод для компакт- или DVD-дисков.

5) Клавиатура, мышь или совместимое указывающее устройство.

6) Видеокарта и монитор, поддерживающие режим Super VGA с разрешением не менее чем 800x600 точек.

### 2.2. Минимальный состав программных средств

Для стабильной и бесперебойной работы программы персональный компьютер должен обладать следующим минимальным набором программных средств:

1) операционная система Microsoft Windows 7 и новее;

2) установленный Microsoft .NET Framework 4.5.2;

3) установленный математический пакет Maple версии 18 или 2015.

### 2.3. Требования к персоналу (пользователю)

Для работы программы требуется один оператор ЭВМ (пользователь программы).

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Для успешной работы пользователь должен обладать базовыми навыками использования графического интерфейса операционной системы Windows и математического пакета Maple на уровне умения задания функций с помощью синтаксиса Maple, иметь базовые знания английского языка и основных понятий, связанных с функциями одной переменной (функция, область определения, непрерывность, гладкость).

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

### 3. ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОГРАММЫ

#### 3.1. Запуск программы

Запуск программы производится с помощью двойного клика по соответствующему исполняемому .exe-файлу. В случае успешного запуска программы отобразится главное окно:

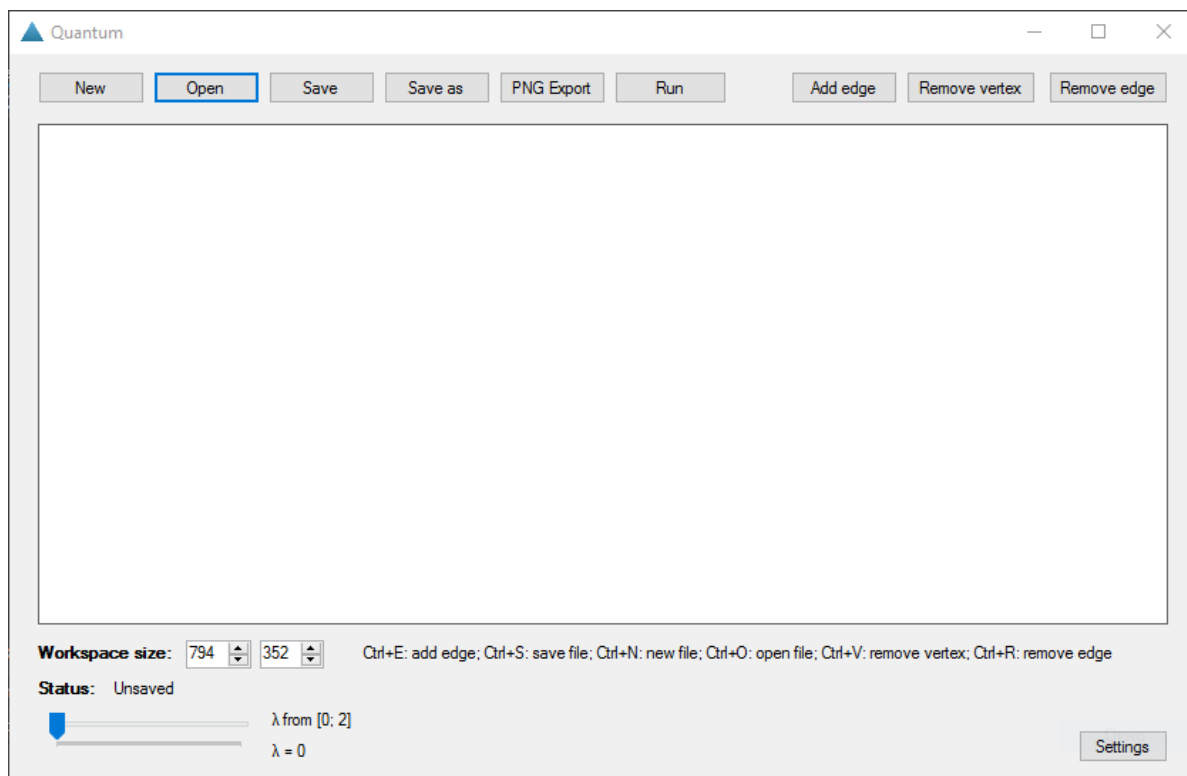


Рисунок 1.

#### 3.2. Редактирование графа

В главном окне приложения происходит работа с графом. При запуске программы по умолчанию создаётся новый граф без вершин и рёбер (см. рис. 1).

Добавлять на граф новые вершины можно с помощью клика левой кнопкой мыши по рабочей области. Необходимо учесть, что вершина не будет добавлена на граф, если на рабочей области рядом с ней присутствуют другие вершины (то есть вершины не будут перекрывать друг друга при ручном задании графа). Различать

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

добавленные на граф вершины можно с помощью уникальных номеров, отображаемых на них.

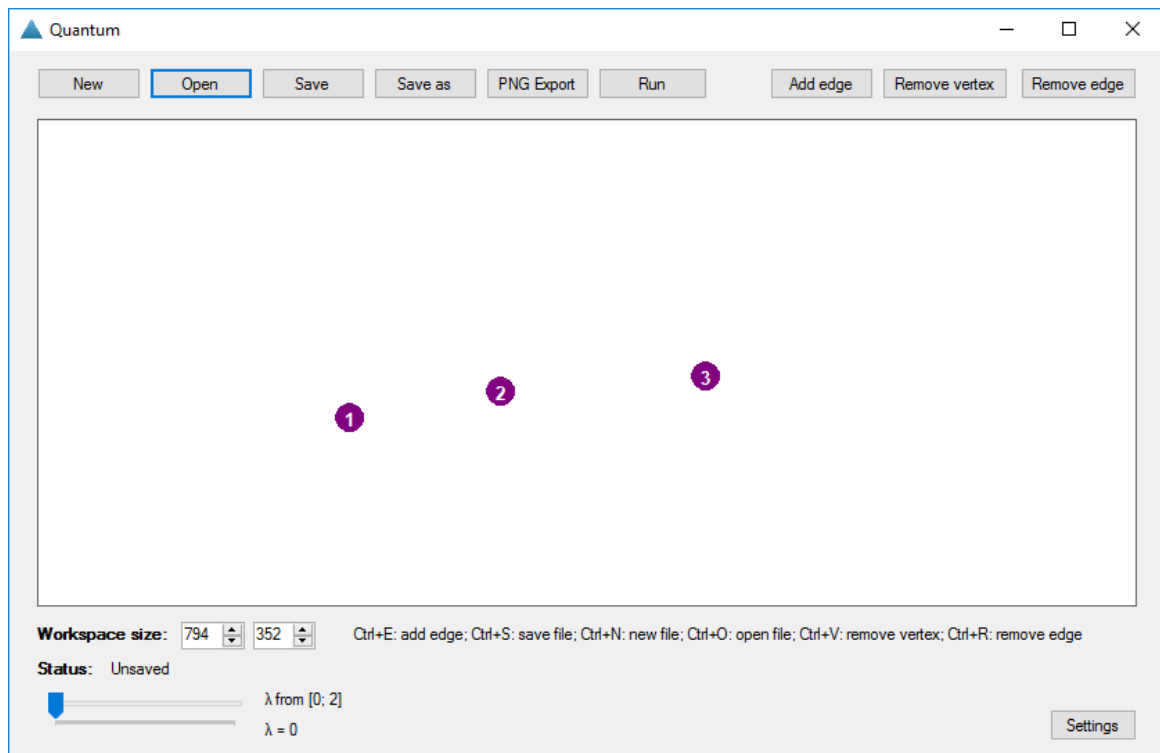


Рисунок 2.

Удалить вершину с графа можно, вызвав соответствующее диалоговое окно нажатием на кнопку “Remove vertex”. В нём необходимо выбрать или ввести номер удаляемой вершины и нажать кнопку “Remove”. При удалении вершины с графа также удаляются все рёбра графа, входящие или выходящие из данной вершины. В случае ввода в поле номера несуществующей вершины (то есть данных, не являющихся целым числом от 1 до количества вершин на графе) значение в поле будет автоматически изменено на значение, лежащее в допустимом диапазоне.

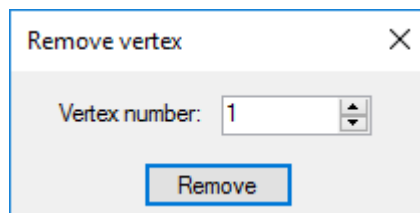


Рисунок 3.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения



Добавить ребро на граф можно с помощью соответствующего диалогового окна, которое вызывается нажатием на кнопку “Add edge” (окно может быть вызвано только в случае, когда на графе присутствует хотя бы одна вершина, в противном случае выводится соответствующее информационное сообщение):

The image shows a dialog box titled "Add edge" with a close button (X) in the top right corner. Inside the dialog, there are several input fields: "Initial vertex" with a value of 1, "Final vertex" with a value of 1, "Length" which is empty, "V(x) (Maple)" which is empty, "x\_min" which is empty, and "x\_max" which is empty. At the bottom of the dialog, there are two buttons: "Add edge" and "Cancel".

Рисунок 4.

В нём необходимо заполнить следующие поля:

1. Номер исходной вершины (поле “Initial vertex”), номер не должен превышать совокупного количества вершин на графе.
2. Номер конечной вершины (поле “Final vertex”), номер не должен превышать совокупного количества вершин на графе и может совпадать с номером исходной вершины.
3. Длина ребра (поле “Length”) – действительное положительное число, в качестве разделителя целой и дробной части может использоваться точка «.» или запятая «,».
4. Функция на графе (поле “V(x) (Maple)”) – выражение, оформленное согласно синтаксису Maple и представляющее действительнзначную функцию от единственного действительного аргумента  $x$  на ребре графа.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

5. Пределы (поля “x\_min” и “x\_max”), определяющие отрезок, на котором рассматривается данная функция на ребре. Это должны быть действительные числа, не равные друг другу (допускается ситуация, когда введённое в поле “x\_min” число больше введённого в поле “x\_max” числа, поскольку поля “x\_min” и “x\_max” соответствуют значениям функции в исходном и конечном ребре соответственно).

В поля “x\_min” и “x\_max” возможно также вводить математические выражения, содержащее знаки арифметических действий («+», «-», «\*» и «/» для умножения, вычитания, умножения и деления соответственно) и математическую константу «пи» («pi»). При необходимости можно использовать скобки для определения порядка исполнения действий.

Пример корректного заполнения полей:

The image shows a dialog box titled "Add edge" with a close button (X) in the top right corner. Inside the dialog, there are several input fields: "Initial vertex" with a value of 1, "Final vertex" with a value of 2, "Length" with a value of 1, "V(x) (Maple)" with a value of sin(x), "x\_min" with a value of 0, and "x\_max" with a value of 2\*pi. At the bottom of the dialog, there are two buttons: "Add edge" and "Cancel".

Рисунок 5.

Добавить заданное ребро на граф можно, нажав кнопку “Add edge”. Если в какое-либо из полей (исключая поле выражения для функции) введена некорректная информация, будет выведено соответствующее сообщение (см. раздел «Сообщения оператору»). Если они заполнены корректно, программа проверит непрерывность получаемой на графе функции, а именно рассмотрит значения получаемой функции в вершинах, ограничивающих ребро. Для исходной и конечной вершин

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

соответственно (отдельно) рассматриваются значения функций, заданных кусочно на рёбрах, соседних с этими вершинами. Если эти значения совпадают для исходной вершины и конечной вершины соответственно, функция считается непрерывной на графе, и ребро добавляется на граф. В случае, если получаемая функция не является непрерывной, ребро на граф не добавляется, и выводится соответствующее сообщение. Также, в случае если введённое выражение для функции не соответствует синтаксису Maple или функция не является определённой на отрезке, также выводится соответствующее сообщение.

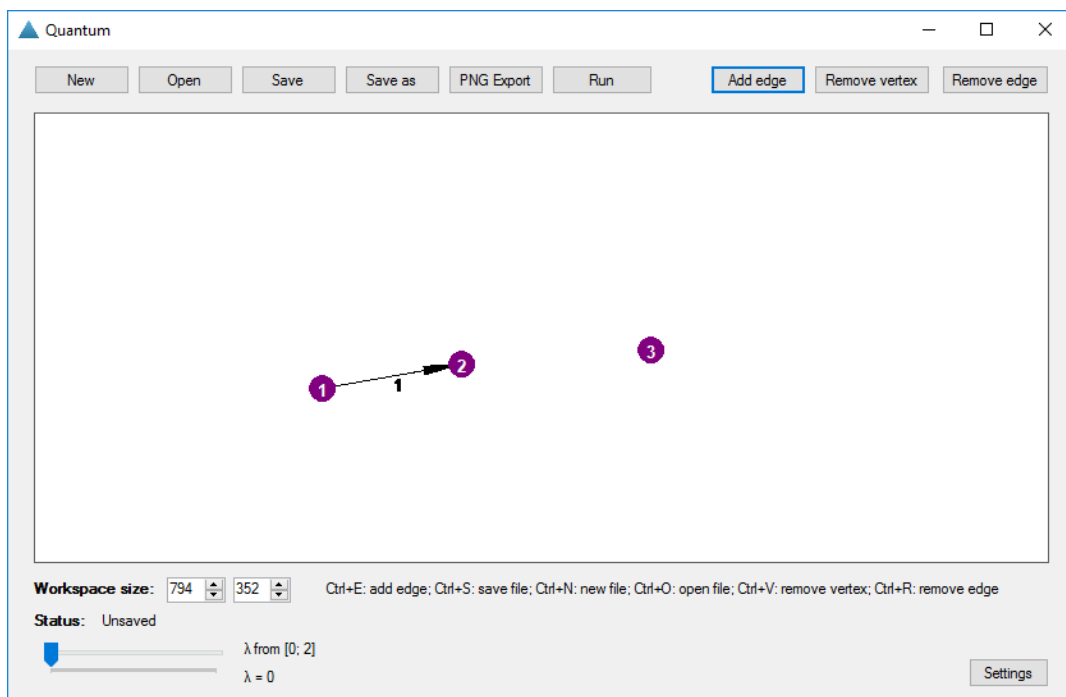


Рисунок 6.

Удалить ребро можно с помощью диалогового окна, вызываемого по нажатию кнопки “Remove edge” (окно открывается только при наличии хотя бы одного ребра в графе, в противном случае выводится соответствующее информационное сообщение):

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

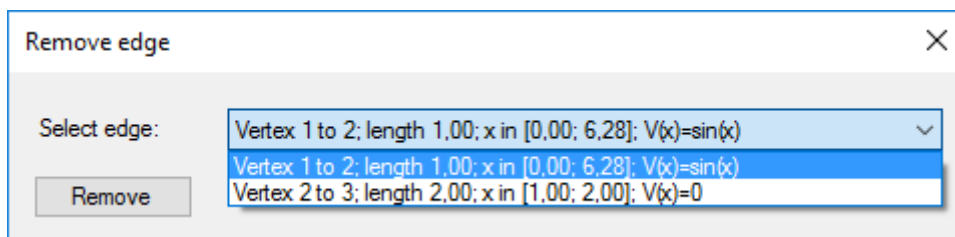


Рисунок 7.

В данном диалоговом окне представлен выпадающий список всех рёбер графа с описанием каждого из них (начальная и конечная вершина, длина, заданная функция и пределы по её аргументу). Необходимо выбрать необходимое ребро и нажать на кнопку “Remove”, после чего ребро будет удалено из графа.

### 3.3. Работа с файлами, представляющими графы

При нажатии на кнопку “New” создаётся новый пустой граф. Если на момент нажатия на кнопку открытый граф не был сохранён, перед созданием нового графа пользователю будет предложено сохранить открытый граф.

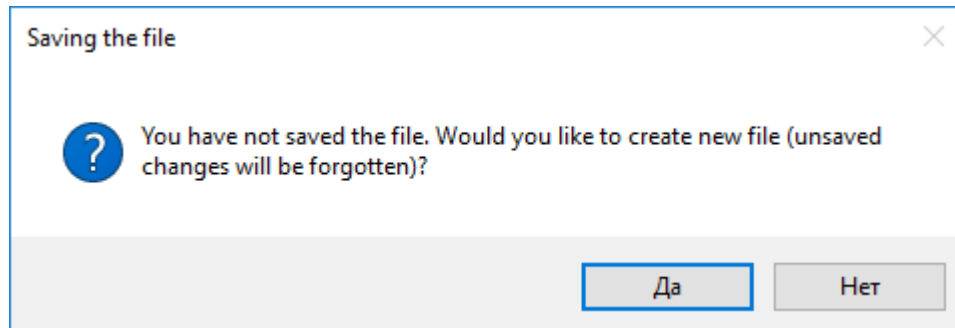


Рисунок 8.

При нажатии на кнопку “Save” производится сохранение текущего графа. Необходимо выбрать путь для сохранения файла с помощью соответствующего диалогового окна (в том случае, если граф не был сохранён в какой-либо файл ранее, в противном случае сохранение производится автоматически в этот файл). Сохранение производится в файл формата .gr.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

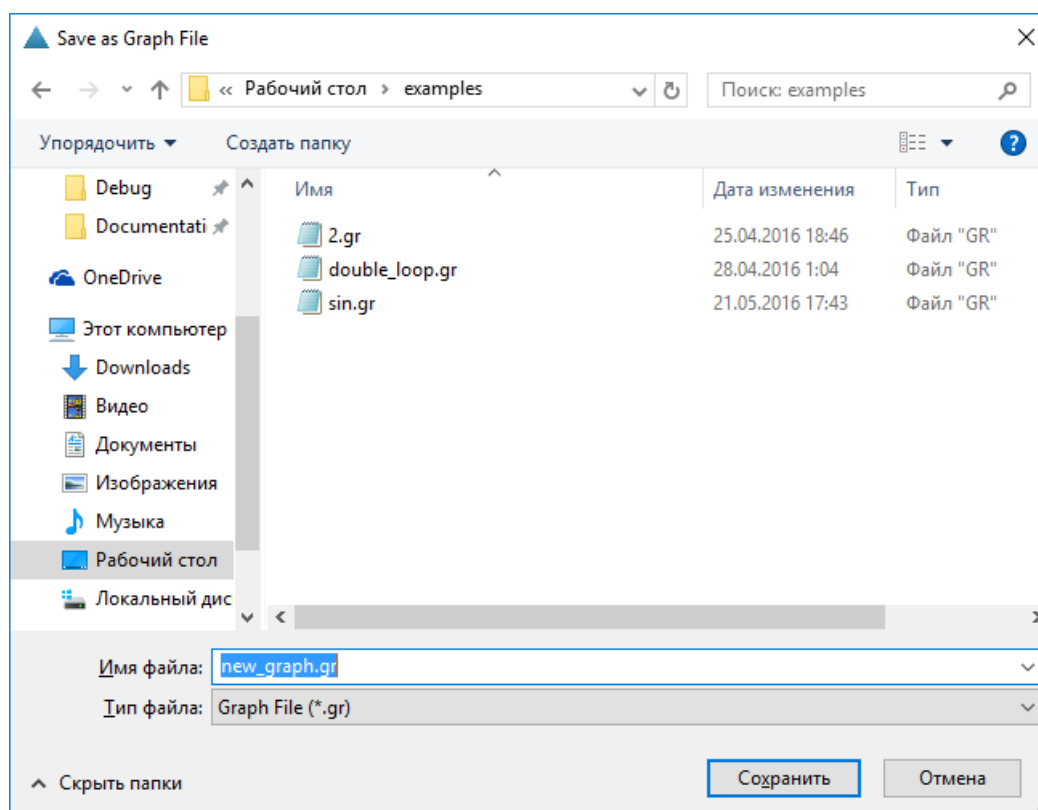


Рисунок 9.

Сохранить файл в произвольное местоположение позволяет кнопка “Save as”. По её нажатию пользователю будет предложено выбрать местоположение на компьютере для сохранения файла так же, как это происходит в случае нажатия кнопки “Save” (см. рис. 9).

Открыть граф из файла можно с помощью “Open”. Если на момент нажатия на кнопку открытый граф не был сохранён, перед открытием графа пользователю будет предложено сохранить открытый в настоящий момент граф. Необходимо выбрать путь к файлу с описанием графа в формате .gr. В случае, если открываемый файл не является файлом с описанием графа, или содержит ошибки, будет выведено соответствующее сообщение. Если файл представляет собой корректное описание графа, этот граф отображается на экране, и производится проверка непрерывности заданной функции, после чего выводится соответствующее сообщение о том, является ли функция на графе непрерывной или нет.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

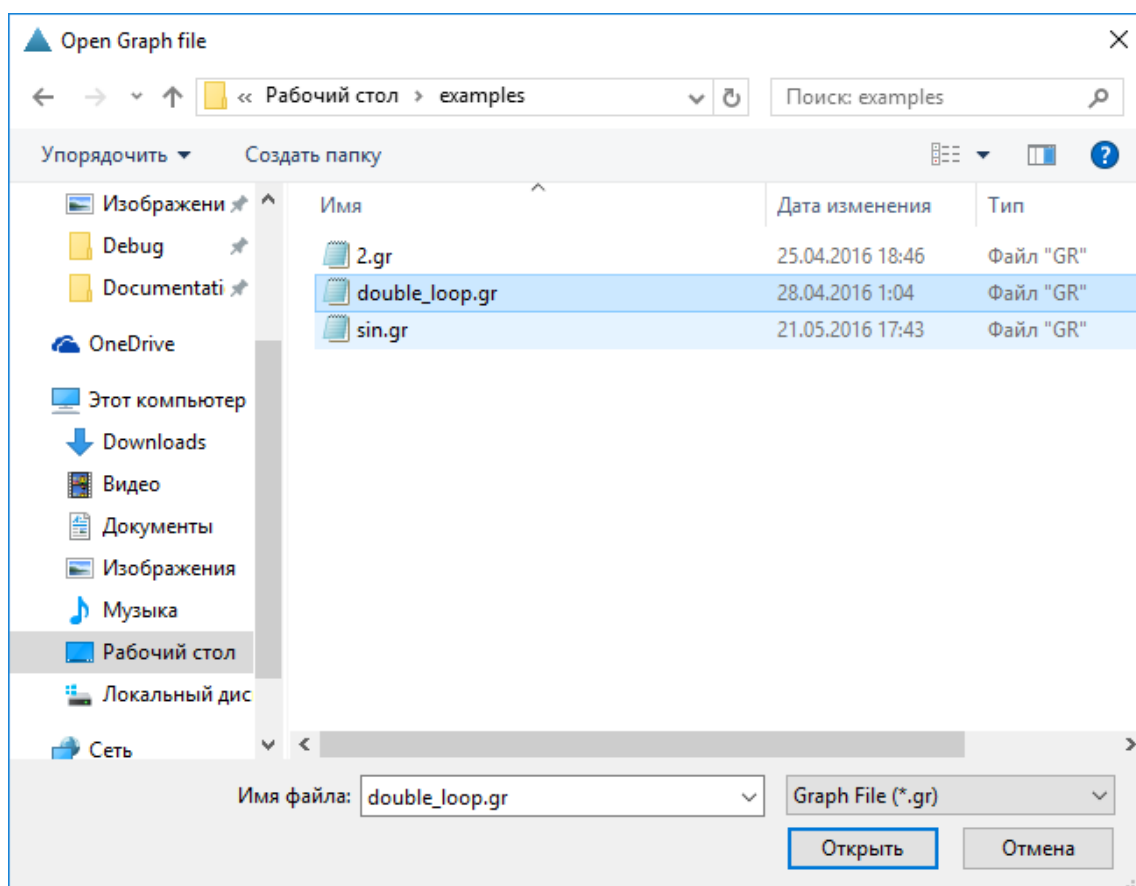


Рисунок 10.

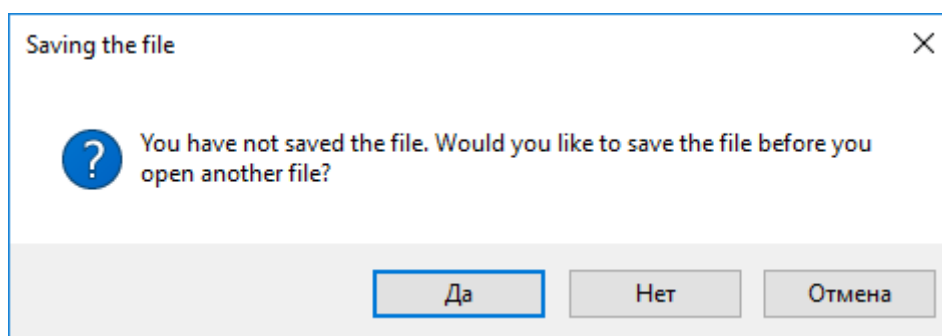


Рисунок 11.

Кнопка “PNG Export” позволяет сохранить визуальное представление открытого графа в файл изображения формата PNG. После нажатия на кнопку пользователю будет предложено выбрать путь для экспортирования изображения. Сохранённое изображение будет содержать в себе изображение рабочей области на момент нажатия кнопки.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

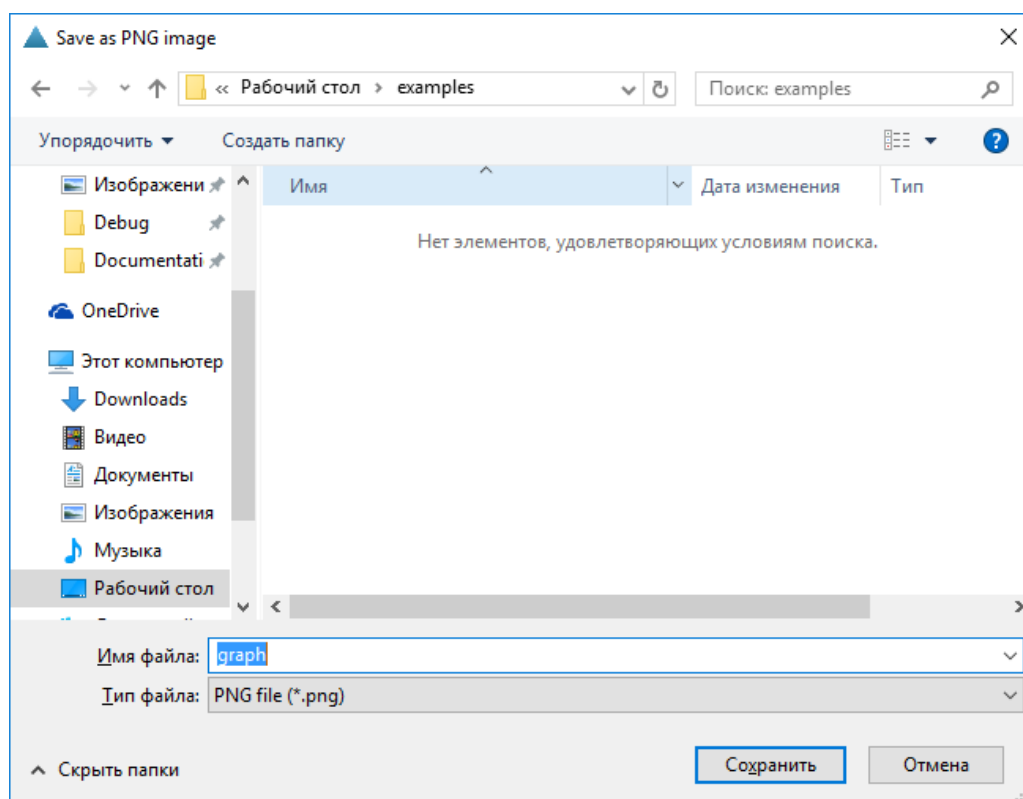


Рисунок 12.

При закрытии приложения, если внесённые в граф изменения не были сохранены, пользователю будет предложено сделать это.

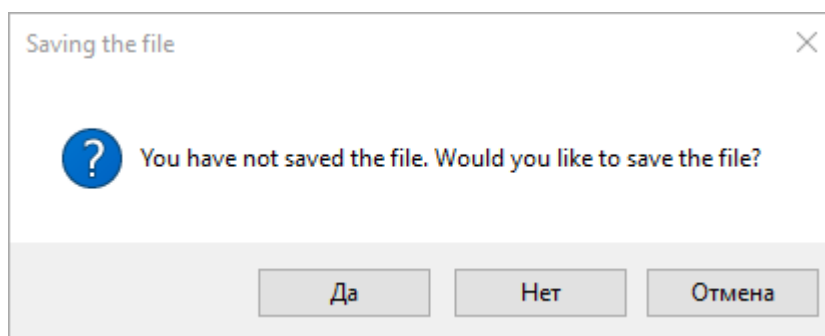


Рисунок 13.

### 3.4. Параметры программы

Кнопка “Settings” позволяет получить доступ к окну настроек:

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

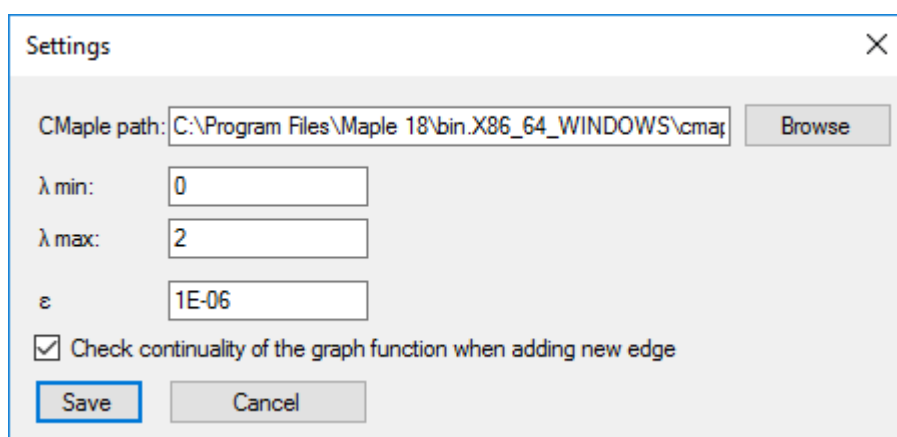


Рисунок 14.

Окно настроек позволяет устанавливать следующие параметры:

1. Путь к интерпретатору Maple. Его можно установить, введя прямой путь к исполняемому файлу интерпретатора в соответствующее поле ввода “CMaple path” или нажав кнопку “Browse” и указав исполняемый файл в открывшемся диалоговом окне. Обычно данный файл имеет название `smarple.exe` и располагается в каталоге `bin.X86_64_WINDOWS` – подкаталогом директории установки Maple. Следует различать данный файл, представляющий собой консольный интерпретатор команд Maple, и файл, открывающий графический интерфейс этой системы компьютерной алгебры.

2. Пределы, ограничивающие область выбора параметра  $\lambda$  в соответствующем ползунке в главном окне программы (поля “ $\lambda$  min” и “ $\lambda$  max” для нижнего и верхнего пределов соответственно). Пределы должны представлять собой действительные числа, причём верхний предел должен быть строго больше нижнего.

3. Точность (погрешность) сравнения (поле “ $\epsilon$ ”) – действительное положительное число. При проверке чисел (например, получающихся при подстановке аргументов в функции) на равенство в системе Maple под равенством

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения



будет подразумеваться, что модуль разности данных чисел меньше заданной погрешности.

4. Флажок “Check continuity of the graph function when adding new edge”, позволяющий включить (флажок установлен) или отключить (флажок снят) возможность проверки функции на графе на непрерывность при добавлении нового ребра.

После внесения изменения в настройки необходимо нажать кнопку “Save”, чтобы изменения вступили в силу. Для выхода из диалога редактирования настроек необходимо нажать кнопку “Cancel”. При введении некорректных параметров в какие-либо поля будет отображено соответствующее информационное сообщение.

### 3.5. Дополнительные элементы интерфейса

В нижней части основного окна (см. рис. 1) приложения расположены вспомогательные элементы – ползунок, позволяющий изменять значение параметра  $\lambda$  в пределах, определяемых в настройках, а также поля, позволяющие ввести или выбрать с помощью стрелочек размер рабочей области в пикселях. Рабочая область не может иметь размер меньший, чем 794 пикселя в ширину и 352 пикселя в высоту. Также в нижней части приложения отображается информация о том, сохранён ли открытый в данный момент файл или нет.

### 3.6. Использование горячих клавиш при работе с программой

Для удобства работы с приложением предусмотрена поддержка следующих комбинаций клавиш:

1. Ctrl+E: вызов диалога добавления ребра на граф
2. Ctrl+S: сохранить файл
3. Ctrl+O: открыть файл
4. Ctrl+V: открыть диалог удаления вершины

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

5. Ctrl+R: открыть диалог удаления ребра.

Данные комбинации клавиш также указаны в нижней части главного окна программы.

### 3.7. Построение правил квантования

Кнопка “Run” служит для запуска процесса построения правил квантования для открытого в настоящее время графа. Процесс может быть запущен только тогда, когда граф содержит хотя бы одно ребро, функция на нём непрерывна, и граф является слабо-связным. При нажатии кнопки граф проверяется на соответствие этим условиям, и в случае несоответствия процесс прерывается с отображением соответствующего сообщения. Если изменения, внесённые в граф до нажатия кнопки, не были сохранены в файл, пользователю будет предложено сделать это (граф может измениться в процессе построения правил квантования, и эти изменения могут быть утеряны). В случае, если граф соответствует всем условиям, в заголовке окна программы появляется надпись “(Working)”, означающая, что процесс построения правил квантования начался. Он может занять некоторое время в зависимости от конфигурации и размера графа, а также от аппаратных характеристик компьютера. После завершения процесса отобразится диалоговое окно, позволяющее выбрать текстовый файл формата .txt для сохранения построенных правил. Если в процессе построения правил возникли ошибки, связанные с внутренними ошибками системы Maple и препятствующие корректному завершению процесса, на экран будет выведено информационное сообщение с деталями ошибки.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

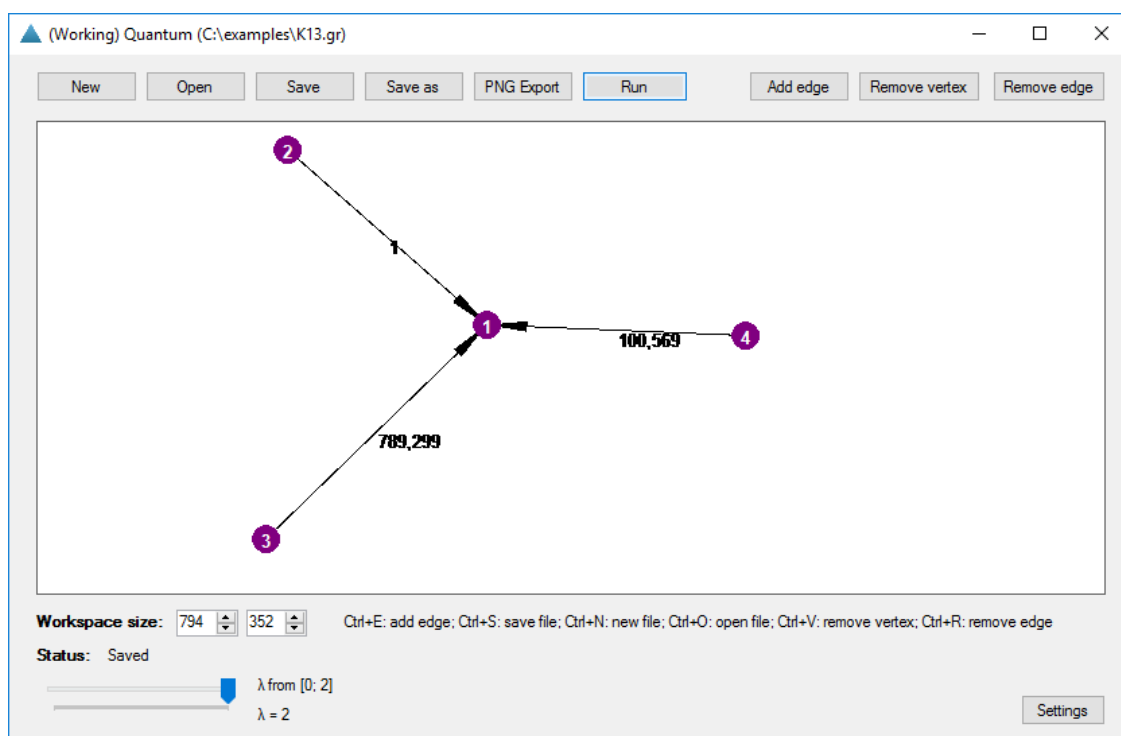


Рисунок 15.

Выходной текстовый файл будет содержать правила квантования для каждой из компонент связности (подразумеваются компоненты связности изменённого в ходе работы алгоритма графа). Для каждой компоненты связности в файл включается натуральный вид правила квантования и общий вид правил, если для данной компоненты связности выполняется неравенство  $2E-k < 10$ , где  $E$  – количество ребёр в компоненте,  $k$  – число висячих вершин. Натуральный вид представляет собой частный случай обычного вида правил (более подробное представление дают Приложение 1 и статья [1]). Также в выходном файле содержатся вычисленные значения параметров  $\phi$  (определение дано в Приложении 1).

### 3.8. Выход из программы

Выйти из программы можно, нажав кнопку в виде крестика в правом верхнем углу окна программы. Если редактируемый в это время граф не был сохранен, или в

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

нѐм были внесены изменены, пользователю будет предложено сделать это перед  
ВЫХОДОМ.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

## 4. СООБЩЕНИЯ ОПЕРАТОРУ

### 4.1. Информационные сообщения

Информационное сообщение о том, что функция на графе является или не является непрерывной – появляется при проверке функции на непрерывность при открытии файла:

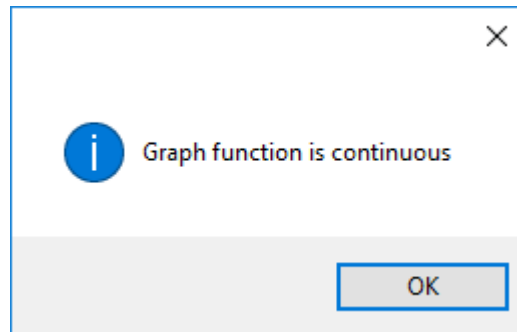


Рисунок 16.

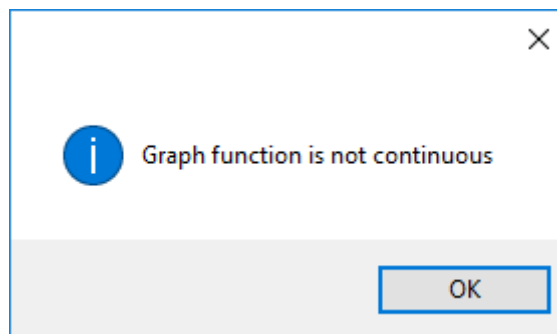


Рисунок 17.

Информационное сообщение о том, что функция на графе не является непрерывной – появляется при запуске процесса квантования графа, если заданная на нём функция не является непрерывной (см. рис. 17).

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Информационное сообщение о том, что граф не является слабо-связным - появляется при запуске процесса квантования графа, если он не является слабо-связным:

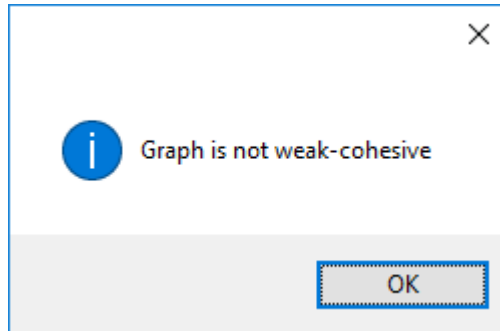


Рисунок 18.

Информационное сообщение об отсутствии вершин на графе – появляется при попытке добавить ребра на пустой граф:

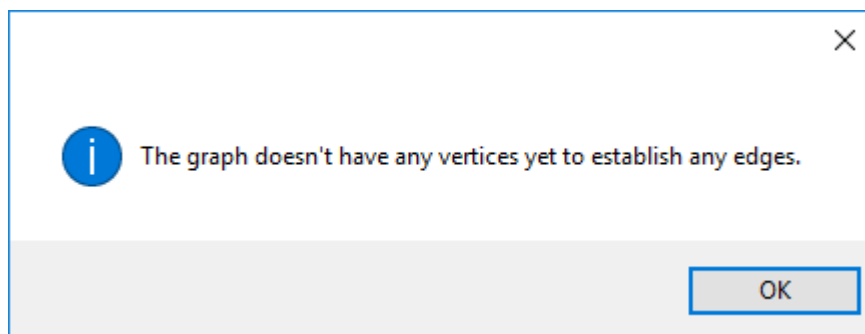


Рисунок 19.

Информационное сообщение об отсутствии вершин на графе – появляется при попытке открыть диалог удаления вершины:

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

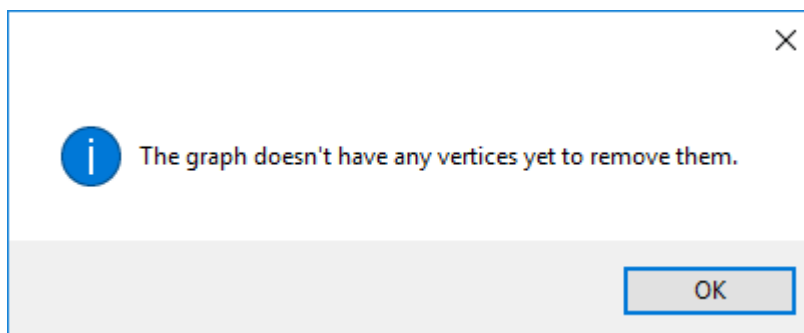


Рисунок 20.

Информационное сообщение об отсутствии рёбер на графе – появляется при попытке открыть диалог удаления ребра:

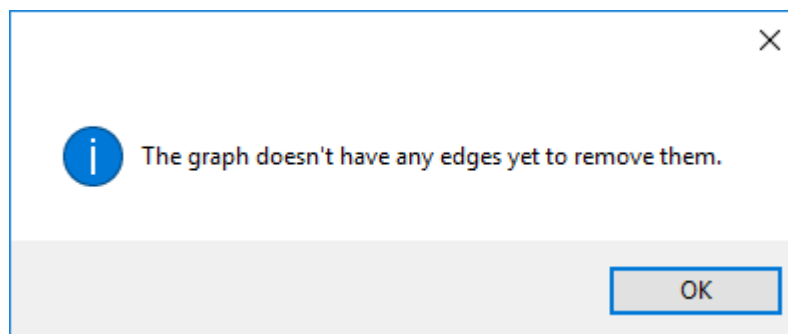


Рисунок 21.

Информационное сообщение, появляющееся при попытке добавить ребро, нарушающее непрерывность функции на графе – отображается при попытке добавить такое ребро на граф (ребро при этом не добавляется):

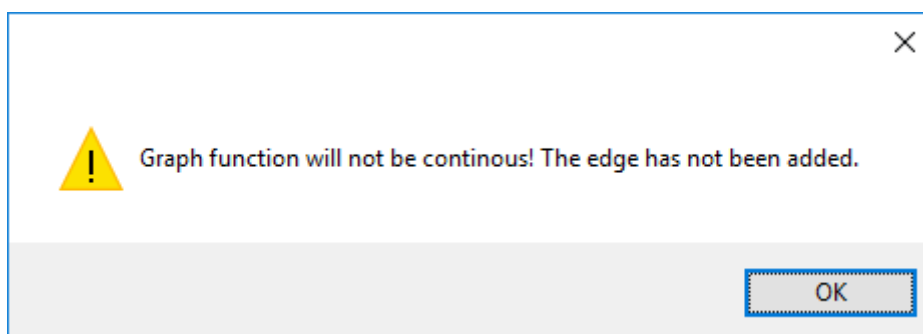


Рисунок 22.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Информационные сообщения о некорректно введённых данных – появляются при попытке передать некорректные параметры в диалоге добавления ребра:

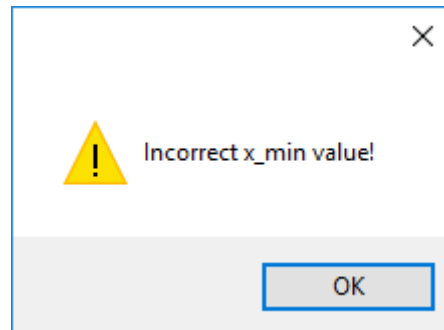


Рисунок 23.

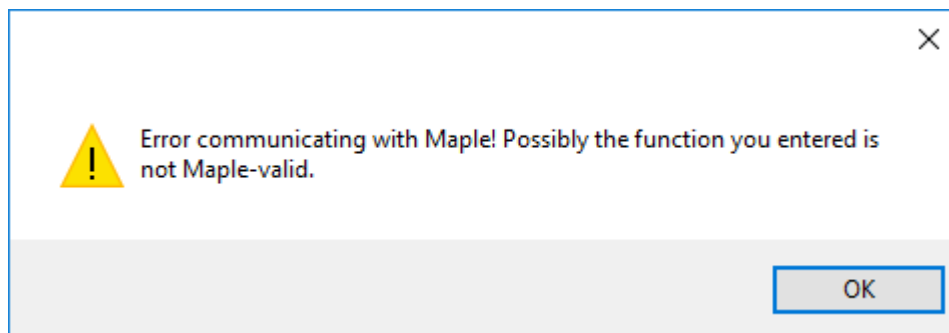
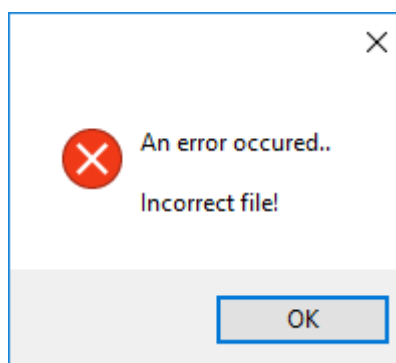


Рисунок 24.

## 4.2. Сообщения об ошибках

Сообщение об ошибке, связанной с некорректностью данных – появляется при открытии файла с некорректным описанием графа и выглядит следующим образом:



Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения



Рисунок 25.

Сообщение об ошибке экспортирования визуального представления графа в PNG-изображение или сохранения графа в файл:

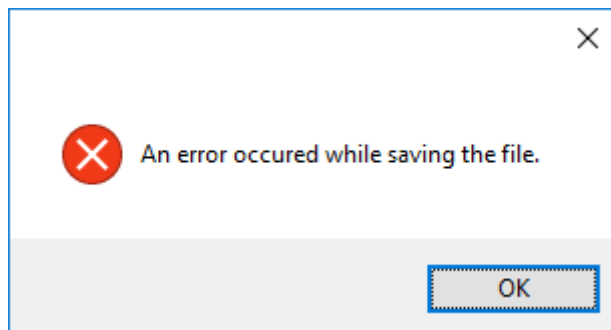


Рисунок 26.

Сообщение о некорректном пути к Maple – возникает при попытке доступа к функциям программы, требующим работу с интерпретатором Maple, и отсутствием заданного пути (или неправильно указанном файле) к нему в настройках приложения.

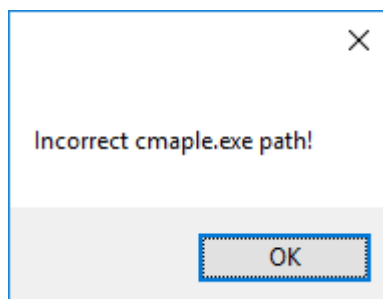


Рисунок 27.

Сообщение, возникающее при ошибке сохранения настроек в файл:

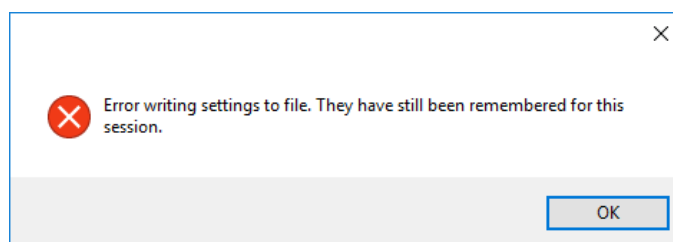


Рисунок 28.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Сообщение, возникающее при возникновении внутренних ошибок интерпретатора Maple (в нём также отображается команда Maple, при выполнении которой возникла ошибка):

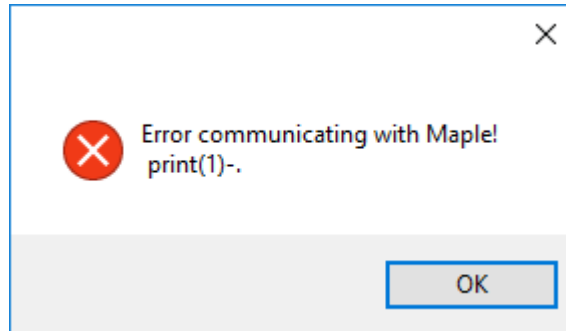


Рисунок 29.

Сообщение, возникающее при возникновении неизвестной ошибки, мешающей дальнейшей стабильной работе программы:

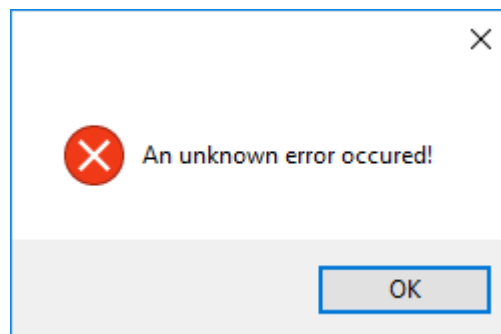


Рисунок 30.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

## 9. ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Используемые понятия и определения

Граф (могут использоваться также понятия метрический граф, геометрический граф) – совокупность множества вершин  $V$  и множества рёбер  $E$ . Ребра имеют направления и представляют собой отрезки регулярных кривых. Ребро соединяет две вершины, и направление указывает, какая из них является начальной, а какая – конечной. Каждое ребро имеет длину, выражаемую положительным числом. Не исключаются петли – ребра, для которых начальная и конечная вершины совпадают. Не исключаются кратные рёбра – рёбра, соединяющие одни и те же пары вершин. Рассматриваются только конечные графы, то есть графы с конечным числом рёбер и вершин.

Инцидентность. Ребро  $e$  и вершина  $v$  называются инцидентными, если начальная или конечная вершина ребра  $e$  есть вершина  $v$ .

Соседние с вершиной рёбра – множество рёбер, для которых начальная или конечная вершина совпадает с некоторой наперёд заданной вершиной.

Слабая связность графа. Граф называется слабо-связным, если для любых двух его вершин существует конечная последовательность рёбер, ведущая из первой вершины во вторую, при условии, что по каждому ребру можно двигаться в любом направлении.

Подграф – граф, состоящий из подмножества вершин данного графа и рёбер, соединяющих их.

Компонента связности – максимальный по числу вершин подграф графа, являющийся слабо-связным.

Степень вершины – совокупное количество входящих и выходящих из вершины рёбер (петля считается за два ребра).

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Висячая вершина – вершина степени один.

Функция на ребре (может использоваться также понятие потенциала) – непрерывное отображение, ставящее в соответствие каждой точке графа действительное число. Обычно обозначается  $V(x)$ . В данной работе задание функции производится кусочно: на каждом ребре  $j$  задаётся действительнзначная функция  $V_j(x)$ , определённая на некотором интервале, принадлежащем действительной оси. Тогда значения функции для точек, лежащих на данном ребре, находятся как значения соответствующей функции  $V_j(x)$ . Требуется, чтобы все функции  $V_j(x)$  были гладкими на рёбрах (гладкая функция – функция, имеющая непрерывную производную на области определения). Непрерывность функции на графе в целом в данном случае означает, в дополнение к наложенному условию гладкости функций на рёбрах, то, что если какой-либо вершине инцидентно несколько рёбер, то значения соответствующих этим рёбрам функций  $V_j(x)$  в точках, соответствующих этой вершине, совпадают.

Правила квантования для метрических графов – правила, позволяющие находить собственные значения оператора Шрёдингера, определённого на графе. Они представляют собой аналоги правил квантования Бора-Зоммерфельда (применяемые в квантовой механике для нахождения квазиклассических спектральных серий), представляющие собой равенство некоторых выражений (чаще всего это некоторые интегралы), зависящих от искомым собственным значений, целым неотрицательным числам. Алгоритм построения правил квантования для метрических графов описан в статье [1]. Данная работа представляет собой себя программную реализацию этого алгоритма.

Условие трансмиссии – условие равенства нулю линейной комбинации производных функций на рёбрах, примыкающих к заданной вершине, в этой вершине.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

Условия Кирхгофа. Условия трансмиссии представляют собой условия Кирхгофа, если коэффициенты в условиях трансмиссии имеют положительный знак для выходящих из вершин рёбер, и отрицательный для входящих рёбер.

Условия трансмиссии назовём натуральными, если они имеют вид Кирхгофа, причём все коэффициенты в них равны по модулю. Если условия трансмиссии являются натуральными, рассматриваемый дифференциальный оператор на графе является самосопряжённым.

Параметр  $\phi$  – параметр, определяемый для ребра как  $\phi_j = \frac{1}{h} \int_a^b \sqrt{\lambda - V_j(x)} dx$  – здесь интеграл берётся по ребру, а  $h$  – параметр, пропорциональный постоянной Планка, формальная константа без определяемого в программе численного значения.

## Приложение 2. Список используемой литературы

1. В. Л. Чернышев Квазиклассический спектр оператора Шрёдингера на геометрическом графе / В. Л. Чернышев, А. И. Шафаревич // Матем. заметки, 82:4 (2007), 606–620.
2. Системные требования ОС Windows 7. [Электронный ресурс] // URL: <http://windows.microsoft.com/systemrequirements?4bcfd458> (Дата обращения: 15.05.2016, режим доступа: свободный).
3. Maple 2015 Installation and Licensing Guide. [Электронный ресурс] // URL: [http://www.maplesoft.com/support/install/maple2015\\_install.html#MapleInstallGuide\\_SysReq](http://www.maplesoft.com/support/install/maple2015_install.html#MapleInstallGuide_SysReq) (Дата обращения: 15.05.2016, режим доступа: свободный).
4. Единая система программной документации – М.: ИПК Издательство стандартов, 2000.

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения

[illegible]

Номер изменения	Подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения