

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

УДК: 004.8, 004.9, 519.8, 330.4

№ госрегистрации: АААА-А17-117062360018-1-

Инв.№:

УТВЕРЖДАЮ
Проректор НИУ ВШЭ,
к.э.н.

М.М. Юдкевич

«__» _____ 2017 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
АНАЛИЗ, ВЫБОР И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ
В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ, ПОЛИТИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ СФЕРАХ:
НОВЫЕ МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ

(заключительный)

Шифр: ТЗ-72

Руководители темы:

зав. МНУЛ анализа и выбора решений,
д.техн.н.

Ф.Т. Алескеров

гл.н.с. МНУЛ анализа и выбора решений, д.н., PhD

Э. Маскин

Москва 2017

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Соруководители темы:

Зав. лабораторией, д.т.н., рук. деп., проф.	_____	Ф.Т. Алескеров	(введение, заключение)
Гл. научн. сотр., PhD	_____	Э. Маскин	(пункты 1.2.1-1.2.3)

Исполнители темы:

Вед. науч. сотр., д.т.н., проф.	_____	А.С. Беленький	(пункты 1.2.5, 1.2.6, 1.3.1, 1.3.2)
Ст.-исследователь	_____	Ю.А. Веселова	(пункт 2.5.1)
Ст.-исследователь	_____	С.С. Демин	(пункты 4.2.1, 4.2.2)
Науч. сотр., доцент, PhD	_____	Э. Доган	(пункт 1.2.4)
Мл. науч. сотр., к.ф.-м.н., доцент	_____	Л.Г. Егорова	(подраздел 3.3)
Ст.-исследователь, аспирант	_____	М.Д. Ермолова	(подраздел 3.2)
Ст.-исследователь	_____	А.А. Иванов	(пункты 2.5.3 – 2.5.4)
Ст. науч. сотр., к.э.н., доцент	_____	Д.С. Карабекян	(пункт 2.5.2)
Ст. науч. сотр., к.э.н., доцент	_____	А.В. Карпов	(подраздел 2.4)
Ст.-исследователь	_____	А.И. Крецу	(список используемых источников)
Ст.-исследователь, аспирант	_____	М.С. Курапова	(подразделы 5.1, 5.3)
Вед. науч. сотр., д.ф.-м.н., проф.	_____	А.А. Лазарев	(пункты 1.3.3 – 1.3.5)
Зам. зав. лаб., д.ф.-м.н., проф.	_____	А.Е. Лепский	(пункты 3.4.1 – 3.4.4)
Ст.-исследователь, аспирант	_____	Т.А. Ломоносов	(пункты 3.4.5, 3.4.6)
Ст.-исследователь, студент	_____	Н.Г. Мещерякова	(подраздел 4.3)
Вед. науч. сотр., д.т.н., проф.	_____	Б.Г. Миркин	(пункты 4.5.3 – 4.5.5)

Ст. науч. сотр., к.т.н., доцент _____	А.Л. Мячин	(пункты 4.5.1, 4.5.2)
Ст.-исследователь, аспирант _____	А.А. Никитина	(пункт 3.1.1)
Ст.-исследователь _____	В.В. Олейник	(пункты 5.2.1, 5.2.2)
Ст. науч. сотр., к.э.н., доцент _____	Г.И. Пеникас	(пункты 3.1.2, 3.1.3)
Вед. науч. сотр., д.т.н., проф. _____	В.В. Подиновский	(пункты 2.1.1 – 2.1.5, 2.2.1, 2.2.2)
Ст.-исследователь, студент _____	А.Н. Резяпова	(подраздел 4.1)
Эксперт, к.т.н., ст. науч. сотр. _____	А.А. Рубчинский	(пункты 4.6.1, 4.6.2)
Ст.-исследователь _____	А.Э. Рявина	(пункты 5.2.3, 5.2.4)
Ст. науч. сотр., к.ф.-м.н., доц. _____	К.С. Сорокин	(пункты 2.2.3 – 2.2.4)
Ст. науч. сотр., к.ф.-м.н., доц. _____	А.Н. Субочев	(подраздел 2.3)
Ст.-исследователь, аспирант _____	Д.Н. Тверской	(пункты 2.1.6 – 2.1.8)
Ст.-исследователь, аспирант _____	Г.Г. Федин	(подраздел 1.1)
Ст.-исследователь, аспирант _____	Д.С. Фролов	(пункты 4.6.3, 4.6.4)
Мл. науч. сотр., аспирант _____	С.В. Швыдун	(подраздел 4.4)
Ведущий эксперт, к.т.н. _____	В.И. Якуба	(пункты 4.2.3, 4.2.4)

РЕФЕРАТ

Отчет 256 с., 1 ч., 43 рис., 23 табл., 306 источников, 1 прил.

ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ, ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЫБОРА, ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ТЕОРИЯ ИГР, СЕТЕВОЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ, ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДОВЕРИЯ

Объектами исследования проекта были модели и методы многокритериального принятия решений, оптимизационного моделирования, теории коллективного выбора, теории игр, теории функций доверия, сетевого и кластерного анализа данных, модели в социально-экономических, финансовых и политических системах.

Цель работы – решение ряда задач оптимизационного моделирования, многокритериального принятия решений, теории коллективного выбора, анализа данных и прогнозирования, а также применение разработанных моделей и методов в прикладных задачах в области социально-экономического анализа, политологии, в финансовой и банковской сферах.

В частности, целями исследований были:

- задача размещения транспортных узлов с подъездными путями в некоторой региональной транспортной системе;
- задача инвестирования в проект по строительству заводов по переработке твердых бытовых отходов в биомассу, используемую как топливо в системах электроснабжения и отопления;
- модель оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях;
- модели предпочтений с помощью функций ценности;
- задача анализа чувствительности многокритериального выбора к изменению оценок параметрической важности критериев;
- функции коллективного выбора, основанные на принципе устойчивости;

- индексы поляризованности мнений и разнородности предпочтений в группе;
- коалиционное манипулирование при неполной информации;
- задача оценивания достаточности капитала банка в рамках требований Базельского комитета;
- модель вероятности дефолта судоходных компаний;
- модель анализа финансовых показателей с помощью процессов Хоукса с целью выявления кризисов на фондовом рынке и предупреждения их появления;
- агрегирование рекомендаций финансовых аналитиков в рамках теории функций доверия;
- сетевая модель международной миграции;
- регрессионная модель численности международных мигрантов по странам;
- модели распределения конфликтных зон Арктического региона;
- модели распространения нефтепродуктов в море при техногенных авариях;
- сетевая модель международной торговли;
- применение ранее разработанных методов анализа паттернов для расчета индексов неоднородности инновационного развития с использованием данных Глобального индекса инноваций;
- методы анализа структурной сложности и их применение к анализу данных фондового рынка в задаче прогнозирования кризисных периодов;
- модели полярности в международной системе.

Методологической основой исследований в проекте были теория многокритериального принятия решений, теория игр и оптимизационное моделирование, теория коллективного и индивидуального выбора, интеллектуальный, статистический и сетевой анализ данных. Основными методами исследований были методы статистического, сетевого и кластерного анализа дан-

ных, методы оптимизации, методы теории вероятностей, методы теории функций доверия и др.

Ряд исследований выполнен с помощью вычислительных средств и с использованием прикладного (лицензионного или свободного) программного обеспечения. Некоторые исследования потребовали разработки комплексов программ. Для прикладных исследований использовались интернет-данные и открытые базы данных из различных источников.

В результате выполнения проекта получены следующие новые теоретические и прикладные результаты:

- в рамках решения задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями в некоторой региональной транспортной системе представлена классификация моделей используемых при решении подобных задач; предложена математическая модель, учитывающая наличие существующей транспортной системы региона; на основе представленной модели сформулированы оптимизационная (в случае известных цен на транспортировку и строительство) и робастная задачи (точные значения цен не известны); обе задачи протестированы на данных о транспортной системе части России;
- представлены результаты по модификации разработанной в 2016 году математической модели и на основе этой модификации сформулирована задача об оценке: а) требуемого объема инвестирования в проект по строительству заводов по переработке твердых бытовых отходов в биомассу, используемую как топливо в системах электроснабжения и отопления; б) начальных цен двух контрактов на строительство заводов по переработке отходов в топливную биомассу в рамках концессионного соглашения между частными инвесторами и городскими властями в виде игры трех лиц; доказана возможность отыскания точек равновесия Нэша этой игры из решения трех вспомогательных задач линейного программирования;
- разработана математическая модель и сформулирована оптимизационная задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях при линейных ограниче-

- ниях; доказано, что оптимальное решение этой задачи может быть найдено из решения вспомогательной задачи смешанного математического программирования;
- в рамках моделирования предпочтений при помощи функций ценности выделен и исследован новый интересный для приложений специальный вид функций, представляющих отношения полного порядка на конечных множествах – реперные функции; рассмотрены реперные функции полезности и реперные функции вредности;
 - предложена постановка задачи анализа чувствительности многокритериального выбора к изменению оценок параметрической важности критериев и, в частности, к изменению интервалов неопределенности замещений критериев; предложен общий метод проведения такого анализа для отдельных недоминируемых альтернатив и для множества альтернатив в целом;
 - в рамках сравнительного исследования функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений, проведено исследование функций коллективного выбора, основанных на принципе устойчивости; для этих решений установлены некоторые свойства и их теоретико-множественные соотношения; установлены некоторые свойства процедур построения агрегированных ранжирований, основанных на рассмотренных правилах;
 - исследованы индексы поляризованности мнений и разнородности предпочтений в группе; проведено сравнение существующих подходов к измерению разнообразия и выделены аксиоматические свойства индексов; построены новые аксиоматически обоснованные индексы измерения поляризованности и разнообразия предпочтений;
 - в рамках исследования коалиционного манипулирования при неполной информации показано, что: а) для правил подсчета очков вероятность коалиционного манипулирования равна вероятности индивидуального манипулирования при публичной информации о победителях голосования; б) коалиционное манипулирование при неполной информации всегда безопасно

- для правила относительного большинства и правила вето и может быть небезопасно для правила Борда; проведена серия экспериментов для вычисления оценок вероятностей коалиционного манипулирования при неполной информации;
- на основе 24 200 гипотетических портфелей, отличающихся уровнем риска, рассчитан мультипликатор риск-веса, корректирующий требования Базельского комитета для покрытия рисков, возникающих вследствие концентрации портфеля и корреляции вероятности дефолта (PD) и доли потерь при дефолте (LGD);
 - построена модель вероятности дефолта методом бинарной и категориальной логистической регрессии на выборке из 192 судоходных компаний 36 стран за период с 2001 по 2016;
 - предложена модель анализа финансовых показателей с помощью процессов Хоукса с целью выявления кризисов на фондовом рынке и предупреждения их появления; модель протестирована на данных фондового индекса S&P500 и валютной пары USD/RUB;
 - исследовано агрегирование рекомендаций финансовых аналитиков в рамках теории функций доверия на примере российского фондового рынка; показано, что правила комбинирования, которые широко развиты в теории функций доверия, позволяют агрегировать рекомендации аналитиков с учетом исторической надежности источников информации, характера принимаемых решений (пессимистичность-оптимистичность), конфликта между прогнозами и рекомендациями и т.д.; показано, что полученные агрегированные прогнозы в большинстве случаев оказываются точнее консенсус-прогнозов;
 - в рамках анализа международной миграции разработана сетевая модель и проанализированы индексы центральности; исследована взаимосвязь численности международных мигрантов по странам и социально-

- экономических показателей стран (ВВП, уровень образования, интенсивность конфликтов);
- предложены новые модели распределения конфликтных зон между заинтересованными участниками, которая была апробирована для Арктического региона; проведен анализ потенциальных конфликтных зон в Баренцевом море и их сравнение с распределением, предложенным в международных договорах;
 - изучены модели распространения нефтепродуктов в море, с помощью которых будет возможно прогнозировать данный процесс; построена динамическая модель распространения нефти в море с учётом различных природных факторов на основе предлагаемых нами моделей; разработан вычислительный комплекс, позволяющий визуализировать процесс распространения нефти во времени;
 - в рамках анализа сети продовольствия проанализированы сети международной торговли; выявлены страны, имеющие наибольшее влияние на других участников сети по каждой категории продуктов; исследовано изменение со временем ключевых стран в сетях продовольствия;
 - на основе предложенных ранее двух новых методов анализа паттернов разработаны численные методы расчета индексов неоднородности инновационного развития с использованием данных Глобального индекса инноваций;
 - в рамках разработки методов анализа структурной сложности рассмотрены и исследованы новые модификации алгоритма анализа структурной сложности графа, основанные на нормализованном значении энтропии; эта модификация позволила ускорить и увеличить точность вычисления сложности данных фондового рынка в задаче прогнозирования кризисных периодов;

– исследованы подходы к операционализации полярности в международных исследованиях и изучена связь полярности с вероятностью возникновения конфликтов.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	15
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	25
1 Исследование оптимизационных моделей и механизмов	25
1.1 Задача размещения транспортных узлов с подъездными путями в региональной транспортной системе	25
1.1.1 Вводные замечания к постановке задачи размещения транспортных узлов	26
1.1.2 Модель задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями, базирующаяся на модели Hub Median Location	27
1.1.3 Некоторые выводы	32
1.2 Задача оптимизации переработки твердых бытовых отходов (ТБО) крупных городов	34
1.2.1 Современное состояние решаемых проблем	34
1.2.2 Актуальность и новизна темы исследования	35
1.2.3 Описательная постановка задачи оптимизации переработки ТБО	37
1.2.4 Система поддержки принятия решений по управлению оптимизацией переработки ТБО	38
1.2.5 Содержательная постановка задачи оптимизации переработки ТБО	40
1.2.6 Некоторые выводы	42
1.3 Задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях	44
1.3.1 Современное состояние решаемых проблем	44
1.3.2 Актуальность и новизна темы исследования	45
1.3.3 Описательная постановка задачи	46
1.3.4 Математические модели оценки объема инвестиций	48
1.3.5 Некоторые выводы	51
2 Исследование моделей коллективного и многокритериального выбора	52
2.1 Моделирование предпочтений при помощи реперных функций ценности и вредности	52
2.1.1 Введение	52
2.1.2 Реперные функции	55
2.1.3 Реперные функции в многокритериальных задачах	56
2.1.4 Реперные функции при лексиминном отношении превосходства в полезности	57
2.1.5 Реперные функции при лексимаксном отношении превосходства во вредности	60
2.1.6 Реперные функции в задачах с критериями разной важности	62
2.1.7 Реперные функции в задачах с иерархической критериальной структурой	63
2.1.8 Некоторые выводы	65
2.2 Анализ чувствительности многокритериального выбора	66
2.2.1 Введение в анализ чувствительности	66

2.2.2	Сведения из теории параметрической важности критериев.....	67
2.2.3	Метод анализа чувствительности многокритериального выбора	69
2.2.4	Некоторые выводы.....	73
2.3	Сравнительное исследование функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений	74
2.3.1	Модель коллективного выбора, зависящего от коллективных предпочтений.....	74
2.3.2	Характеристические теоремы	77
2.3.3	Аксиомы функций выбора	80
2.3.4	Возможность имплементации.....	82
2.3.5	Некоторые выводы.....	84
2.4	Задача оценки степени разнообразия предпочтений в группе	84
2.4.1	Постановка задачи и обзор работ	84
2.4.2	Описание модели разнообразия предпочтений в группе	86
2.4.3	Индексы измерения разнообразия.....	93
2.4.4	Лексимакс порядка.....	96
2.4.5	Некоторые выводы.....	97
2.5	Исследование коалиционного манипулирования при неполной информации.....	98
2.5.1	Постановка задачи и обзор исследований по коалиционному манипулированию	98
2.5.2	Математическая модель коалиционного манипулирования при данной ФПИ.....	99
2.5.3	Результаты исследования коалиционного манипулирования	105
2.5.4	Некоторые выводы.....	110
3	Анализ моделей в финансовой и банковской сферах	112
3.1	Исследование совместного влияния концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте на достаточность капитала банков	112
3.1.1	Обзор работ по исследованию достаточности капитала банков	112
3.1.2	Результаты исследования совместного влияния концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте на достаточность капитала банков	114
3.1.3	Некоторые выводы.....	116
3.2	Анализ факторов, определяющих вероятность дефолта международных судоходных компаний	117
3.2.1	Актуальность проблемы	117
3.2.2	Анализ факторов	118
3.2.3	Некоторые выводы.....	120
3.3	Применение процессов Хоукса для прогнозирования финансовых рисков	120
3.3.1	Актуальность проблемы и анализ методов решения.....	120
3.3.2	Описание модели и анализ результатов моделирования	122
3.3.3	Некоторые выводы.....	129
3.4	Агрегирования прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков в рамках теории свидетельств	129
3.4.1	Постановка задачи и обзор исследований	129
3.4.2	Основные понятия теории свидетельств	133

3.4.3	Описание данных	138
3.4.4	Методология исследования.....	139
3.4.5	Результаты агрегирования рекомендаций	145
3.4.6	Некоторые выводы.....	148
4	Разработка и применение методов анализа данных и прогнозирования	150
4.1	Исследование миграционных процессов.....	150
4.1.1	Актуальность задачи исследования и анализ методов решений.....	150
4.1.2	Сетевая модель миграции. Описание данных	151
4.1.3	Основные результаты и некоторые выводы	154
4.2	Модели распределения спорных зон в Арктическом регионе	154
4.2.1	Актуальность проблемы и методы решения	154
4.2.2	Ценность ресурсов в Арктическом регионе	156
4.2.3	Распределение спорных зон в Арктическом регионе.....	157
4.2.4	Некоторые выводы.....	161
4.3	Исследование распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций на производстве	162
4.3.1	Актуальность проблемы	162
4.3.2	Описание модели и результаты исследования	163
4.3.3	Некоторые выводы.....	166
4.4	Исследование продовольственной безопасности стран.....	167
4.4.1	Актуальность проблемы и методы исследования.....	167
4.4.2	Методология исследования и анализ результатов.....	168
4.4.3	Некоторые выводы.....	175
4.5	Разработка и применение метода анализа паттернов к анализу инновационной активности стран	176
4.5.1	Методы анализа паттернов.....	177
4.5.2	Обзор новых методов анализа паттернов	179
4.5.3	Применение методов анализа паттернов для оценки неоднородности инновационного развития	181
4.5.4	Расчет инновационных индексов	183
4.5.5	Некоторые выводы.....	192
4.6	Алгоритм дихотомии графа и его применение к анализу фондового рынка.....	192
4.6.1	Актуальность исследования.....	192
4.6.2	Дихотомическая сложность графа.....	193
4.6.3	Анализ фондового рынка	201
4.6.4	Некоторые выводы.....	207
5	Исследование связей между полярностью и отсутствием конфликтов (стабильностью) в политических и социальных системах	208
5.1	Актуальность проблемы.....	208
5.2	Исследование взаимосвязи стабильности международной системы и типа полярности.....	209
5.2.1	Однополярная система наиболее стабильна.....	211
5.2.2	Биполярная система наиболее стабильна	214

5.2.3 Мультиполярная система способствует отсутствию межгосударственных конфликтов	216
5.2.4 Связь между полярностью международной системы и межгосударственными конфликтами отсутствует.....	217
5.3 Некоторые выводы.....	219
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	221
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	225
ПРИЛОЖЕНИЕ А Таблица к подразделу 3.4	254

ВВЕДЕНИЕ

В отчете представлены результаты работы в 2017 году коллектива сотрудников Международной научно-учебной лаборатории анализа и выбора решений НИУ ВШЭ над проектом «Анализ, выбор и принятие решений в социально-экономической, политической и финансовой сферах: новые модели, методы и алгоритмы».

В соответствии с техническим заданием были проведены исследования в следующих научных направлениях:

- исследование оптимизационных моделей и механизмов;
- исследование моделей коллективного и многокритериального выбора;
- анализ моделей в финансовой и банковской сферах;
- разработка и применение методов анализа данных и прогнозирования;
- исследование моделей в политических и социальных системах.

Работа над проектом этого года стала продолжением исследований, проводимых в Международной научно-учебной лаборатории анализа и выбора решений в 2016 г. в ходе работы над проектом «Разработка и исследование новых математических моделей в социально-экономической и политической сферах» [1]. В частности, в 2016 г. были получены следующие новые теоретические и прикладные результаты:

- в рамках исследований по выявлению влияния в сетевых структурах предложено несколько моделей, позволяющих учитывать индивидуальные характеристики каждой вершины сети, их групповое влияние, а также интенсивность ближних и дальних взаимодействий; разработанные модели были апробированы на реальных данных по миграционным потокам и экспорту продовольствия;
- применен сетевой подход с использованием нового индекса влияния (long-range interaction centrality, LRIC), учитывающего не прямые взаимодействия в сети, к анализу военных конфликтов и войн с участием государств;

- разработана модель, основанная на суперпозиции надпороговых процедур, с помощью которой можно оценить вероятность возникновения торнадо; результаты тестирования модели на реальных данных показали более высокую точность модели по сравнению с существующими аналогами;
- предложен новый подход к анализу сложных систем, основанный на построении семейства кластеризаций, чьи свойства позволяют выявить некоторые важные содержательные особенности исходной системы; целесообразность и применимость разработанного подхода проиллюстрированы анализом голосований в Государственной Думе РФ и анализом индексов фондовых рынков;
- разработана математическая модель оптимального комплектования преподавателей ВУЗа для чтения курсов, подготовленных с использованием онлайн материалов, проведены численные расчеты модели на ряде примеров;
- разработаны математическая модель оценки целесообразности инвестирования в развитие сети электроснабжения региона и математическая модель оценки времени окупаемости системы хранения электроэнергии жителями микрорайона города;
- разработана математическая модель для задачи оптимизации системы переработки твердых мусорных отходов, для которой произведены расчеты на модельных промерах;
- исследована проблема дизайна механизма в области регулирования здравоохранения; получено условие, при котором существует возможность имплементировать эффективное решение; показано, что рыночный механизм не позволяет достичь эффективного решения;
- исследована проблема построения оптимального посева в турнире по олимпийской системе; разработана новая система аксиом для данной задачи; создан новый метод (посев равных интервалов) и предложено его аксиоматическое обоснование;

- построена обобщенная модель соревнования типа "Аукцион"; проанализирована сравнительная статика ожидаемого дохода от аукциона в зависимости от распределения типов игроков, в которых изменение данного распределения описывается с помощью различных стохастических порядков; доказана справедливость полученных результатов для широкого класса игр;
- предложен новый подход к формированию согласительных решений в задачах многокритериального выбора, основанный на понятии максимально правдоподобно оптимальной (кратко, мп-оптимальной) альтернативы; исследованы свойства таких альтернатив и указаны подходы к их отысканию;
- проведено сравнение трех наиболее известных рейтингов российских научных журналов по экономике и менеджменту друг с другом и с ранжированиями входящих в них журналов по значениям трех библиометрических показателей; показано, что эти рейтинги коррелируют слабо, а степень их отличия от рейтингов НЭБ/РИНЦ сопоставима со степенью их отличия друг от друга;
- с помощью процедур выбора, основанных на моделировании коллективных предпочтений, построены агрегированные ранжирования 74 лучших российских журналов по экономике и менеджменту; проведен формальный корреляционный анализ этих ранжирований;
- в рамках исследования манипулируемости правил агрегирования предпочтений показано, что для правила относительного большинства неполнота информации не влияет на успех манипулирования, если индекс стимула к манипулированию значительно меньше, чем вероятность манипулирования; разработаны алгоритмы и методы для вычисления коалиционной манипулируемости правил голосования для случаев, когда избиратели в одной коалиции имеют различные предпочтения;
- с помощью индексов попарной согласованности участников выборных органов оценено влияния на принятие политических решений на примере рейхстага Веймарской Германии 1919-1933 гг.; показано, что готовность

- формировать коалиции дает участникам возможность усилить свое влияние на принятие политических решений, в то время как наличие ограничений на формирование коалиций или непопулярная политическая программа не дают в полной мере реализовать это влияние на принятие решений;
- показано, что чем интенсивнее идеологические размежевания в парламенте, тем выше разрыв между влиянием голосующих, зависящим только от доли мест, и реальным влиянием, учитывающим предпочтения по формированию коалиций; и тем важнее при исследовании выборных органов, наряду с институциональными факторами, учитывать внеинституциональные особенности; для рейхстага Веймарской республики реальное влияние могло оказываться более чем в два раза выше, чем прогнозируемое индексом влияния без учета предпочтений, и заметно усиливались к последним созывам;
 - разработан и исследован многомерный индекс поляризованности социальной (политической) системы; этот индекс использован и показал свою эффективность при анализе Государственной Думы РФ (1994 – 2003) и Палаты Представителей США (1879 – 2015);
 - в рамках исследования стандартов Базельского комитета показано, что единое регулирование в банковской сфере может вызвать негативные последствия для экономики, особенно для стран-реципиентов; предложен количественный анализ факторов, которые могут быть использованы при переходе к стандартам Базель III для формирования переходного института с целью учета уровня экономического развития стран;
 - развит сетевой подход к оцениванию системного риска на рынке международных заимствований; предлагаемая методика позволяет определить страны, которые на первый взгляд не имеют высокий уровень системной значимости, но при этом оказывают существенное влияние на стабильность системы в целом;

- исследована модификация математической модели поведения участников биржи при решении задач нахождения наилучшего гарантированного результата трейдера и стратегий взаимодействия трейдера с биржей, в которой реализована возможность торговли трейдером производными финансовыми инструментами (фьючерсами и опционами); доказаны условия существования гарантирующей стратегии для трейдера в антагонистической игре с биржей; приведены иллюстративные примеры решения задач отыскания трейдером наилучшего гарантированного результата торговли на фондовой бирже;
- исследована согласованность рекомендаций инвестбанков о стоимости акций российских компаний в 2012-2014гг. в рамках теории функций доверия с помощью теоретико-игровых методов (индекс Шепли, индекс взаимодействия), методами сетевого анализа, методами анализа нечетких отношений, с помощью иерархической кластеризации.

Некоторые исследования 2017, выполненные в рамках проекта «Анализ, выбор и принятие решений в социально-экономической, политической и финансовой сферах: новые модели, методы и алгоритмы», стали продолжением исследований прошлого года. Здесь, прежде всего, речь идет о задаче оптимизации переработки твердых бытовых отходов крупных городов, об исследованиях некоторых моделей коллективного и многокритериального выбора, об исследованиях коалиционного манипулирования при неполной информации, исследовании миграционных процессов и моделей распределения спорных зон в Арктическом регионе и некоторых других. В тоже время ряд рассмотренных в этом году задач являются новыми (например, задача оценивания степени разнообразия предпочтений в группе, исследование распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций на производстве и др.). Предполагается, что некоторые исследования этого года будут продолжены в дальнейшем.

Методологической основой исследований служат теория многокритериального принятия решений, теория игр и конструирования экономических

механизмов, теория коллективного и индивидуального выбора, интеллектуальный, статистический и сетевой анализ данных. Основными методами исследований являются методы статистического, сетевого и кластерного анализа данных, методы оптимизации, методы теории вероятностей, методы теории функций доверия и др.

Ряд исследований выполнен с помощью вычислительных средств и с использованием прикладного (лицензионного или свободного) программного обеспечения. Некоторые исследования потребовали разработки комплексов программ. Для прикладных исследований использовались интернет-данные и открытые базы данных из различных источников.

Отчет состоит из 5 разделов, соответствующих основным направлениям исследований, и одного приложения.

В первом разделе представлены результаты по исследованию оптимизационных моделей и механизмов. Эти исследования осуществлялись по нескольким направлениям.

В подразделе 1.1 приведены результаты исследования задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями в некоторой региональной транспортной системе. В частности, представлена классификация моделей используемых при решении подобных задач и обзор современных работ, посвящённых этой задаче; предложена математическая модель, учитывающая наличие существующей транспортной системы региона. На основе представленной модели сформулированы оптимизационная (в случае известных цен на транспортировку и строительство) и робастная задачи (точные значения цен не известны). Обе задачи протестированы на данных о транспортной системе части России.

В подразделе 1.2 исследована задача оптимизации переработки твердых бытовых отходов крупных городов. В частности, представлены результаты по модификации разработанной в 2016 году математической модели и на основе этой модификации сформулирована задача об оценке: а) требуемого объема инвестирования в проект по строительству заводов по переработке

этих отходов в биомассу, используемую как топливо в системах электро-снабжения и отопления; б) начальных цен двух контрактов на строительство заводов по переработке отходов в топливную биомассу в рамках концессионного соглашения между частными инвесторами и городскими властями в виде игры трех лиц. Доказана возможность отыскания точек равновесия Нэша этой игры из решения трех вспомогательных задач линейного программирования.

В подразделе 1.3 поставлена и исследована задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях. В частности, показано, что решение оптимизационной задачи необходимого объема инвестиций может быть найдено из решения вспомогательной задачи смешанного математического программирования.

Второй раздел отчета посвящен результатам исследований моделей коллективного и многокритериального выбора. Так в подразделе 2.1 представлены результаты по моделированию предпочтений. В частности, выделен и исследован новый интересный для приложений специальный вид функций, представляющих отношения полного порядка на конечных множествах – реперные функции. Рассмотрены реперные функции полезности и реперные функции вредности, представляющие соответственно бинарные отношения полезности и бинарные отношения вредности на множестве векторных оценок и множестве объектов.

В подразделе 2.2 предложены постановки задачи анализа чувствительности многокритериального выбора к изменению оценок параметрической важности критериев и, в частности, к изменению интервалов неопределенности замещений критериев. Рассмотрен общий метод проведения анализа чувствительности для отдельных недоминируемых альтернатив и для множества альтернатив в целом.

В подразделе 2.3 приводятся результаты сравнительного исследования функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений. В частности, проведено исследование функций коллективного выбора, осно-

ванных на принципе устойчивости: объединения минимальных P -доминирующих множеств, объединения минимальных P -внешнеустойчивых множеств, объединения минимальных R -внешнеустойчивых множеств и объединения минимальных слабо-устойчивых множеств. Для этих решений установлены некоторые свойства и их теоретико-множественные соотношения.

Задача оценки степени разнообразия предпочтений в группах рассматривается в подразделе 2.3. В частности, проведено сравнение существующих подходов к измерению разнообразия и выделены аксиоматические свойства индексов. Построены новые аксиоматически обоснованные индексы измерения поляризованности и разнообразия предпочтений.

Наконец в последнем подразделе 2.4 приведены результаты исследований по коалиционному манипулированию при неполной информации. В частности, показано, что: а) для правил подсчета очков вероятность коалиционного манипулирования равна вероятности индивидуального манипулирования при публичной информации о победителях голосования; б) коалиционное манипулирование при неполной информации всегда безопасно для правила относительного большинства и правила вето и может быть небезопасно для правила Борда. В этом подразделе приведены также результаты экспериментов по вычислению оценок вероятности коалиционного манипулирования при неполной информации.

В третьем разделе отчета приведены результаты анализа некоторых моделей в финансовой и банковской сферах. Так в подразделе 3.1 исследовано совместное влияние концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте (PD-LGD) на достаточность капитала банков. В частности, показано, что Базельский подход недооценил совместное влияние PD-LGD корреляции и концентрации в среднем более, чем в полтора раза.

В подразделе 3.2 проанализированы факторы, влияющие на вероятность дефолта международных судоходных компаний. В частности, построена модель вероятности дефолта методом бинарной и категориальной логистиче-

ской регрессии на выборке из 192 судоходных компаний 36 стран за период с 2001 по 2016.

В подразделе 3.3 рассмотрено применение процессов Хоукса для прогнозирования финансовых рисков. В подразделе приведены результаты тестирования модели на данных фондового индекса S&P500 и валютной пары USD/RUB.

Наконец в подразделе 3.4 исследована возможность агрегирования рекомендаций финансовых аналитиков методами теории свидетельств. Показано, что правила комбинирования, которые широко развиты в теории функций доверия, позволяют агрегировать рекомендации аналитиков с учетом исторической надежности источников информации, характера принимаемых решений (пессимистичность-оптимистичность), конфликта между прогнозами и рекомендациями и т.д.

Четвертый раздел отчета посвящен разработке и применению методов анализа данных и прогнозирования. В подразделе 4.1 приведены исследования международных миграционных потоков методами сетевого анализа данных. В частности, исследована взаимосвязь численности международных мигрантов по странам и социально-экономических показателей стран (ВВП, уровень образования, интенсивность конфликтов).

Подраздел 4.2 посвящен исследованию моделей распределения спорных зон в Арктическом регионе. Эта работа является продолжением ранее начатых исследований. В частности, рассмотрены новые модели распределения конфликтных зон между заинтересованными участниками, проведен анализ потенциальных конфликтных зон в Баренцевом море и их сравнение при изменении ценности ресурсов.

В подразделе 4.3 предложены и исследованы новые модели распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций на производстве. В частности, построена динамическая модель распространения нефти в море с учётом различных природных факторов. Разработан вычисли-

тельный комплекс, позволяющий визуализировать процесс распространения нефти во времени.

Подраздел 4.4 посвящен исследованию продовольственной безопасности стран методами сетевого анализа данных. В частности, выявлены страны, имеющие наибольшее влияние на других участников сети.

В подразделе 4.5 представлены результаты по свойствам новых методов анализа паттернов, на базе которых сформированы численные методы расчета индексов неоднородности инновационного развития с использованием данных Глобального индекса инноваций.

Наконец в подразделе 4.6 приведены результаты дальнейшей работы по разработке методов анализа структурной сложности данных. В частности, рассмотрены и исследованы новые модификации алгоритма анализа структурной сложности графа, основанные на нормализованном значении энтропии. Эта модификация позволила ускорить и увеличить точность вычисления сложности данных фондового рынка в задаче прогнозирования кризисных периодов.

Пятый раздел отчета посвящен исследованию моделей полярности и стабильности в политических и социальных системах. Изучена связь полярности с вероятностью возникновения конфликтов.

В Приложение вынесены дополнительные таблицы отчета.

Все полученные результаты являются новыми. Значимость полученных результатов подтверждена апробациями на международных научных конференциях, семинарах и пр. Большинство из представленных результатов опубликованы или поданы к публикациям.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В ходе выполнения проекта «Анализ, выбор и принятие решений в социально-экономической, политической и финансовой сферах: новые модели, методы и алгоритмы» были проведены исследования в следующих научных направлениях:

- исследование оптимизационных моделей и механизмов;
- исследование моделей коллективного и многокритериального выбора
- анализ моделей в финансовой и банковской сферах;
- разработка и применение методов анализа данных и прогнозирования
- исследование моделей в политических и социальных системах.

1 Исследование оптимизационных моделей и механизмов

В этом разделе отчета приведены результаты исследований некоторых оптимизационных моделей и механизмов. Исследования проводились в следующих направлениях:

- задача размещения транспортных узлов с подъездными путями в региональной транспортной системе;
- задача оптимизации переработки твердых бытовых отходов крупных городов;
- задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях.

1.1 Задача размещения транспортных узлов с подъездными путями в региональной транспортной системе

1.1.1 Вводные замечания к постановке задачи размещения транспортных узлов

Развитие инфраструктуры региональной транспортной системы является одной из приоритетных задач руководства региона. С развитием экономики региона растут грузопотоки, проходящие через его транспортную систему, вследствие чего может наступить момент, когда транспортная система не сможет обслуживать возросшие грузовые потоки. В такой ситуации она превратится в препятствие для развития экономики региона. Задача оптимального размещения новых транспортных узлов и определения, какими подъездными путями они должны обладать является одной из важнейших при рассмотрении вариантов модернизации транспортной системы региона.

Как правило, актуальны следующие предпосылки: 1) в регионе уже существует транспортная система, 2) существует возможность определить множество мест, подходящих для размещения новых транспортных узлов, 3) для каждого элемента транспортной системы можно спрогнозировать спрос на транспортные услуги. При таких предпосылках необходимо оптимальным образом разместить новые транспортные узлы и определить какие виды транспорта они должны обслуживать, то есть какими подъездными путями они должны обладать. Даже при небольшом количестве подходящих для размещения новых транспортных узлов географических точек региона рассматриваемая задача является достаточно сложной для лица принимающего решения (ЛПР), ввиду того, что в рамках размещения новых транспортных узлов необходимо также определить: 1) количество размещаемых транспортных узлов, 2) оптимальные пропускные способности новых транспортных узлов, 3) какими подъездными путями должны обладать новые транспортные узлы, 4) какой должна быть новая оптимальная схема грузоперевозок в регионе, так как добавление новых транспортных узлов меняет структуру грузопотоков в транспортной системе региона.

Для ответа на вышеуказанные вопросы предлагается математическая модель задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями, бази-

рующаяся на модели Hub Median Location. В этом подразделе отчета представлены оптимизационная и робастная постановки задачи. Предложенная робастная постановка позволяет находить оптимальное решение с учетом ряда параметров, о которых известны лишь области их возможных значений.

1.1.2 Модель задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями, базирующаяся на модели Hub Median Location

1.1.2.1 История постановки задачи

Класс математических моделей, который сейчас используется в задачах размещения транспортных узлов, первоначально был предложен для задач размещения различных центров обслуживания. Одной из первых работ, в которой была рассмотрена подобная модель, является [2], где авторы рассматривали задачу размещения больниц, складов, почтовых отделений, фабрик, магазинов и других объектов. Они сформулировали эту задачу в виде задачи целочисленного программирования. Целевая функция в этой задаче отражает сумму расстояний от каждой точки до размещаемых центров обслуживания, с учетом важности этих точек в регионе. Позднее в [3] было доказано, что эта задача является NP-трудной.

Задача размещения центров обслуживания получила название задачи о p -медиане (p -Median Location Problem) из-за своего сходства с задачей нахождения медианы графа. В этой задаче под медианой понимается вершина графа, в которой минимальна взвешенная сумма расстояний между этой вершиной и остальными вершинами графа [4].

В классической постановке p -Median Location Problem необходимо разместить p центров (больниц, полицейских участков, пожарных команд) для обслуживания n пунктов. Предполагается, что центр может быть размещен в любом из пунктов. Также известно расстояние между пунктами d_{ij} и «важность» каждого пункта a_i («важность» может отражать количество людей проживающих в данном пункте). Переменные x_{ij} принимают значение 1, ес-

ли пункт i обслуживается в центре, расположенном в пункте j , и 0 в противном случае. Центр обслуживания считается расположенным в пункте j , если переменная x_{jj} принимает значение 1.

Сформулированная задача имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i d_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1.1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n, \quad (1.2)$$

$$x_{jj} \geq x_{ij}, \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \quad (1.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p, \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n. \quad (1.5)$$

Целевая функция (1.1) представляет собой суммарное расстояние от пунктов до размещенных центров с учетом важности пунктов. Ограничения имеют следующие значения:

(1.2) – каждый пункт прикреплен ровно к одному центру обслуживания;

(1.3) – пункты могут быть прикреплены только к центрам обслуживания, но не к другим пунктам;

(1.4) – должно быть размещено ровно p центров обслуживания;

(1.5) – переменные x_{ij} – булевы.

Позднее сформулированная выше задача стала использоваться применительно к проблеме размещения новых транспортных узлов. В этой ситуации центры обслуживания - это транспортные узлы, а пункты - это клиенты (грузоотправители и грузополучатели).

1.1.2.1 Классификации вариантов постановки задачи

Существует большое количество различных постановок задачи о размещении транспортных узлов, которые могут быть классифицированы по следующим признакам.

1. Тип формализации транспортной системы. Существует два основных типа: дискретная и планарная. В дискретной постановке места для размещения транспортных узлов выбираются из конечного множества точек (см., например, [5, 6, 7]). В непрерывной или планарной постановке транспортные узлы могут быть размещены в любой точке региона (см., например, [8, 9, 10]).

2. Тип целевой функции задачи. Существует два основных типа целевых функций: минимизация максимального расстояния между клиентом и транспортным узлом и минимизация суммы всех расстояний (см., например, [5, 11, 12]). Модели, рассматривающие целевые функции первого типа, обычно имеют в своём названии слово Center, например Hub Center Location Problem (см., например, [6, 13, 14, 15]).

3. Информация о количестве транспортных узлов для размещения. Этот параметр может быть либо экзогенным, либо определяться в процессе решения задачи (см., например, [12, 16]). В случае экзогенного параметра в названии модели присутствует приставка 'p', например, p-Hub Location Problem (см., например, [15, 17, 25]).

4. Тип соединения клиента с транспортным узлом. Существует три типа соединения: единичное (каждый клиент может быть присоединен только к одному транспортному узлу, в названии модели присутствует Single Allocation, например, [18, 19]), ограниченное (каждый клиент может быть присоединен к r транспортным узлам, в названии модели присутствует r -Allocation, например, [20, 21]), множественное (каждый клиент может быть присоединен к нескольким транспортным узлам одновременно, в названии модели присутствует Multiple Allocation, например, [22, 23]).

5. Существование дополнительных условий на тип сети из транспортных узлов. Основные типы следующие: полный граф, звезда (например, [14, 24]), дерево (например, [25]) и линия (например, [26]).

6. Существование ограничений на пропускные способности транспортных узлов или связей клиентов с ними. Типы задач, в которых присутствуют

такие ограничения, имеют в своем названии прилагательное Capacitated (см., например, [6, 16, 19, 23]), если же такие ограничения отсутствуют, то Uncapacitated (см., например, [12, 18, 20, 27]).

7. Наличие пар отправитель-получатель среди клиентов. Задачи, в которых есть такие пары, называют Hub Location Problem (например, [5, 12, 28]); задачи в которых их нет – Hub Median Location Problem (например, [22, 24]).

8. Наличие неизвестных параметров задачи и методы работы с ними. В моделях, в которых присутствуют неизвестные параметры, используют два основных подхода: стохастическая оптимизация (Stochastic, например, [11, 15, 28, 29]) и робастная оптимизация (Robust, например, [16, 12, 22, 30, 31]).

9. Рассмотрение различных видов транспорта. Обычно рассматривается один тип соединения клиентов с транспортными узлами, однако существуют работы, в которых рассматривается несколько типов. Такие модели обычно имеют в своём названии прилагательное Multi-modal или Inter-modal (например, [17, 32]).

10. Наличие условий на обслуживание. Примером ограничений могут быть ограничения на максимально допустимую стоимость (время, дистанцию) перевозки груза для конкретного клиента. Модели с такими ограничениями называют Hub Covering Location Problem (например, [7, 27, 20, 33]). Дополнительную информацию можно найти в обзорных работах [34, 35, 36, 37]. Сейчас в научной литературе активно исследуются как различные варианты постановки задачи размещения транспортных узлов [12, 16, 22, 23], так и методы их решения [20, 27, 38, 39].

1.1.2.3 Особенности предлагаемой модели

Основными отличительными чертами модели, представленной в этой работе, являются: а) учет в ней наличия разных видов транспорта посредством подъездных путей к транспортным узлам; б) возможность выбора пропускной способности для каждого нового транспортного узла; в) возможность отыскания наилучшего гарантированного решения в случае наличия неиз-

вестных параметров. Ниже подробно рассмотрены работы, наиболее близкие к данной.

В [32] авторы рассматривали Multi-modal Capacitated Single Allocation Hub Location Problem. Предложенная ими модель позволяет: а) выбирать для перевозки определенный вид транспорта и тип транспортного средства; б) выбирать пропускную способность транспортных узлов, увеличивая её на определенные величины в случае необходимости. Для решения сформулированной задачи авторы предлагают эвристический алгоритм, который тестируют на примерах (наборы данных Turkish network из 81 и CAB из 25 вершин) и сравнивают с результатами полученными CPLEX. Тестирование показывает, что предложенный эвристический алгоритм находит решение, отличающееся от найденного CPLEX, в среднем, не больше чем на 1%, однако, важно отметить, что CPLEX не смог решить предложенную авторами формулировку задачи для 81 вершины за 10 часов.

В [40] рассматривается Capacitated Single Allocation Hub Location Problem с возможностью выбора пропускных способностей транспортных узлов из заранее заданного множества. Кроме этого, авторы добавляют условие на сбалансированность получившейся транспортной сети, то есть грузопотоки, проходящие через разные транспортные узлы, должны быть примерно одного объема. Предложенная модель была протестирована на примерах размером до 50 вершин. Примеры решались CPLEX, для нескольких примеров время решения превысило 2 часа. Как отмечалось в классификации выше, для работы с неизвестными параметрами существует два основных подхода. В стохастической оптимизации неизвестные параметры представляются в виде случайных величин с известными вероятностными распределениями. При таком подходе, значение целевой функции – это среднее ожидаемое значение. Можно выделить следующие минусы стохастического подхода: а) предположение о существовании и виде вероятностных распределений для неизвестных параметров ничем не обосновывается; б) отыскание параметров этих вероятностных распределений в практических задачах затруднено; в) в

случае моделирования с использованием различных сценариев размер и сложность задачи сильно возрастают; г) найденное среднее значение может отличаться в негативную сторону от реального значения. Ввиду перечисленных недостатков, в данной работе стохастический подход не используется, а применяется робастный подход, при котором, ищется не среднее значение, а наилучший гарантированный результат. Ниже рассмотрены работы также применяющие этот подход.

В [16, 31] применяется робастный подход к задачам Uncapacitated Multiple Allocation Hub Median Problem и Capacitated Multiple Allocation Hub Median Problem с неопределенным спросом на транспортные услуги. Также как и в [30], авторы формулируют задачи минимаксной оптимизации на двух многогранниках и линеаризуют их при помощи перехода к двойственной задаче. Авторы описывают применение метода декомпозиции Бендерса для решения получившихся задач и тестируют предложенную модель и метод решения на примерах до 50 вершин из баз AP и CAB. Робастный подход в [12, 22] отличается от подхода в [16, 31], а именно, авторы [12, 22] допускают случайное изменение значений фиксированного количества параметров, и находят наилучшее решение при наихудшем изменении параметров. Количество параметров, которые могут изменять своё значение, является мерой неопределенности. Такой подход не позволяет моделировать сложные взаимоотношения между значениями параметров.

1.1.3 Некоторые выводы

В работе рассмотрена задача размещения новых транспортных узлов с подъездными путями в географическом регионе с существующей транспортной системой. Такая задача возникает у руководства региона в ситуации, когда существующая транспортная система требует модернизации. Представлена классификация моделей используемых при решении подобных задач и обзор современных работ, посвящённых этой задаче. Для формализации рассматриваемой задачи предложена математическая модель, позволяющая учи-

тивать: а) наличие существующей транспортной системы региона; б) возможность использования различных видов транспорта; в) возможность выбора оптимальных пропускных способностей для новых транспортных узлов.

На основе представленной модели были сформулированы оптимизационная и робастная задачи. Задача в оптимизационной постановке позволяет найти оптимальное размещение новых транспортных узлов и схему грузопотоков в модернизированной транспортной системе в случае известных цен (на транспортировку и строительство). Задача в робастной постановке позволяет найти размещение этих узлов и грузопотоков, обеспечивающие наилучший гарантированный результат в ситуации, когда точные значения цен не известны.

Обе сформулированные задачи были протестированы на данных о транспортной системе части России.

Тестирование показало адекватность получаемых решений и доказало возможность применения представленной модели к крупным транспортным системам.

В качестве дальнейших исследований можно выделить два основных направления. Первое направление связано с усовершенствованием программы для отбрасывания заведомо не используемых связей клиентов с транспортными узлами, такое отбрасывание позволит снизить количество переменных в экземпляре задачи и дополнительно увеличит точность робастного решения. Второе направление связано с рассмотрением целевых функций, отражающих не издержки, но и прибыль региона или транспортных компаний от модернизации транспортной системы.

Результаты этого подраздела отражены в работе [41].

1.2 Задача оптимизации переработки твердых бытовых отходов (ТБО) крупных городов

1.2.1 Современное состояние решаемых проблем

Твердые бытовые отходы (ТБО) – это отходы, которые содержат а) «биомассу, или биогенные (растительные или животные продукты), такие материалы, как бумага, картон, пищевые отходы, вырезки травы, листья, дерево, продукты из кожи, б) горючие материалы, такие как пластмассы и другие синтетические материалы, полученные из нефти и с) негорючие материалы, такие как стекло и металлы» [42]. Твердые бытовые отходы составляют значительную часть бытовых отходов, с которыми приходится иметь дело администрациям крупных городов всего мира. Ежедневный объем твердых бытовых отходов, например, в Нью-Йорке, составляет 13 000 тонн [43], и, согласно [44], город тратит более 3% годового бюджета для поддержания как государственной, так и частной системы управления утилизацией ТБО.

Переработка, сжигание и утилизация ТБО на мусорных полигонах (свалках), окружающих крупные города, являются наиболее распространенными подходами к удалению из города этого источника загрязнения окружающей среды в развитых странах [45]. Однако, несмотря на улучшения как технологий переработки ТБО вообще (особенно систем переработки ТБО в электроэнергию), так и их переработки путем сжигания в частности (waste-to-energy incineration) [46], значительная часть ТБО по-прежнему выгружается на мусорных полигонах. Например, в США 136 млн. тонн ТБО из 258 млн. тонн, произведенных в стране в 2014, были размещены на мусорных полигонах [47]. Ожидается, что в Европе около 100 миллионов тонн ТБО из примерно 300 млн. тонн ТБО, которые будут созданы в 2020 году, будут утилизированы на мусорных полигонах [48]. В то время как в развитых странах ТБО, в основном, просто хранятся на мусорных полигонах, в развивающихся странах открытое сжигание (open burning) ТБО на мусорных полигонах остается популярным подходом к управлению утилизацией отходами [49, 50].

В настоящее время существуют технологии, позволяющие обрабатывать ТБО, в частности, в топливные биомассы, которые используются для производства тепла и электроэнергии (см., например, [51]). Однако внедрение таких технологий требует значительных финансовых ресурсов для строительства и эксплуатации соответствующих объектов (заводов). Это превращает проблему удаления городских ТБО в стратегическую проблему управления для администрации крупного города (АКГ) как в развитых, так и в развивающихся странах. Разумеется, эта проблема не является (и не может быть) единственной (и даже основной) стратегической проблемой для АКГ, которые АКГ должна решать исходя из годового бюджета города. Поэтому любой запрос на выделение дополнительных средств налогоплательщиков из этого бюджета на решение проблем удаления ТБО должен быть строго обоснован на основе тщательных вычислений (даже если в итоге запрашиваемые суммы не будут предоставлены в полном объеме).

1.2.2 Актуальность и новизна темы исследования

Цель системы поддержки принятия решений, предлагаемой в настоящем исследовании, предоставить каждой АКГ инструментарий для количественной оценки требуемой суммы и, таким образом, способствовать обоснованию расходов, связанных с использованием технологий, трансформирующих ТБО города в продукты, востребованные на рынке (например, технологии производства топливной биомассы [51]), при решении практических проблем управления удалением ТБО. Кроме того, производство таких востребованных продуктов может даже генерировать средства в результате продажи этих продуктов на соответствующих рынках (например, на рынках тепловой и электрической энергии в случае использования топливной биомассы [51]). Поэтому, правильно рассчитанные и корректно использованные численные оценки указанных расходов и возможных доходов могут в конечном итоге заинтересовать частных инвесторов (по крайней мере, в частичном) финансировании реализации технологий обработки ТБО. Их интерес к инвестици-

ям в соответствующие проекты, скорее всего, может быть реализован в рамках государственно-частных партнерств (ГЧП) с АКГ [52], совместных предприятий (СП) с владельцами технологий, финансовых кредитов для владельцев этих технологий, а также концессионных соглашений (КС) с АКГ для разработки и эксплуатации заводов по переработке ТБО.

Как известно, например, ГЧП по другим вопросам, связанным с управлением удалением городских ТБО и КС для эксплуатации мусорных полигонов уже давно является частью арсенала подходов АКГ к крупномасштабным проектам [53, 54]. Однако, подходы к количественной оценке плюсов и минусов конкретных форм партнерства между АКГ и частным сектором и схемы взаимных финансовых обязательств всех сторон в них в отношении управления удалением городских ТБО не изучались в научных публикациях с достаточной глубиной. В то же время реализация каждой такой формы партнерства может потребовать средств налогоплательщиков из бюджета города, а сумма, которую нужно будет потратить, зависит от того, насколько разумна схема выбранного партнерства.

Такое положение дел с удалением городских ТБО лишь подтверждает актуальность исследования, проводимого в рассматриваемом направлении. Хотя исследования в этом направлении ведутся во многих научных центрах, важно подчеркнуть принципиальное отличие настоящего исследования от других работ по этой тематике. В этих других работах финансовые оценки, связанные с созданием и эксплуатацией систем управления удалением ТБО из крупных городов, не рассматриваются как часть общей проблемы финансирования соответствующих разработок (не только налогоплательщиками, особенно когда финансовую поддержку этих разработок не удастся получить от вышестоящих федеральных и региональных властей). В противоположность этому, система поддержки принятия решений, помогающая администрациям крупных городов обсуждать различные формы потенциального взаимодействия с частным сектором с целью получения финансовых ресурсов в требуемом объеме, является предметом настоящего исследования.

Данное исследование реализует подход, общая схема которого была намечена в работе прошлого года [1].

1.2.3 Описательная постановка задачи оптимизации переработки ТБО

Государственные закупки – это особая форма партнерства, поощряющая использование новых технологий переработки ТБО в любые продукты которые необходимы на соответствующих рынках и делают их частью системы управления удалением отходов любого крупного города [55]. Государственные закупки предполагают заключение контракта (или нескольких контрактов) на: а) предоставление технологии обработки и оборудования, использующего эту технологию; б) эксплуатацию объектов (заводов), которые будут использовать эти технологии и оборудование, а также производить и продавать продукцию переработки ТБО, востребованную на рынках. Кроме того, государственные закупки, связанные с ТБО, предполагают заключение контракта (или контрактов) на возведение новых зданий или перепрофилирование существующих зданий в районах, близких к (по крайней мере, некоторым) мусорным полигонам, окружающих город, в каждом из которых построенный завод будет функционировать вместе с транспортными коммуникациями к нему.

Любая АКГ, заинтересованная в организации таких тендеров, сталкивается с тремя взаимосвязанными проблемами. Во-первых, ей необходимо определить мощности заводов по переработке городских ТБО в топливную биомассу, которое можно было бы построить на участках земли, исходя из ожидаемого объема топливной биомассы, который предполагается производить в течение определенного периода времени. Во-вторых, АКГ необходимо определить начальные цены для указанных двух контрактов: а) на строительство заводов и б) на поставку технологией и оборудования для обработки там ТБО и управления этим оборудованием для всех земельных участках с тем, чтобы начать тендерные процедуры по выбору компаний из числа тех, которые потенциально заинтересованы в выполнении одного из двух (или обоих)

проектов с соблюдением всех требований АКГ. В-третьих, АКГ должна оценить общий объем финансирования работ, связанных с созданием и функционированием всех заводов для обработки ТБО города и, исходя из этой оценки, определить, позволяет ли доступная для использования часть городского бюджета проводить тендеры по обоим проектам в рамках стандартной процедуры государственных закупок АКГ.

1.2.4 Система поддержки принятия решений по управлению оптимизацией переработки ТБО

В настоящем исследовании предлагается система поддержки принятия решений, которая помогает АКГ эффективно решать вышеупомянутые три (и некоторые другие) проблемы управления, связанные с удалением городских ТБО. В основе этой системы лежит игровая модель, позволяющая сформулировать саму проблему отыскания приемлемых решений по управлению удалением ТБО в форме игры трех лиц на выпуклых многогранных множествах непересекающихся допустимых стратегий игроков. Эта система поддержки принятия решений позволяет, в частности, решить указанные три проблемы управления любого реального размера даже на ПК с использованием стандартных программных пакетов, реализующих методы линейного программирования. С помощью этой системы АКГ может определить начальные цены на каждый из вышеупомянутых двух контрактов и организовать тендеры на выполнение соответствующих проектов, если доступная часть городского бюджета позволяет покрыть требуемые расходы, связанные с реализацией этих контрактов по найденным ценам. Если, однако, такое покрытие невозможно, АКГ может изучить возможность сотрудничества с частным сектором в какой-либо одной из вышеупомянутых форм, и выбор конкретной формы зависит от финансовой стратегии, которой АКГ может решить придерживаться.

Строительство заводов по переработке городских ТБО в продукты, востребованные на рынке, например, в вышеупомянутые топливные биомассы,

является крупномасштабным проектом, требующим существенных инвестиций. В то же время продажа этих топливных биомасс, т.е. эксплуатация этих заводов, может принести значительную сумму средств их владельцу, объем которой может быть оценен в ходе определения (расчета) резервных (т.е. начальных) цен для двух тендеров (с помощью предложенной системы). В мировой практике, такого рода сочетание затратных и доходных видов деятельности, связанных с общественными потребностями, часто реализуется в рамках КС, которое является широко используемой формой партнерства между городскими властями и частным сектором.

Существует несколько сценариев формирования потенциального КС между АКГ и частной компанией или группой частных компаний, заинтересованной в инвестировании в городское хозяйство, которую далее удобно называть инвестором.

В соответствии с одним из этих сценариев инвестор может рассмотреть возможность подписания КС с АКГ как на строительство зданий заводов по переработке ТБО, так и на поставку оборудования и его эксплуатацию. Для оценки финансовой перспективности этой возможности, инвестору необходимо найти а) подходящую строительную компанию и б) владельца технологии переработки ТБО, которые могли бы выполнить свою работу на качественном уровне, соответствующем условиям, которые, инвестору следует ожидать в рамках потенциального КС. Если такие компании найдены, инвестор может их нанять для выполнения соответствующих работ или же создать с обеими компаниями совместное предприятие, или найти другую форму сотрудничества с ними. Отыскание таких компаний инвестор может осуществить в рамках коммерческих тендеров, аналогичных тем, которые АКГ могла бы провести, если бы бюджет города позволил АКГ это сделать. Это, в частности, означает, что инвестор может использовать предлагаемую систему поддержки принятия решений точно так же, как это может сделать АКГ.

Предлагаемая система поддержки принятия решений позволяет АКГ проанализировать финансовые плюсы и минусы как, например, вышеупомя-

нутого сценария сотрудничества с частным сектором, так и стратегии АКГ, направленной на самостоятельную реализацию обоих вышеупомянутых проектов—связанных с переработкой городских ТБО, подлежащих утилизации на мусорных полигонах, в продукты, востребованные на рынках—если доступная часть городского бюджета позволяет АКГ это сделать. Этот анализ, в частности, необходим для обоснования финансовых условий конкретных форм отношений между АКГ и частным сектором для обеспечения инвестиций, требуемых для реализации обоих проектов.

1.2.5 Содержательная постановка задачи оптимизации переработки ТБО

Рассматривается крупный город, вокруг которого расположено несколько мусорных полигонов, использовавшихся городскими властями в течение некоторого промежутка времени. Большая часть городских ТБО, которая расположена на этих мусорных полигонах, продуцирует газ, который испускается в окружающую атмосферу в результате либо хранения там этих ТБО, либо их сжигания открытым способом (open burning). АКГ этого города планирует построить заводы для производства топливной биомассы как из городских ТБО, уже находящихся на этих мусорных полигонах, так и тех ТБО, которые поступят туда в течение следующих нескольких лет. Региональные власти более высокого уровня будут взимать с АКГ плату за загрязнение вышеупомянутым газом атмосферы вокруг всех мест, в которых предполагается разместить мусороперерабатывающие заводы, и вокруг мусорных полигонов. Предполагается, что в каждой зоне, близкой к мусорному полигону, должны быть возведены (или перепрофилированы, если они там уже есть) несколько зданий для мусороперерабатывающих заводов по производству топливной биомассы.

Наряду с возможностью покрытия расходов, необходимых для реализации двух проектов, связанных с переработкой ТБО (упомянутых в Описательной постановке задачи), из бюджета города, АКГ рассматривает возможность подписания КС с заинтересованным инвестором для финансирования

обоих проектов (по созданию новых или перепрофилированию существующих) зданий на территориях, близких к мусорным полигонам, и размещении в них необходимого оборудования для переработки ТБО в соответствии с соответствующей технологией переработки ТБО в топливную биомассу. Независимо от того, какой именно вариант реализации проекта по удалению ТБО из города АКГ выберет – т.е. будет ли АКГ самостоятельно организовывать тендеры на оба проекта и оплачивать победителям их работу или оба проекта будут выставлены этим инвестором на тендеры в рамках коммерческих торгов для всех мусорных полигонов, на которых в настоящее время утилизируются ТБО города – расходы, связанные с реализацией обоих проектов, и доходы, связанные с продажей продуктов переработки ТБО на рынках, должны быть финансово оценены.

Хотя в обоих случаях оценка будет сделана одинаково, далее для определенности в настоящем отчете предполагается, что изучение финансовых перспектив обоих проектов проводится инвестором (а не АКГ) с точки зрения создания потенциального СП с победителями тендеров.

Как уже упоминалось в описательной постановке задачи, первый проект касается: а) возведения новых зданий и/или перепрофилирования уже существующих зданий (которые могут в настоящее время использоваться для других целей) под здания для заводов в каждом из мест их будущего расположения и б) предоставления всех необходимых услуг по обслуживанию этих зданий тем, кто обслуживает оборудование, реализующее переработку ТБО в топливную биомассу. Второй проект касается поставок выбранной технологии и оборудования, реализующих переработку ТБО в топливную биомассу, и продажи этой топливной биомассы на рынках электроэнергии и тепла.

Поскольку первый проект требует значительного объема инвестиций, в то время как ожидается, что второй проект может приносить доход, инвестор решает провести тендеры на оба проекта как на взаимосвязанные проекты. Именно, инвестор решает оговорить в условиях (коммерческих) тендеров, что: а) победитель первого тендера (на первый проект) должен предос-

тавить дополнительное техническое обслуживание (в зданиях, которые будут использоваться для заводов) для победителя второго тендера (проекта), и б) определенный процент от суммы средств, которую получит победитель второго тендера (на второй проект) от продажи технологии и оборудования для заводов будет направлен победителю первого проекта (в обмен на предоставление этих дополнительных услуг по техническому обслуживанию). Такая связь между победителями тендеров может побудить победителя первого тендера предоставлять высококачественные услуги по техническому обслуживанию всех зданий для обеспечения успешного функционирования оборудования всех размещенных в них заводов. Кроме того, с целью поощрения участия в тендерах компаний с высокой коммерческой репутацией, по условиям КС, АКГ устанавливает некоторый дисконтированный (местный) налог на выручку с продаж топливной биомассы для победителя второго тендера.

1.2.6 Некоторые выводы

В [56] доказаны два утверждения, в соответствии с которыми равновесия Нэша в этой игре (как и в игре, рассмотренной в первом варианте этой статьи), могут быть найдены из решения трех вспомогательных задач линейного программирования. Доказательства этих утверждений приведены в Приложении к статье [56].

В [56] показано, что некоторые из предположений, в рамках которых построена модель игры и доказаны оба вышеупомянутых утверждения, могут быть опущены при изменении параметров, присутствующих в описании игры. Например, при построении модели в [56] предполагается, что никаких новых установок для сжигания ТОВ в течение k лет создаваться не будет. Однако может случиться так, что число новых установок, места их расположения и мощности могут измениться, скажем, начиная с года k . Эта ситуация охватывается предложенной моделью и для ее учета требуется: а) разделить период в k лет на несколько частей, каждая из которых соответствует вклю-

чению в работу хотя бы одной новой установки по сжиганию; б) учесть всех расходы, связанные с приобретением и вводом в эксплуатацию каждой новой установки по сжиганию и в) рассмотреть две игры, каждая из которых имеет той же структуру, что и исходная игра.

Также, при финансовой оценке любых решений по управлению мусорными полигонами, окружающими город, с использованием предлагаемой системы поддержки принятия решений, следует иметь в виду различие между местом расположения мусорного полигона и местом строительства завода по переработке ТБО, направляемого на этот мусорный полигон. Это необходимо, поскольку возведение новых зданий на мусорном полигоне, особенно на том, который использовался в течение длительного времени, может не быть технически возможно в принципе. В то же время некоторые территории вблизи этого полигона могут быть технически приемлемыми для соответствующих строительных работ. Кроме того, до тех пор, пока значительная часть ТБО, включая его порции, которые могли бы сжигаться, а не выгружаться на мусорном полигоне, тем не менее, выгружаются на этом полигоне, можно было бы рассмотреть возможность установки новых объектов для сжигания ТБО вблизи этого полигона. В частности, это можно сделать вблизи заводов, которые будут разработаны и введены в эксплуатацию в районах, которые расположены рядом с этими мусорными полигонами. Таким образом, помимо переработки ТБО в топливную биомассу, либо (только) сжигание, либо и сжигание и открытое сжигание ТБО могут иметь место на вышеупомянутых территориях, близких к мусорным полигонам.

Если рассматривать возможность такого расположения установок для сжигания ТБО, предлагаемая система поддержки принятия решений позволяет рассмотреть этот вариант и оценить его финансово. Это можно сделать путем добавления соответствующего слагаемого в функцию выигрыша первого игрока в игре, которая будет отражать стоимость установок по сжиганию ТБО и штрафы, вызванные дополнительными выбросами газа в атмосферу,

которые могут быть описаны линейными функциями соответствующих переменных на многогранных множествах.

1.3 Задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях

1.3.1 Современное состояние решаемых проблем

Быстрое развитие новых технологий приема и передачи электроэнергии, а также экологические преимущества использования электрической энергии по сравнению с обычным топливом, стимулирует изучение проблем, связанных с поиском оптимальных структур систем распределения электроэнергии для обеспечения услуг в конкретных сферах жизни и бизнеса. Актуальность одной из таких систем вызвана проникновением электромобилей (EV) в повседневную жизнь миллионов людей по всему миру, в то время как инфраструктура для обслуживания таких транспортных средств практически отсутствует.

В настоящем исследовании предлагается подход к решению проблемы оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций – одного из важнейших элементов этой инфраструктуры – расположенных вдоль автомобильной магистрали (шоссе), пересекающей (пересекающего) географический регион, которые будут обслуживать движущиеся там электромобили и гибридные автомобили. Этот подход подробно описывается и обосновывается в статье [57].

Существует значительное число публикаций, в которых местоположения новых зарядных станций или перестановки уже действующих зарядных станций вдоль автомобильной магистрали и количество зарядных устройств, которые должны быть установлены на каждой из этих зарядных станций, определяются из решения некоторых задач оптимизации [58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67]. Однако, проблемам оценки объема инвестиций, требуемого для построения цепочки зарядных станций, расположенных вдоль автомо-

бильной магистрали, на основе оптимизационного подхода не уделяется должного внимания.

1.3.2 Актуальность и новизна темы исследования

Исследования в области разработки оптимизационных подходов к анализу этой важной финансовой проблемы являются актуальными вообще, особенно принимая во внимание ожидаемые темпы развития производства электромобилей и гибридных автомобилей во всем мире. Исследования, проводимые в рамках настоящего направления (по проблемам оценки объема инвестиций, требуемого для построения цепочки зарядных станций, расположенных вдоль автомобильной магистрали) существенно отличаются от других исследований в области создания инфраструктуры обслуживания электромобилей и гибридных автомобилей на автомобильных дорогах мира.

Математические формулировки проблем размещения новых зарядных станций или перестановки уже действующих зарядных станций вдоль автомобильных дорог и количество зарядных устройств — которые должны быть установлены на каждой из этих станций и в которых эти параметры определяются из решения оптимизационных задач одновременно — используют (правда, неизвестно откуда полученные) оценки мощностей потоков электроуправляемых транспортных средств на участках этих дорог. Также, они используют ожидаемые схемы перемещения этих транспортных средств среди пар географических районов, близких к каждой из зарядных станций, в предположении о том, что эти схемы останутся теми же, какие существуют сегодня для обычных автомобилей. Однако такое совместное рассмотрение обеих проблем вряд ли можно оправдать, даже если разработка новых зарядных станций вдоль конкретного сегмента автомобильной магистрали является обязательным требованием федеральных или местных властей. Действительно, эти требования, например, могут обязать разработчиков соответствующих систем устанавливать зарядные станции так, чтобы на этом сегменте они были на расстоянии 50, 60, или 100 миль (или километров) друг от друга.

Это означает, что как только местоположение первой из зарядных станций цепочки определено, выбор мест расположения остальных станций оказывается довольно ограниченным. Также, следует принимать во внимание расположение бензоколонок на шоссе, каждая из которых снабжается электроэнергией от региональной сети электроснабжения, как потенциальных мест расположения зарядных станций, особенно для электромобилей, которые работают от электрических батарей.

Приведенные причины являются лишь частью набора причин, рассмотренных в [57], по которым в настоящем исследовании проблема выбора расположения зарядных станций и проблема определения структуры этих станций в местах их размещения рассматриваются как две отдельные (хотя и дополняющие друг друга) проблемы.

1.3.3 Описательная постановка задачи

Очевидно, что когда: а) местоположение цепочки зарядных станций на автомобильной магистрали определено, и б) спрос на электроэнергию на каждой зарядной станции из этой цепочки был оценен, проблема обеспечения электроэнергией этой цепочки становится похожей на проблему поставки электроэнергии в жилые районы или на коммерческие предприятия. Основное различие между двумя проблемами с точки зрения поставщиков электроэнергии по сути связано с значительно большей географической распределенностью зарядных станций в цепочке зарядных станций на автомобильных магистралях. Кроме того, владельцы частных электромобилей предпочитают заправлять свои машины ночью, перед тем как отправляться на работу, с тем, чтобы сэкономить средства (поскольку ночные тарифы на электричество существенно ниже дневных тарифов), что также влияет на потребление электричества на зарядных станциях, расположенных на автомобильных магистралях.

Технологически процесс зарядки электромобиля (EV) реализуется на каждой зарядной станции из цепочки таких станций с помощью специально-

го оборудования. Это оборудование поставляет водителю электричество, поступающее либо из региональной электрической сети, либо из любых возобновляемых источников энергии, например, от солнечных панелей, а также от любой системы хранения электроэнергии, доступной для тех водителей, которым необходимо заряжать свои EV на зарядной станции. Тип, размер и количество единиц оборудования каждого типа и размера существенно зависят от объема электричества, проходящего через конкретную зарядную станцию, то есть от спроса на электроэнергию на этой станции, а также от размера, который может иметь зарядная станция в определенном месте цепочки. В определенной степени это также зависит от стоимости передачи электричества из соответствующей региональной электрической сети (или от нескольких электрических сетей) до зарядной станции.

Для анализа рассматриваемой проблемы естественно предполагать, что:

- а) существует компания, заинтересованная в создании и эффективном управлении цепочкой зарядных станций, на конкретной автомобильной магистрали, пересекающей географический регион, б) эта компания исходит из мнения экспертов и оценки спроса на электроэнергию на каждой из зарядных станций из цепочки таких станций в течение каждого часа в течение каждых 24 часов в каждом из четырех времен года, который ожидается как от водителей электромобилей, так и от водителей гибридных автомобилей и с) эта компания заинтересована в оценке уровня инвестиций, необходимых как для развития сети, так и для поддержания ее работоспособности. Подход к решению вышеупомянутой проблемы оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций рассматривается в [57] также, как и в настоящем исследовании, применительно к этой компании при некоторых приведенных в [57] и поддающихся проверке предположениях.

Требуется разработать такую математическую модель, на основе которой можно было бы сформулировать соответствующую задачу об оценке объема инвестиций в создание и размещение цепочки зарядных станций на автомобильной магистрали, которую было бы относительно несложно ре-

шать с математической точки зрения, поскольку такое свойство модели и задачи, сформулированной на ее основе, весьма существенно при проведении финансовых переговоров с потенциальными инвесторами. Именно, желательно, чтобы решение указанной проблемы, сформулированной на основе этой модели а) могло бы быть получено за короткий промежуток времени, и б) не требовало бы разработки каких-либо новых методов и алгоритмов, а могло быть найдено с использованием стандартных пакетов программного обеспечения, позволяющих быстро и точно находить решения соответствующих крупномасштабных задач. CPLEX и MILP являются двумя примерами такого программного обеспечения для решения задач математического программирования с непрерывными и дискретными переменными, в частности для решения задач линейного, целочисленного и смешанного математического программирования.

1.3.4 Математические модели оценки объема инвестиций

В настоящем исследовании предложены две математические модели для оценки объема инвестиций в создание и размещение цепочки зарядных станций на автомобильной магистрали региона. Первая из этих двух моделей принимает во внимание: а) спрос на электроэнергию на каждой станции из цепочки, что зависит от ожидаемого числа электромобилей, которые будут использовать автомобильную магистраль или ее часть в течение ближайших лет; б) производительность оборудования, которое будет установлено на зарядных станциях; в) стоимость этого оборудования для зарядки электромобилей и гибридных автомобилей от сетей электроснабжения регионов, через которые проходит автомобильная магистраль, и от возобновляемых источников электроэнергии и г) стоимость обслуживания зарядных станций, образующих цепочку. Вторая модель принимает во внимание: а) потенциальные места на автомобильной магистрали, пересекающей регион, где установка зарядных станций может быть одобрена федеральными и местными властями

и б) существующие требования к структуре цепи зарядных станций, например, иметь такие станции через каждые 50, 60 или 100 километров.

Ясно, что целевая функция любой задачи оптимизации, являющейся математической формализацией первой задачи (на основе первой из вышеупомянутых математических моделей) обязательно будет иметь нелинейные функции в своей структуре. Это связано с ожидаемой общей стоимостью обслуживания электромобилей на зарядной станции, которая оценивается произведением ожидаемой (но не известной заранее) стоимости обслуживания одного транспортного средства (что зависит от стоимости электроэнергии, полученной от, например, соответствующей региональной электрической сети) и ожидаемого (но не известного заранее) количества транспортных средств, подлежащих обслуживанию на этой станции. Эта модель такова, что позволяет свести нелинейную задачу, сформулированную на ее основе, к задаче, которая может быть эффективно решена с помощью указанных выше пакетов программного обеспечения. По крайней мере, для одного (хотя и узкого) класса математических задач, формализовано описывающих проблему создания цепочки зарядных станций на автомобильной магистрали, соответствующая математическая задача является нелинейной задачей смешанного математического программирования. Эта задача (задача 1) состоит в определении мощности каждой зарядной станции из цепи, размера площади, которую эта станция должна занимать, числа зарядных лотов на каждой станции, а также основные финансовые параметры, связанные с функционированием зарядных станций цепи. Отметим, что при рассмотрении задачи 1 предполагается, что каждая зарядная станция обслуживает как электромобили, так и гибридные автомобили, причем оба типа автомобилей могут получать электроэнергию, как от зарядных устройств станции, так и путем замены электрических батарей.

Как показано в статье [57], задача 1 может быть сформулирована в форме задачи об отыскании максимума функции минимума суммы двух билинейных функций и нескольких линейных функций векторных аргументов. В

[57] доказано, что решение этой максиминной задачи сводится к решению задачи смешанного математического программирования с линейными ограничениями и целевой функцией, являющейся линейной по непрерывным и по целочисленным переменным, что позволяет отыскивать ее решение с помощью пакетов CPLEX и MILP.

Однако, решение задачи 1 не определяет, где именно эти станции должны быть расположены на шоссе. Для отыскания такого расположения необходимо исходить из имеющихся статистических данных о потоках электромобилей и гибридных автомобилей, экспертных оценок этих потоков, и результатов решения задачи 1.

Задача 2 состоит в отыскании мест размещения конечного числа зарядных станций на автомобильной магистрали (или участке автомобильной магистрали) конкретной длины и с мощностями, найденными из решения задачи 1. Эта задача формулируется в [57] как задача булева программирования, в которой известными параметрами являются: а) число мест потенциального размещения зарядных станций; б) расстояния между этими местами; в) стоимости строительства зарядной станции каждой из мощностей, определяемых из решения задачи 1; г) расстояния между двумя зарядными станциями, которые определяются федеральными и местными законодательствами (например, строить зарядные станции на расстоянии 60 или 100 миль друг от друга) и д) значения небольших отклонений от этих расстояний, допускаемых этими законодательствами.

Следует подчеркнуть, что проблема финансовой оценки стоимости создания цепочки зарядных станций по обслуживанию электромобилей и гибридных автомобилей на автомобильной магистрали – первая из двух вышеупомянутых проблем – рассматривается в настоящем исследовании в предположении о том, что только: а) число зарядных станций в цепи и б) спрос на электроэнергию на каждой станции являются известными.

1.3.5 Некоторые выводы

Использование альтернативных источников энергии стремительно возрастает, поэтому естественно ожидать, что каждая зарядная станция помимо электроэнергии от сети электроснабжения региона будет со временем использовать, например, энергию солнца и ветра, а также электроэнергию из систем хранения электроэнергии. Следует заметить, что математическая модель, предложенная в исследовании, не учитывает в явном виде указанные возможности получения электроэнергии на зарядные устройства станции; однако, в [57] показано как это может быть сделано в рамках этой модели.

Хотя полученные результаты позволяют находить финансовые оценки объемов инвестиций в создание цепочки зарядных станций по обслуживанию электромобилей и гибридных автомобилей на региональных автомобильных магистралях, эти результаты отражают лишь первые шаги в направлении экономических исследований, связанных с созданием инфраструктуры для обслуживания таких транспортных средств.

Результаты этого подраздела отражены в работе [68].

2 Исследование моделей коллективного и многокритериального выбора

В этом разделе отчета приведены результаты исследований моделей коллективного и многокритериального выбора. Эти результаты получены в следующих теоретических и прикладных направлениях:

- моделирования предпочтений при помощи реперных функций ценности и вредности;
- анализ чувствительности многокритериального выбора;
- сравнительное исследование функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений;
- задача оценки степени разнообразия предпочтений в группе;
- исследование коалиционного манипулирования при неполной информации.

2.1 Моделирования предпочтений при помощи реперных функций ценности и вредности

2.1.1 Введение

В этом подразделе отчета вначале рассматриваются вопросы моделирования предпочтений при помощи функций ценности, а затем вопросы анализа чувствительности многокритериального выбора с использованием интервалов неопределенности замещений критериев к изменению границ таких интервалов.

Функции ценности, или полезности, широко используются для моделирования предпочтений. Они могут вводиться либо изначально (известный пример – взвешенная сумма частных критериев в многокритериальных задачах принятия решений [69]), либо использоваться для представления полученного упорядочения объектов (управлений, стратегий, планов, вариантов решений и т.п.) по предпочтительности. Далее будет рассматриваться второй из указанных случаев. Кроме упорядочения по предпочтительности, или по-

лезности¹⁾, будут рассматриваться и упорядочения по обратной предпочтительности, или по вредности²⁾.

Пусть на непустом множестве A произвольной природы задан *строгий порядок* P . Он может иметь смысл предпочтения, или превосходства в полезности, и тогда aPb означает, что элемент a предпочтительнее, или полезнее элемента b . Но может иметь и смысл обратного предпочтения, или превосходства во вредности, и тогда aPb означает, что элемент a вреднее элемента b , или что элемент a менее предпочтителен, чем элемент b .

По определению, строгий порядок P – это антирефлексивное и транзитивное (а потому и асимметричное) бинарное отношение: для любых $a, b, c \in A$ неверно aPa и из aPb и bPc следует aPc (и поэтому если верно aPb , то bPa неверно). Кроме того, будем полагать, что строгий порядок P является *линейным*: для любых неравных элементов $a, b \in A$ верно либо aPb , либо bPa . Таким образом, все множество A оказывается упорядоченным (по полезности или же вредности). Упорядоченное множество, полученное из A при помощи P , будем обозначать A_{\uparrow} .

Определенная на A и принимающая числовые значения функция ψ называется представляющей на A строгий линейный порядок P , если $\psi(a) > \psi(b)$ верно тогда и только тогда, когда верно aPb . Если P – отношение предпочтения (превосходства в полезности), то ψ называется функцией полезности (или ценности), или предпочтения, и обозначается буквой u (или v). Для этой функции более предпочтительному (более полезному) элементу соответствует большее ее значение. Если же P – отношение обратного предпочтения (превосходства во вредности), то ψ назовем функцией вредности и обозначим буквой h . Большее значение этой функции приписывается менее предпочтительному (более вредному) элементу.

¹⁾ Как отмечалось в экономической теории, бывают случаи, когда вместо слова полезность больше подходит слово желаемость (например, при сравнении удовольствий, которые могут и не быть полезными) или слово желательность.

²⁾ Слово вредность употребляется нами как антоним к слову полезность.

Далее будем полагать, что конечное множество A содержит $n \geq 3$ элементов. Среди них существует один наибольший a^* и один наименьший a_* элементы: для любого $a \neq a^*$ верно a^*Pa и для любого $a \neq a_*$ верно aPa_* . Если P – отношение полезности, то a_* – наихудший, наименее полезный элемент, а a^* – наилучший, наиболее полезный. Если P – отношение вредности, то a_* –наименее вредный элемент, a^* – наиболее вредный.

Поскольку множество A конечно, то представляющая функция ψ существует. Однако она не является единственной: если φ – возрастающая числовая функция, то $\varphi(\psi)$ также является представляющей функцией. Используя язык теории измерений [70], можно сказать, что представляющая функция «измеряет» полезность или же вредность в порядковой шкале.

Среди всех представляющих функций выделяют функцию перечисления ψ^e , которая приписывает n элементам множества A натуральные значения от 1 до n так, что $\psi^e(a_*) = 1$ и $\psi^e(a^*) = n$. Значения этой функции получаются в результате последовательного перечисления элементов множества от наименьшего к наибольшему. Во многих отношениях такая функция ценности является достаточно привлекательной. Однако ей присущи и недостатки. Например, при большом числе элементов n ее значения оказываются тоже большими, что не всегда удобно, так как, например, затрудняет их содержательную интерпретацию (см. примеры ниже). С другой стороны, все элементы получают номера «на равных основаниях» в соответствии с их местом в упорядоченном множестве A_\uparrow , хотя среди них могут быть такие, которые, с точки зрения выраженности полезности или вредности явно выделяются (или могут быть выделены) среди всех остальных. Для устранения этих недостатков предлагается новый класс представляющих функций, которые имеют также и свои привлекательные свойства.

2.1.2 Реперные функции

Пусть среди элементов множества A выделено $r < n$ реперных элементов $a^1 = a^*$, a^2 , ..., $a^r = a^*$, занумерованных в порядке упорядочения согласно строгому линейному порядку P , т.е. верно a^2Pa^1 , a^3Pa^2 , ..., a^rPa^{r-1} . В конкретных задачах в роли реперных могут выступать элементы, полезность или вредность которых имеет содержательную интерпретацию, и поэтому им можно приписать некоторые характеристические значения конструируемой функции ψ . Для упрощения записи далее будем полагать, что $\psi(a^1) = 1$, $\psi(a^2) = 2$, ..., $\psi(a^r) = r$. Для элементов, находящихся в упорядоченном множестве A_{\uparrow} между соседними реперными элементами a^j и a^{j+1} (обозначим их число через t_j), значения функции ψ назначим следующим образом: элементам приписываются, в порядке возрастания полезности или вредности, значения, выражаемые простыми дробями

$$j \frac{1}{t_j+1}, j \frac{2}{t_j+1}, \dots, j \frac{t_j}{t_j+1}.$$

Эти дроби показывают, на каком «расстоянии», выражаемом числом «шагов» длиной $1/(t_j + 1)$, находится полезность или вредность рассматриваемого элемента от «реперной» полезности или вредности j . Назначение указанных дробных значений можно считать результатом своеобразной линейной интерполяции. Разумеется, вместо простых дробей можно использовать и десятичные (с приемлемым числом значащих цифр), однако при этом наглядность, по-видимому, уменьшится.

Введенные указанным способом представляющие функции будем называть реперными и в общем случае обозначать ψ^r . Значения реперной функции ψ^r называют рейтинговыми индексами элементов.

Если P – отношение превосходства в полезности, то будем говорить о реперной функции полезности и использовать обозначение u^r . А если P – отношение превосходства во вредности, то будем использовать наименование реперная функция вредности и обозначение h^r .

2.1.3 Реперные функции в многокритериальных задачах

В многокритериальных задачах считаются заданными множество объектов X и определенный на нем векторный критерий $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$, состоящий из $m \geq 2$ частных критериев f_i . Под частным критерием f_i понимается функция с областью задания X и числовой областью значений Z_i . Объект x полностью характеризуется его векторной оценкой $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$, так что сравнение объектов по полезности или вредности сводится к сопоставлению их векторных оценок. Множество всех векторных оценок (область значений векторного критерия) есть $Z = Z_1 \times Z_2 \times \dots \times Z_m$.

На множестве Z задано отношение нестрогого порядка R_* , которое является квазипорядком (оно рефлексивно и транзитивно). Это отношение имеет смысл нестрогого превосходства в полезности или же вредности: запись yR_*z означает, что векторная оценка не менее полезна (не менее предпочтительна) или же не менее вредна (не более предпочтительна), чем векторная оценка z . Отношение R_* считается полным: для любых векторных оценок $y, z \in Z$ верно yR_*z или zR_*y . Это отношение порождает на Z отношения строгого превосходства P_* и безразличия I_* следующим образом: yP_*z верно, когда верно yR_*z и неверно zR_*y , а yI_*z верно, когда верны оба соотношения yR_*z и zR_*y . Отношение I_* есть отношение эквивалентности (оно рефлексивно, транзитивно и симметрично). Оно разбивает множество Z на классы эквивалентности (классы безразличия), состоящие из эквивалентных (связанных отношением I_*) векторных оценок. Далее множество классов эквивалентности будем обозначать буквой A . На множестве A отношение P_* порождает отношение строгого предпочтения – строгий линейный порядок P – следующим образом: для разных классов $a, b \in A$ верно aPb , когда для любых векторных оценок y из a и z из b верно yP_*z .

Будем считать, что множество A конечно и содержит $n \geq 3$ элементов. Теперь для введенного множества A с определенным на нем отношением P

можно использовать введенные выше понятия реперной функции и реперных оценок. Конкретизация введенных конструкций для нескольких типов многокритериальных задач рассматривается ниже. При этом будем полагать, что все критерии имеют общую область определения – конечное множество Z_0 , так что областью значений векторного критерия является множество Z_0^m .

Пусть критерии имеют равную важность, причем уменьшение значений одних критериев не компенсируется увеличением значений других критериев (точные определения см. в [71]). В этом случае возникает семейство отношений предпочтения, названных в [71, 72] симметрически-лексикографическими, или *SL*-отношениями. Такие отношения используются для описания предпочтений в различных задачах оптимизации и принятия решений (см., например, [72, 73, 74, 75]).

Далее будем рассматривать случай, когда область значений критериев – множество Z_0 – состоит из первых q натуральных чисел: $Z_0 = \{1, 2, \dots, q\}$, $q \geq 2$. Этот случай реализуется, например, когда шкала критериев q -балльная. Он возникает и после нумерации словесных оценок в порядке возрастания их полезности или вредности.

2.1.4 Реперные функции при лексиминном отношении превосходства в полезности

Будем полагать, что отношение превосходства на Z имеет смысл отношения предпочтения, или превосходства в полезности, и использовать в роли представляющей реперную функцию полезности u' . Будем считать также, что большие значения критериев предпочтительнее меньших.

Здесь будем рассматривать случай, когда уменьшение меньших значений одних критериев не компенсируется увеличением больших значений других критериев. Соответствующее *SL*-отношение известно под названием лексиминного. Примеры использования лексиминного отношения в прикладных задачах можно найти в [76, 77, 78, 79].

Пусть $y_{\uparrow} = (y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(m)})$ – вектор, полученный из вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ упорядочением его компонент по не убыванию: $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(m)}$. Например, $(5, 1, 1, 4)_{\uparrow} = (1, 1, 4, 5)$ и $y_{(3)} = 4$. Лексиминное отношение нестрогого предпочтения – полный квазипорядок R_*^u – определяется так: yR_*^uz верно, если выполнено одно из следующих $m + 1$ условий: 1) $y_{(1)} > z_{(1)}$; 1) $y_{(1)} = z_{(1)}, y_{(2)} > z_{(2)}$; ...; m) $y_{(i)} = z_{(i)}, i = 1, 2, \dots, m - 1, y_{(m)} > z_{(m)}$; $m + 1$) $y_{(i)} = z_{(i)}, i = 1, 2, \dots, m$. Соотношение yP_*^uz верно, если выполнено одно указанных условий, кроме последнего, а yI_*^uz верно, если выполнено условие $m + 1$, т.е. если $y_{\uparrow} = z_{\uparrow}$. Поэтому, например, при $m = 3$ один из классов эквивалентности I_*^u составляют векторные оценки $(2, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ и $(1, 1, 2)$. Каждый такой класс, содержащий векторную оценку y , можно представлять вектором y_{\uparrow} . Для упорядоченного множества классов эквивалентности I_*^u используем обозначение Z_{\uparrow}^u : это упорядочение задается отношением P^u , которое порождается отношением P_*^u .

Обозначим количество оценок $k \in Z_0$ в векторной оценке y через $e_k(y)$; понятно, что $\sum_{k=1}^q e_k(y) = m$. Пусть $e^k(y) = e_1(y) + e_2(y) + \dots + e_k(y)$. Количество классов эквивалентности t^u – число элементов множества Z_{\uparrow}^u – определяется по формуле [79]

$$t^u = (m + q - 1)! / [m! (q - 1)!]. \quad (2.1)$$

Для иллюстрации в Таблице 2.1 перечислены и занумерованы элементы множества Z_{\uparrow}^u при $m = 3$ и $q = 5$; число этих элементов $t^u = 7! / (3! 4!) = 35$.

Функция перечисления u^e в рассматриваемом случае задается формулой [79]:

$$u^e(y) = \sum_{k=1}^{q-2} C_{m-e^k(y)+q-k-1}^{q-k} + e_q(y) + 1, \quad (2.2)$$

где C_m^k – биномиальные коэффициенты: согласно определению, $C_m^k = m!/[k!(m-k)!]$ при $m \geq k$ и $C_m^k = 0$ при $m < k$. Так, $u^e(1,3,4) = C_{3-1+5-1-1}^{5-1} + C_{3-1+5-2-1}^{5-2} + C_{3-2+5-3-1}^{5-3} + 0 + 1 = 11$. Для $m = 3$ и $q = 5$ значения функции перечисления u^e равны номерам элементов y_\uparrow множества Z_\uparrow^u , указанным в Таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Элементы y_\uparrow множества Z_\uparrow^u , их порядковые номера и значения реперной функции u^r при $m = 3$, $q = 5$

№	y_\uparrow	u^r	№	y_\uparrow	u^r	№	y_\uparrow	u^r	№	y_\uparrow	u^r
1	(1, 1, 1)	1	2	(1, 1, 2)	$1\frac{1}{15}$	3	(1, 1, 3)	$1\frac{2}{15}$	4	(1, 1, 4)	$1\frac{3}{15}$
5	(1, 1, 5)	$1\frac{4}{15}$	6	(1, 2, 2)	$1\frac{5}{15}$	7	(1, 2, 3)	$1\frac{6}{15}$	8	(1, 2, 4)	$1\frac{7}{15}$
9	(1, 2, 5)	$1\frac{8}{15}$	10	(1, 3, 3)	$1\frac{9}{15}$	11	(1, 3, 4)	$1\frac{10}{15}$	12	(1, 3, 5)	$1\frac{11}{15}$
13	(1, 4, 4)	$1\frac{12}{15}$	14	(1, 4, 5)	$1\frac{13}{15}$	15	(1, 5, 5)	$1\frac{14}{15}$	16	(2, 2, 2)	2
17	(2, 2, 3)	$2\frac{1}{10}$	18	(2, 2, 4)	$2\frac{2}{10}$	19	(2, 2, 5)	$2\frac{3}{10}$	20	(2, 3, 3)	$2\frac{4}{10}$
21	(2, 3, 4)	$2\frac{5}{10}$	22	(2, 3, 5)	$2\frac{6}{10}$	23	(2, 4, 4)	$2\frac{7}{10}$	24	(2, 4, 5)	$2\frac{8}{10}$
25	(2, 5, 5)	$2\frac{9}{10}$	26	(3, 3, 3)	3	27	(3, 3, 4)	$3\frac{1}{6}$	28	(3, 3, 5)	$3\frac{2}{6}$
29	(3, 4, 4)	$3\frac{3}{6}$	30	(3, 4, 5)	$3\frac{4}{6}$	31	(3, 5, 5)	$3\frac{5}{6}$	32	(4, 4, 4)	4
33	(4, 4, 5)	$4\frac{1}{3}$	34	(4, 5, 5)	$4\frac{2}{3}$	35	(5, 5, 5)	5			

Среди всех векторных оценок естественно выделяются в качестве реперных оценки вида $y^j = (j, j, \dots, j)$. Например, если успеваемость школьников оценивается в пятибалльной шкале, то векторные оценки $y^1 = (1, 1, \dots, 1)$, $y^2 = (2, 2, \dots, 2)$, $y^3 = (3, 3, \dots, 3)$, $y^4 = (4, 4, \dots, 4)$, $y^5 = (5, 5, \dots, 5)$ можно характеризовать словесными оценками «очень плохо», «плохо», «посредственно», «хорошо», «отлично» и поставить им в соответствие значения реперной функции полезности 1, 2, 3, 4 и 5. Чтобы рассчитать значения реперной функции u^r для векторных оценок, лежащих между соседними реперными оценками, нужно знать их количество. При наличии соответствующих таблиц это сделать очень просто. Так, при $m = 3$ и $q = 5$ из Таблицы 2.1 видно, что между y^1 и y^2 находится 14 векторных оценок, между y^2 и y^3 – 9, между y^3 и y^4 – 5 и между y^4 и y^5 – 2. Значения реперной функции полезности u^r приведены в той же Таблице 2.1.

Число элементов t_j^u , находящихся в упорядоченном множестве Z_\uparrow^u между соседними реперными элементами y^j и y^{j+1} , равно $u^r(j+1, j+1, \dots, j+1) -$

$u^r(j, j, \dots, j) - 1$. Используя (2.2), нетрудно получить следующую расчетную формулу:

$$t_j^\mu = C_{m+q-j-1}^{q-j} - 1, j=1,2,\dots,q-1. \quad (2.3)$$

Согласно (2.3), при $m = 3$ и $q = 5$ имеем: $t_1^\mu = 14$, $t_2^\mu = 9$, $t_3^\mu = 5$, $t_4^\mu = 2$, и поэтому знаменатели $t_j^\mu + 1$ дробных частей значений реперной функции полезности u^r равны соответственно 15, 10, 6 и 3 (см. Таблицу 2.1).

Обозначим через y^μ векторную оценку, составленную из m чисел, равных минимальной компоненте y_- векторной оценки y . Для значений функции $u^r(y)$ можно записать следующую формулу, имеющую смысл смешанной дроби:

$$u^r(y) = y_- \frac{u^e(y) - u^e(y^\mu)}{t_j^\mu + 1}. \quad (2.4)$$

Например, для $y = (2, 5, 4)$ имеем $y_- = 2$, $y^\mu = (2, 2, 2)$ и, согласно (2.2) и (2.3) (см. также Таблицу 2.1), $u^e(y) = 24$, $u^e(y^\mu) = 16$, $t_2^\mu = 9$. Поэтому, согласно (2.4), $u^r(y) = 2\frac{8}{10}$.

2.1.5 Реперные функции при лексимаксном отношении превосходства во вредности

Будем полагать, что отношение превосходства на Z имеет смысл отношения превосходства во вредности, и использовать в роли представляющей реперную функцию вредности h^r . Будем считать также, что бóльшие значения критериев отражают бóльшую вредность. Примем, что уменьшение бóльших значений одних критериев не компенсируются уменьшением меньших значений других критериев. Соответствующее SL -отношение известно под названием лексимаксного.

Пусть $y_\downarrow = (y_{[1]}, y_{[2]}, \dots, y_{[m]})$ – вектор, полученный из вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ упорядочением его компонент по не возрастанию: $y_{[1]} \geq y_{[2]} \geq \dots \geq y_{[m]}$. Например, $(5,1,1,4)_\downarrow = (5,4,1,1)$ и $y_{[2]} = 4$. Лексимаксное отношение нестрогого

превосходства во вредности – полный квазипорядок R_*^h – определяется так: yR_*^hz верно, если выполнено одно из следующих $m + 1$ условий: 1) $y_{[1]} > z_{[1]}$; 1) $y_{[1]} = z_{[1]}, y_{[1]} > z_{[2]}$; ...; m) $y_{[i]} = z_{[i]}, i = 1, 2, \dots, m - 1, y_{(m)} > z_{(m)}$; $m + 1$) $y_{[i]} = z_{[i]}, i = 1, 2, \dots, m$. Соотношение yP_*^hz верно, если выполнено одно из указанных условий, кроме последнего, а yI_*^hz верно, если выполнено условие $m + 1$, т.е. если $y_{\downarrow} = z_{\downarrow}$. Поэтому, например, при $m = 3$ один из классов эквивалентности составляют векторные оценки $(2, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ и $(1, 1, 2)$. Для упорядоченного множества классов эквивалентности I_*^h используем обозначение Z_{\uparrow}^h : это упорядочение задается отношением P^h , которое порождается отношением P_*^h . Поскольку, как нетрудно убедиться, отношения эквивалентности I_*^u и I_*^h равны, то и для лексимаксного отношения число классов эквивалентности $t^h = t^u$ можно рассчитать по формуле (2.1).

Для иллюстрации в Таблице 2.2 перечислены элементы y_{\downarrow} множества Z_{\uparrow}^h при $m = 3$ и $q = 5$ и указаны соответствующие значения реперной функции вредности h^r ; число этих элементов, согласно (6.1), $t^h = t^u = 7! / (3! 4!) = 35$.

Примерами многокритериальных задач, в которых превосходство во вредности можно описывать при помощи лексимаксного отношения, могут служить задачи, в которых опасность (скажем, радиационная) обстановки оценивается словесными оценками «безопасно», «низкая степень опасности», «средняя степень опасности», «высокая степень опасности» и «катастрофическая степень опасности» с соответствующими числовыми оценками 1, 2, 3, 4 и 5. Если система состоит из m равных по значимости подсистем, то опасность обстановки можно характеризовать вектором $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, где y_i – числовая оценка опасности для i -й подсистемы.

Пусть \vec{y} – векторная оценка, полученная из векторной оценки y заменой ее координат y_i на $\vec{y}_i = q - y_i + 1$. Легко видеть, что из вектора y_{\downarrow} указанным образом сразу получается вектор \vec{y}_{\uparrow} .

Таблица 2.2 – Элементы множества Z_{\uparrow}^h , их порядковые номера и значения реперной функции h^r при $m = 3, q = 5$

№	y_{\uparrow}	h^r	№	y_{\uparrow}	h^r	№	y_{\uparrow}	h^r	№	y_{\uparrow}	h^r
1	(1, 1, 1)	1	2	(2, 1, 1)	$1\frac{1}{3}$	3	(2, 2, 1)	$1\frac{2}{3}$	4	(3, 2, 2)	2
5	(3, 1, 1)	$2\frac{1}{6}$	6	(3, 2, 1)	$2\frac{2}{6}$	7	(3, 2, 2)	$2\frac{3}{6}$	8	(3, 3, 1)	$2\frac{4}{6}$
9	(3, 3, 2)	$2\frac{5}{6}$	10	(3, 3, 3)	3	11	(4, 1, 1)	$3\frac{1}{10}$	12	(4, 2, 1)	$3\frac{2}{10}$
13	(4, 2, 2)	$3\frac{3}{10}$	14	(4, 3, 1)	$3\frac{4}{10}$	15	(4, 3, 2)	$3\frac{5}{10}$	16	(4, 3, 3)	$3\frac{6}{10}$
17	(4, 4, 1)	$2\frac{7}{10}$	18	(4, 4, 2)	$3\frac{8}{10}$	19	(4, 4, 3)	$3\frac{9}{10}$	20	(4, 4, 4)	4
21	(5, 1, 1)	$4\frac{1}{15}$	22	(5, 2, 1)	$4\frac{2}{15}$	23	(5, 2, 2)	$4\frac{3}{15}$	24	(5, 3, 1)	$4\frac{4}{15}$
25	(5, 3, 2)	$4\frac{5}{15}$	26	(5, 3, 3)	$4\frac{6}{15}$	27	(5, 4, 1)	$4\frac{7}{15}$	28	(5, 4, 2)	$4\frac{8}{15}$
29	(5, 4, 3)	$4\frac{9}{15}$	30	(5, 4, 4)	$4\frac{10}{15}$	31	(5, 5, 1)	$4\frac{11}{15}$	32	(5, 5, 2)	$4\frac{12}{15}$
33	(5, 5, 3)	$4\frac{13}{15}$	34	(5, 5, 4)	$4\frac{14}{15}$	35	(5, 5, 5)	5			

Если верно $y_{\downarrow} P^h z_{\downarrow}$, то верно и $\vec{y}_{\uparrow} P^u \vec{z}_{\uparrow}$; справедливо и обратное утверждение. Следовательно, упорядочения (одного и того же) множества классов эквивалентности (их число равно $t^h = t^u$) порядками P^h и P^u взаимно обратны. Поэтому:

$$h^e(y) = t^h - u^e(\vec{y}) + 1, \quad h^r(y) = q - u^r(\vec{y}) + 1. \quad (2.5)$$

Например, при $m = 3, q = 5$ имеем (см. Таблицу 2.1 и 6.2) $t^h = 35$ и

$$h^e(5, 3, 2) = 35 - u^e(1, 3, 4) + 1 = 35 - 11 + 1 = 25,$$

$$h^r(5, 3, 2) = 5 - u^r(1, 3, 4) + 1 = 5 - 1\frac{10}{15} + 1 = 4\frac{5}{15}.$$

Расчеты по формулам (2.5) можно производить с использованием формул (2.2) и (2.4).

2.1.6 Реперные функции в задачах с критериями разной важности

Рассмотрим теперь случай, когда в многокритериальной задаче критерии f_i имеют разную важность (значимость, весомость), причем для величин их важности β_i известны соотношения $\beta_1 : \beta_2 : \dots : \beta_m$ (точные определения понятий, связанных с количественной важностью критериев, см. в [80, 81, 82, 83]). Полагая, что все числа β_i рациональные, несложно указать натуральные числа n_i , для которых верны соотношения:

$$\beta_1 : \beta_2 : \dots : \beta_m = n_1 : n_2 : \dots : n_m.$$

Теперь, используя предложенный в [80, 81, 82] прием «клонирования», заменим каждую векторную оценку y расширенной векторной оценкой \hat{y} , которая формируется следующим образом: вначале ставится n_1 раз компонента y_1 , затем n_2 раз компонента y_2 , и т.д. Например, при $m = 3$, $n_1 = 2$, $n_2 = 1$, $n_3 = 4$ для $y = (5, 2, 3)$ получим $\hat{y} = (5, 5, 2, 3, 3, 3, 3)$. Векторные оценки вида \hat{y} можно рассматривать как векторы значений равноважных критериев (числом $n_1 + n_2 + \dots + n_m$), при помощи которых оцениваются объекты из множества X . Поэтому далее можно применять все полученные выше результаты для случая равноважных критериев.

Рассмотрим простой пример. Пусть $m = 2$, $q = 5$, $n_1 = 2$, $n_2 = 1$. Тогда каждой векторной оценке $y = (y_1, y_2)$ будет соответствовать расширенная векторная оценка $\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3) = (y_1, y_1, y_2)$. Следовательно, значения реперных функций полезности $u^r(y)$ и вредности $h^r(y)$ задаются в Таблице 2.1 и 2.2 для $u^r(\hat{y})$ и $h^r(\hat{y})$ соответственно. Например, если $y = (2, 4)$, то $\hat{y} = (2, 2, 4)$, $\hat{y}_\uparrow = (2, 2, 4)$, $\hat{y}_\downarrow = (4, 2, 2)$, и поэтому $u^r(\hat{y}) = 2 \frac{2}{10}$ и $h^r(\hat{y}) = 3 \frac{3}{10}$.

Прием «клонирования» в прикладной задаче с лексиминным отношением предпочтения был использован в [77] для построения функции перечисления.

2.1.7 Реперные функции в задачах с иерархической критериальной структурой

Для задач, в которых критерии образуют иерархию, причем все критерии нижнего уровня имеют общую шкалу, можно применять развитый выше подход, если для формирования реперных функций полезности или вредности для значений критериев некоторого уровня использовать значения реперных функций для критериев нижележащего уровня. Для пояснения и иллюстрации рассмотрим пример небольшой размерности.

Пусть некоторая система состоит из двух равноважных по вредности (например, опасности) подсистем, причем первая подсистема состоит из двух равноважных агрегатов, а вторая – из трех равноважных агрегатов. Уровень вредности каждого i -го агрегата оценивается «своим» критерием второго (нижнего) уровня f_i^2 , причем область значений каждого из этих пяти критериев $Z_0 = \{1, 2\}$. Критериальная структура для рассматриваемой задачи представлена на рисунке 2.1. Уровень вредности подсистем оценивается соответствующими критериями первого уровня f_1^1 и f_2^1 . Уровень вредности системы в целом характеризуется критерием нулевого (верхнего) уровня f^0 .

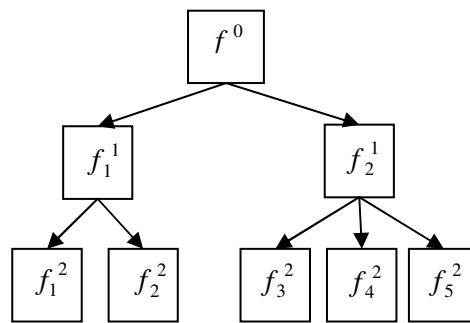


Рисунок 2.1 – Критериальная структура

В Таблицах 2.3 и 2.4 представлены возможные значения векторных оценок состояний подсистем и соответствующие значения реперных функций первого уровня h_1^{1r} и h_2^{1r} .

Таблица 2.3 – Векторные оценки состояний первой подсистемы и значения реперной функции h_1^{1r}

y_1^2	y_2^2	$(y_1^2, y_2^2)_\downarrow$	h_1^{1r}	y_1^2	y_2^2	$(y_1^2, y_2^2)_\downarrow$	h_1^{1r}
1	1	(1, 1)	1	2	1	(2, 1)	$1\frac{1}{2}$
1	2	(2, 1)	$1\frac{1}{2}$	2	2	(2, 2)	2

Таблица 2.4 – Векторные оценки состояний второй подсистемы и значения реперной функции h_2^{1r}

y_3^2	y_4^2	y_5^2	$(y_3^2, y_4^2, y_5^2)_\uparrow$	h_2^{1r}	y_3^2	y_4^2	y_5^2	$(y_3^2, y_4^2, y_5^2)_\uparrow$	h_2^{1r}
1	1	1	(1, 1, 1)	1	1	1	2	(2, 1, 1)	$1\frac{1}{3}$
1	2	1	(2, 1, 1)	$1\frac{1}{3}$	2	1	1	(2, 1, 1)	$1\frac{1}{3}$
1	2	2	(2, 2, 1)	$1\frac{2}{3}$	2	1	2	(2, 2, 1)	$1\frac{2}{3}$
2	2	1	(2, 2, 1)	$1\frac{2}{3}$	2	2	2	(2, 2, 2)	2

В Таблице 2.5 представлены возможные значения векторных оценок состояний системы, компонентами которых являются реперные функции первого уровня, и значения реперной функции нулевого (верхнего уровня) h^r .

Таблица 2.5 – Векторные оценки состояний системы и значения реперной функции h^r

h_1^{1r}	h_2^{1r}	$(h_1^{1r}, h_2^{1r})_{\downarrow}$	h^r	h_1^{1r}	h_2^{1r}	$(h_1^{1r}, h_2^{1r})_{\downarrow}$	h^r	h_1^{1r}	h_2^{1r}	$(h_1^{1r}, h_2^{1r})_{\downarrow}$	h^r
1	1	$(1, 1)$	1	1	$1\frac{1}{3}$	$(1\frac{1}{3}, 1)$	$1\frac{1}{11}$	$1\frac{1}{2}$	1	$(1\frac{1}{2}, 1)$	$1\frac{2}{11}$
$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$(1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3})$	$1\frac{3}{11}$	1	$1\frac{2}{3}$	$(1\frac{2}{3}, 1)$	$1\frac{4}{11}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$	$(1\frac{2}{3}, 1\frac{1}{2})$	$1\frac{5}{11}$
1	2	$(2, 1)$	$1\frac{6}{11}$	2	1	$(2, 1)$	$1\frac{7}{11}$	2	$1\frac{1}{3}$	$(2, 1\frac{1}{3})$	$1\frac{8}{11}$
$1\frac{1}{2}$	2	$(2, 1\frac{1}{2})$	$1\frac{9}{11}$	2	$1\frac{2}{3}$	$(2, 1\frac{2}{3})$	$1\frac{7}{11}$	2	2	$(2, 2)$	2

В случае критериев разной важности следует применить ранее описанный прием «клонирования» соответствующих координат векторных оценок.

2.1.8 Некоторые выводы

Выделен новый интересный для приложений специальный вид функций, представляющих отношения полного порядка на конечных множествах – реперные функции:

- дано общее определение реперной функции и рассмотрены ее свойства;
- это определение конкретизировано для многокритериальных задач: введены понятия реперной функции полезности и реперной функции вредности, представляющие соответственно бинарные отношения полезности и бинарные отношения вредности на множестве векторных оценок и множестве объектов;
- для лексиминных и лексимаксных отношений даны расчетные формулы для двух видов реперных функций;
- указаны методы построения реперных функций для задач с неравноважными критериями и для задач с иерархической критериальной структурой.

Результаты проведенных исследований нашли отражение в работах [84, 85].

2.2 Анализ чувствительности многокритериального выбора

2.2.1 Введение в анализ чувствительности

Важной для приложений и интересной в теоретическом отношении является проблема оценки чувствительности, или устойчивости решения к изменению ситуации выбора. Можно выделить непараметрический и параметрический подходы к анализу устойчивости. Первоначально подходы к параметрическому анализу чувствительности разрабатывались в предположении, что предпочтения моделируются при помощи аддитивной функции ценности, или полезности, зависящей от параметров (чаще всего от весов критериев) [86, 87], и создавались методы определения наибольших возможных изменений параметров, при которых оптимальная альтернатива оставалась оптимальной. Для параметрических отношений предпочтения, причем частичных (и без предположения о существовании функции ценности), подход к анализу чувствительности был развит в [88, 89]. Он предполагает, что параметр является векторным и все его компоненты являются величинами одной и той же размерности (в частности, безразмерны). Там же были предложены методы анализа чувствительности выбора к изменению точечных оценок (коэффициентов) важности. В [90, 91] разработаны методы анализа чувствительности выбора к изменению интервальных оценок важности. Однако существуют задачи, в которых используются модели предпочтений с параметрами важности разной размерности. Примером являются отношения частичного предпочтения, рассматриваемые в теории параметрической важности (неоднородных) критериев [92, 93, 94] и связанной с ней теорией интервалов неопределенности замещений [95, 96]. Для таких задач требуется разработка специального подхода к анализу чувствительности. Этой цели и посвящен дальнейший материал отчета.

2.2.2 Сведения из теории параметрической важности критериев

Далее изложение опирается на следующую математическую модель ситуации индивидуального выбора в условиях определенности при многих критериях:

$$M = \langle X, f_1, \dots, f_m, Z_1, \dots, Z_m, P \rangle, \quad (2.6)$$

где X – множество альтернатив, или вариантов, планов, стратегий, ... (число их не менее двух); f_1, \dots, f_m – критерии ($m \geq 2$), т.е. функции $f_i: X \rightarrow Z_i$, где $Z_i \subseteq \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ – область значений i -го критерия (множество его шкальных оценок); P – отношение (строгого) предпочтения ЛПР. Критерии f_i образуют векторный критерий $f = (f_1, \dots, f_m)$. Предполагается, что каждый из критериев независим по предпочтению от остальных и его бóльшие значения предпочтительнее меньших. Каждая альтернатива x из множества X характеризуется её векторной оценкой $y(x) = f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$. Множество всех векторных оценок (как достижимых, которые соответствуют альтернативам, так и гипотетических) есть $Z = Z_1 \times \dots \times Z_m$. Предполагается, что альтернатива полностью характеризуется её векторной оценкой, так что сравнение альтернатив по предпочтительности сводится к сопоставлению их векторных оценок. Поэтому задача выбора наилучшей альтернативы из множества X сводится к выбору наиболее предпочтительной векторной оценки из множества достижимых векторных оценок $Y = f(X) = \{y \in Z \mid y = f(x), x \in X\}$.

Предпочтения ЛПР моделируются при помощи отношения (строгого) предпочтения P на Z : yPz означает, что векторная оценка y более предпочтительна, чем z . Принимается допущение, что отношение P – строгий (частичный) порядок, т.е. оно антирефлексивно (для любой векторной оценки y неверно yPy) и транзитивно (для любых векторных оценок y, z, u из yPz и zPu следует yPu). Отношение P неизвестно и строится (восстанавливается) на основе информации о предпочтениях, получаемой от ЛПР и/или экспертов. Далее рассматривается случай, когда в состав такой информации входят сведе-

ния об относительной важности критериев. Поскольку бóльшие значения каждого критерия предпочтительнее его меньших значений, то полагается, что отношение предпочтения P согласовано с отношением Парето P^0 (т.е. верно $P^0 \subset P$), которое определяется так: $yP^0z \Leftrightarrow y_i \geq z_i, i \in M = \{1, \dots, m\}, x \neq y$.

Приведем сведения из теории параметрической важности критериев [92, 93, 94], необходимые для дальнейшего изложения. При этом для векторов из $\text{Re}^m, m \geq 2$, будем использовать следующие обозначения:

$$a \geq b \Leftrightarrow a_i \geq b_i, i = 1, 2, \dots, m;$$

$$a \geq b \Leftrightarrow (a \geq b, a \neq b); a > b \Leftrightarrow a_i > b_i, i = 1, 2, \dots, m.$$

Определение 2.1. Критерий f_i важнее критерия f_j с (положительным) параметром h^{ij} (это сообщение обозначается так: $\xi = i \succ^{h^{ij}} j$), когда векторная оценка y предпочтительнее векторной оценки z при $y - z = td^\xi$, где $t > 0$ и вектор d^ξ определяется следующим образом:

$$d_r^\xi = \begin{cases} h^{ij}, & r = i, \\ -1, & r = j, \\ r \neq i, j. \end{cases} \quad (2.7)$$

Согласно данному определению, сообщение ξ вводит на множестве векторных оценок Z отношение строгого предпочтения P^ξ следующим образом: $yP^\xi z \Leftrightarrow (y - z = td^\xi, t > 0)$. Заметим, что, согласно определению отношения P^ξ , уменьшение положительной величины h^{ij} приводит к расширению этого отношения.

Информация о параметрической важности критериев Ξ образуется множеством накопленных (полученных) сообщений вида ξ , т.е. $\Xi = \{\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^q\}$. Отношение (строгого) предпочтения, порождаемое информацией Ξ , обозначим через P^Ξ . Из векторов $d^k = d^{\xi^k}$, записывая их как строки, сформируем $q \times m$ -матрицу D^Ξ .

Так как отношение P в (2.6), согласно принятому допущению, является строгим частичным порядком, то отношение P^Ξ определяется как транзитивное замыкание объединения всех отношений P^{ξ^k} , и отношения Парето P^0 . В

соответствии с этим определением $yP^{\Xi}z$ выполнено в том и только в том случае, если существует цепочка $yP^1z^1, z^1P^2z^2, \dots, z^{n-1}P^nz$, где все $z^k \in Z$, а каждое P^r есть P^0 или P^{ξ^k} для некоторого $\xi^k \in \Xi$.

Отношение P^{Ξ} , определенное на Z , порождает на множестве альтернатив X соответствующее отношение предпочтения P_{Ξ} следующим образом: $x'P_{\Xi}x'' \Leftrightarrow f(x')P^{\Xi}f(x'')$.

Информация Ξ называется (внутренне) непротиворечивой, если верны q вложений $P^{\xi^k} \subseteq P^{\Xi}$ и $P^0 \subseteq P^{\Xi}$. Введем в рассмотрение множества:

$$\Lambda^{\Xi} = \{\lambda \in \text{Re}^m \mid \lambda > 0, D^{\Xi}\lambda > 0\}, \bar{\Lambda}^{\Xi} = \{\lambda \in \text{Re}^m \mid \lambda \geq 0, D^{\Xi}\lambda \geq 0\}. \quad (2.8)$$

Опираясь на теорему 2 из [93], нетрудно убедиться в том, что верна следующая

Теорема 2.1. При выполнении некоторых «технических условий» справедливы утверждения:

T1. Информация Ξ непротиворечива тогда и только тогда, когда $\Lambda^{\Xi} \neq \emptyset$;

T2. Если информация Ξ непротиворечива и $y \neq z$, то соотношение $yP^{\Xi}z$ верно тогда и только тогда, когда для любого $\lambda \in \bar{\Lambda}^{\Xi}$ верно неравенство $(y - z)\lambda \geq 0$.

T3. Если информация Ξ непротиворечива и $y \neq z$, то соотношение $yP^{\Xi}z$ верно тогда и только тогда, когда для некоторого вектора $u \in \text{Re}^q, u \geq 0$, верно векторное неравенство $y - z \geq uD^{\Xi}$.

Формулировки различных «технических условий» можно найти в [93, 94, 96]. Например, достаточно, чтобы все критерии были континуальны и не ограничены, или ограничены, но только строгими неравенствами.

2.2.3 Метод анализа чувствительности многокритериального выбора

Пусть информация о предпочтениях ЛПР представлена в виде информации о параметрической важности критериев Ξ . Заметим, что поскольку в оп-

ределение множества Λ^{Ξ} из (2.8) входят линейные однородные строгие неравенства, то для проверки непротиворечивости информации Ξ достаточно проверить совместность системы линейных нестрогих неравенств $\lambda \geq \mu^1, D^{\Xi} \lambda \geq \mu^2$, где μ^1 и μ^2 – произвольные положительные векторы соответствующих размерностей (можно считать, например, что все их компоненты равны 1). А для этого можно воспользоваться любым пакетом компьютерных программ линейного программирования.

Далее полагаем, что информация Ξ непротиворечива. Множество альтернатив X считается конечным: $X = \{x^1, \dots, x^j, \dots, x^n\}$.

Векторная оценка $y^j = f(x^j)$ называется недоминируемой (по P^{Ξ}), если не существует векторной оценки $y^l = f(x^l)$ такой, что верно $y^l P^{\Xi} y^j, l = 1, \dots, n$; альтернатива x^j также называется недоминируемой (по P_{Ξ}). В противном случае альтернатива x^j и ее векторная оценка y^j называются доминируемыми (по P_{Ξ} и P^{Ξ} соответственно). Множество недоминируемых векторных оценок внешне устойчиво: если y^l – доминируемая векторная оценка, то найдется недоминируемая векторная оценка y^j такая, что верно $y^j P^{\Xi} y^l$. Поэтому оптимальную альтернативу следует выбрать среди недоминируемых.

Целью анализа чувствительности отдельной недоминируемой альтернативы или множества таких альтернатив в целом к изменению параметров h^{ij} – компонент векторов λ^{ξ} из $\xi \in \Xi$ – является получение оценок максимально возможных изменений, при которых недоминируемость сохраняется. Как уже отмечалось выше, уменьшение положительных величин h^{ij} может привести лишь к расширению отношения P^{ξ} , а потому и к расширению отношения P^{Ξ} , а их увеличение – лишь к сужению этих отношений. Но после сужения отношения P^{Ξ} недоминируемые альтернативы останутся недоминируемыми. Поэтому для анализа чувствительности можно ограничиться рассмотрением случая уменьшения исходным параметров h^{ij} . Обозначим через $\widehat{\Xi}$ множество сообщений, полученное из Ξ путем уменьшения некоторых (в частности, всех) параметров h^{ij} – компонент векторов d^{ξ} из $\xi \in \Xi$, до $\widehat{h}^{ij} > 0$.

Векторную оценку y^l назовем потенциально доминирующей над векторной оценкой y^j , если найдется такое множество $\widehat{\Xi}$, что будет верно $y^l P^{\widehat{\Xi}} y^j$. Пусть верно $y^k P^{\widehat{\Xi}} y^j$. Если y^k доминируема по $P^{\widehat{\Xi}}$, то, в силу внешней устойчивости множества недоминируемых по $P^{\widehat{\Xi}}$ векторных оценок среди них найдется y^s такая, что верно $y^s P^{\widehat{\Xi}} y^k$. Но $P^{\widehat{\Xi}} \subseteq P^{\Xi}$ и отношение P^{Ξ} транзитивно. Поэтому верно и $y^s P^{\Xi} y^j$, так что y^j доминируется и по P^{Ξ} . Следовательно, при анализе чувствительности можно учитывать только те потенциально доминирующие векторные оценки, которые сами являются недоминируемыми по P^{Ξ} . В дальнейшем это положение специально не оговаривается.

В многокритериальных прикладных задачах критерии могут иметь разную «физическую» размерность, так что и параметры h^{ij} тоже могут иметь разную размерность. Для соизмерения степеней уменьшения этих параметров для разных пар критериев будем представлять уменьшенные параметры h^{ij} в таком виде:

$$\widehat{h}^k = \widehat{h}^{ij} = h^{ij} t_k, \quad 0 < t_k \leq 1. \quad (2.9)$$

Тогда соответствующие векторы $\widehat{d}^k = \widehat{d}^{\xi^k}$, согласно (2.9), будут иметь такие компоненты:

$$\widehat{d}_r^k = \begin{cases} h^{ij} t_k, & r = i, \\ -1, & r = j, \\ 0, & r \neq i, j. \end{cases}$$

Векторы \widehat{d}^k формируют матрицу \widehat{D}^{Ξ} .

Векторная оценка y^l будет потенциально доминирующей над векторной оценкой $y^j \neq y^l$, если и только если найдется такое значение векторного параметра $t = (t_1, t_2, \dots, t_q)$, что будет верно $y^l P^{\widehat{\Xi}} y^j$, т.е., согласно решающему правилу T2 из теоремы, если и только если для любого $\lambda \in \bar{\Lambda}^{\Xi}$ верно неравенство $(y - z)\lambda \geq 0$. Проверку выполнения последнего условия можно свести к решению оптимизационной задачи:

$$\sum_{i=1}^m (y_i^l - y_i^j) \lambda_i \rightarrow \min \quad (2.10)$$

при ограничениях:

$$\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m; \quad (2.11)$$

$$0 \leq t_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, q; \quad (2.12)$$

$$D \stackrel{\bar{\equiv}}{\equiv} \lambda \geq 0. \quad (2.13)$$

Если оптимальное значение целевой функции в задаче (2.10) – (2.13) неотрицательно, то векторная оценка y^l потенциально доминирует над векторной оценкой y^j . В противном случае такого доминирования нет.

Пусть $T^{lj} \subset \text{Re}^q$ – множество значений векторного параметра t , при которых y^l доминирует над y^j . Степень устойчивости альтернативы x^j относительно потенциально доминирующей над ней альтернативы x^l можно оценить с использованием расстояния b^{jl} от точки $t^* = (1, 1, \dots, 1)$ до множества T^{lj} :

$$b^{jl} = \inf_{t \in T^{lj}} b(t, t^*).$$

В качестве формул для вычисления расстояния b^{jl} можно использовать, например, одну из следующих:

$$b^{\Sigma}(t', t'') = \sum_{k=1}^q |t'_k - t''_k|, \quad b^{-}(t', t'') = \max_{k \in \{1, \dots, q\}} |t'_k - t''_k|.$$

И тогда

$$b^{\Sigma}(t, t^*) = \sum_{k=1}^q (1 - t_k), \quad b^{-}(t, t^*) = \max_{k \in \{1, \dots, q\}} (1 - t_k). \quad (2.14)$$

Для нахождения b^{jl} следует решить задачу минимизации выбранной целевой функции (например, из (2.14)):

$$b^{jl} \rightarrow \min$$

при ограничениях:

$$u_k \geq 0, 0 \leq t_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, q;$$

$$y - z \geq uD \stackrel{\bar{\equiv}}{\equiv}.$$

Пусть N^j – множество номеров всех альтернатив, потенциально доминирующих над x^j . Степень устойчивости альтернативы x^j можно характеризовать величиной

$$b^j = \min_{j \in N^j} b^{jl}.$$

Для оценки степени устойчивости множества недоминируемых альтернатив $X^* = \{x^{*1}, \dots, x^{*s}\}$ в целом можно было бы предложить использовать показатель $b = \min_{j \in \{1, \dots, s\}} b^j$. Однако он обладает тем недостатком, что учитывает возможность потенциального доминирования одних альтернатив из X^* над другими, что противоречит самой идее оценивания устойчивости множества X^* как единого целого. Поэтому для указанной цели предлагается использовать показатель b^* , получаемый следующей модификацией показателя b^{*j} . Для фиксированной альтернативы $x^{*l} \in X^*$ пусть X^l – множество альтернатив из $X \setminus X^*$, потенциально доминирующих над x^{*l} , N^{*l} – множество номеров таких вариантов, $b^{*l} = \min_{j \in N^{*l}} b^{jl}$. Тогда $b^* = \min_{l \in \{1, \dots, L\}} b^{*l}$.

Предложенный метод анализа чувствительности выбора к изменению оценок параметрической важности критериев и, в частности, к изменению интервалов неопределенности замещений критериев, связан с необходимостью решения нелинейных оптимизационных задач. Поэтому встает проблема разработки линейных методов анализа чувствительности для тех классов параметрической важности, для которых известны аналитические решающие правила, основанные на проверке выполнения линейных неравенств. Разработка указанной проблемы – цель дальнейших исследований.

2.2.4 Некоторые выводы

Предложена постановка задачи анализа чувствительности многокритериального выбора к изменению оценок параметрической важности критериев и, в частности, к изменению интервалов неопределенности замещений крите-

риев; предложен общий метод проведения такого анализа для отдельных недоминируемых альтернатив и для множества альтернатив в целом.

Результаты проведенных исследований нашли отражение в работе [97].

2.3 Сравнительное исследование функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений

Основной задачей теории коллективного выбора является описание способов определения альтернатив, которые должны быть выбраны из числа имеющихся в наличии вариантов на основании мнения о них индивидуальных участников процесса принятия коллективных решений.

Математически выбор моделируется функцией выбора. Были рассмотрены четыре схожие функции, зависящие от коллективных предпочтений, моделируемых мажоритарным отношением: объединение минимальных P -доминирующих множеств MPD , объединение минимальных слабо-внешнеустойчивых множеств $MWES$, объединения минимальных P - и R -внешнеустойчивых множеств $MPES$ и $MRES$. Они не привлекали большого внимания теоретиков коллективного выбора, однако анализ их свойств показывает, что две из них, а именно $MPES$ и $MRES$, могут быть полезными инструментами выбора (например, при построении агрегированных рейтингов), а их имплементация (в определенных обстоятельствах) возможна.

2.3.1 Модель коллективного выбора, зависящего от коллективных предпочтений

Дано общее множество альтернатив X . Далее оно полагается конечным, однако будет затронут вопрос об обобщении представленных результатов на случай бесконечных множеств. Группа лиц G , $|G|=n \geq 2$, принимает коллективные решения, которые сводятся к выбору альтернатив из непустого подмножества A множества X . Множество A рассматривается как переменная ве-

личина. Оно представляет совокупность доступных для выбора альтернатив и называется предъявлением.

Мнение отдельного участника процесса принятия коллективных решений $i, i \in G$, об альтернативах из X , определяющее его индивидуальный выбор, моделируется бинарным отношением P_i на X , $P_i \subseteq X \times X$, фиксирующим результаты попарного сравнения альтернатив. Если при сравнении пары альтернатив x и y участник i отдает предпочтение альтернативе x , то говорят, что упорядоченная пара (x, y) принадлежит отношению P_i или « x P_i -доминирует над y ». Отношение P_i называется строгими предпочтениями участника i . Если выбирающий не способен решить, какая из двух альтернатив лучше, или считает их равноценными, то предполагается, что он не предпочитает ни одну из них другой. Такие пары составляют отношение безразличия данного участника $I_i = \{(x, y) \in X \times X \mid (x, y) \notin P_i \ \& \ (y, x) \notin P_i\}$. Объединение отношений P_i и I_i называется нестрогими предпочтениями: $R_i = P_i \cup I_i$. Отношение $P_i|_A = P_i \cap A \times A$ называется сужением отношения P_i на предъявление A . Множество $P = \{P_i \mid i \in G\}$ называется профилем индивидуальных предпочтений группы G .

Коллективный выбор моделирует функция $SC(A, P): 2^X \setminus \emptyset \times (2^{X^2})^n \rightarrow 2^X$, аргументами которой являются предъявление и профиль индивидуальных предпочтений, а значениями – подмножества предъявлений, соответствующие выбранным альтернативам. Предполагается, что функция коллективного выбора зависит от A и P через $P|_A = \{P_i|_A \mid i \in G\}$, $SC(A, P) = SC(P|_A)$, то есть, выбор не зависит от мнения участников об альтернативах недоступных для выбора.

На основании профиля индивидуальных предпочтений также можно определить отношение $P = P(P)$, $P \subseteq X \times X$, моделирующее строгие коллективные предпочтения. Еще одно предположение, используемое в настоящей работе, состоит в том, что функция коллективного выбора зависит только от сужения коллективных предпочтений на предъявление: $SC(A, P) = SC(P(P)|_A)$. Взятые вместе, первое и второе предположения требуют, чтобы операция агрегиро-

вания индивидуальных предпочтений в коллективные коммутировала с сужением на предъявление: $P(P)|_A = P(P|_A)$. Это свойство процедуры агрегирования называется независимостью от посторонних альтернатив по Эрроу [98]. Подразумевая наличие данного свойства, далее вместо $P(P)|_A$ мы будем писать просто P .

Если функция выбора $SC(P)$ удовлетворяет аксиомам нейтральности (независимости выбора от имен альтернатив) и непустоты выбора, а также соответствует принципу Кондорсе, то ее называют турнирным решением [99].

Рассматриваемые функции выбора являются турнирными решениями, зависящими от коллективных предпочтений P , определенных с помощью правила простого большинства: x P -доминирует над y , если число тех, кто предпочитает альтернативу x альтернативе y , больше числа тех, кто предпочитает альтернативу y альтернативе x , $xPy \Leftrightarrow |G_1| > |G_2|$, где $G_1 = \{i \in G \mid xP_i y\}$, $G_2 = \{i \in G \mid yP_i x\}$. Выбор этого правила агрегирования однозначно определяется рядом естественных аксиоматических условий [100], в число которых входит независимость от посторонних альтернатив по Эрроу.

Из определения следует, что P асимметрично, $(x, y) \in P \Rightarrow (y, x) \notin P$. Если имеет место $(x, y) \notin P \wedge (y, x) \notin P$, то говорят, что x и y находятся в отношении равенства голосов T , $T \subseteq A \times A$, $(x, y) \in T \wedge (y, x) \in T$. Очевидно, что T - симметрично. Объединение P и T моделирует нестрогие коллективные предпочтения и обозначается R , $R = P \cup T$.

Выбор P -недоминируемой альтернативы в общем случае невозможен, так как таковых может не быть. Этот результат известен как «парадокс Кондорсе» [101]. Из-за него приходится вводить иные, нетривиальные принципы выбора наилучших вариантов. Исследуемые решения основаны на принципе выбора альтернатив, принадлежащих множеству с каким-либо «хорошим» свойством.

Подмножество B предъявления A называется:
 P -доминирующим, если $\forall x \in A, \exists y \in B: yPx$ [102];

P -внешнеустойчивым, если $\forall x \in A \setminus B, \exists y \in B: yPx$ [103];

R -внешнеустойчивым, если $\forall x \in A \setminus B, \exists y \in B: yRx$ [104];

слабо-устойчивым, если $\forall x \in A \setminus B, \forall z \in B, xPz \Rightarrow (\exists y \in B: yPx)$ [105].

Множество называется минимальным относительно некоторого свойства, если ни одно из его подмножеств, кроме него самого, этим свойством не обладает. Наилучшей считается альтернатива, принадлежащая хотя бы одному минимальному множеству, поэтому решениями являются объединение минимальных P -доминирующих множеств MPD ; объединение минимальных P -внешнеустойчивых множеств $MPES$, объединение минимальных R -внешнеустойчивых множеств $MPES$ и объединение минимальных слабо-устойчивых множеств $MWES$.

Идея выбора минимального P -внешнеустойчивого множества впервые встречается в [106]. Однако авторы никак её не развивают и не используют. Независимо от них и в другом контексте $MPES$ было определено Субочевым [107] по аналогии с минимальным слабо-устойчивым множеством, предложенным Алескеревым и Курбановым [105]. Минимальное R -внешнеустойчивое множество было введено Алескеревым и Субочевым [104, 108] по аналогии с $MPES$. Минимальное P -доминирующее множество было введено в настоящем исследовании [109].

2.3.2 Характеристические теоремы

Получены новые формулировки двух характеристических теорем, доказанных ранее Субочевым [107] и Алескеревым и Субочевым [104, 108], а также одна новая теорема, доказанная в ходе исследования. Эти теоремы связывают три рассматриваемых решения с другим широко известным турнирным решением - непокрытым множеством [110, 111].

Пусть Q – бинарное отношение на X , $Q \subseteq X \times X$. Множество альтернатив, которые Q -доминируют альтернативу x , называется её верхним срезом

$Q(x)=\{y \in X \mid yQx\}$. Множество альтернатив, которые Q -доминируемы альтернативой x , называется её нижним срезом $Q^{-1}(x)=\{y \in X \mid xQy\}$.

Отношение покрытия $C(P|_A)$ и по Миллеру, и по Фишберну есть усиленная версия строгих коллективных предпочтений $P|_A$: $C(P|_A) \subseteq P|_A$.

Альтернатива x покрывает альтернативу y по Миллеру в предъявлении A , если x строго лучше y , и любая альтернатива в A , которая строго хуже y , также строго хуже x : $x C_M(P|_A) y \Leftrightarrow x P|_A y \wedge P|_A^{-1}(y) \subset P|_A^{-1}(x)$.

Альтернатива x покрывает альтернативу y по Фишберну в предъявлении A , если x строго лучше y , и любая альтернатива в A , которая строго лучше x , также строго лучше y : $x C_F(P|_A) y \Leftrightarrow x P|_A y \wedge P|_A(x) \subset P|_A(y)$.

Альтернатива x нестрого покрывает альтернативу y по Миллеру $x C_{WM}(P|_A) y \Leftrightarrow P|_A^{-1}(y) \subset P|_A^{-1}(x)$.

Альтернатива x нестрого покрывает альтернативу y по Фишберну $x C_{FM}(P|_A) y \Leftrightarrow x P|_A y \wedge P|_A(x) \subset P|_A(y)$.

Важно отметить, что ни для какой из четырех версий отношение $C(P|_A)$ не является сужением отношения $C(P)$ на A : $C(P|_A) \not\subseteq C(P)|_A$.

Множество альтернатив не покрытых в A никакими альтернативами называется непокрытым множеством предъявления A . Множество непокрытых в A альтернатив, которые также не покрыты в A никакими альтернативами нестрого, называется внутренним непокрытым множеством предъявления A . Непокрытые множества по Миллеру и Фишберну, а также их внутренние версии обозначаются UC_M и UC_F , UC_{IM} и UC_{IF} , соответственно.

Теорема 2.2. Пусть $|X| < \infty$. Альтернатива x принадлежит объединению минимальных P -внешнеустойчивых множеств $MPES$ в том и только в том случае, если она строго лучше некоторой альтернативы из непокрытого множества Фишберна или сама принадлежит к этому множеству,

$$x \in MPES \Leftrightarrow \exists y: y \in P^{-1}(x) \cap UC_F \vee x \in UC_F.$$

Следствие 2.1. $MPES = \bigcup_{x \in UC_F} P(x) \cup UC_F$.

Теорема 2.3. Пусть $|X| < \infty$. Альтернатива x принадлежит объединению минимальных R -внешнеустойчивых множеств $MRES$ в том и только в том случае, если она не хуже некоторой альтернативы из внутреннего непокрытого множества Миллера,

$$x \in MRES \Leftrightarrow \exists y: y \in R^{-1}(x) \cap UC_{IM}.$$

Следствие 2.2. $x \in MRES \Leftrightarrow \exists y: y \in R^{-1}(x) \cap UC_{IM} \vee x \in UC_M$.

Следствие 2.3. $MRES = \bigcup_{x \in UC_{IM}} R(x) = \bigcup_{x \in UC_{IM}} R(x) \cup UC_M$.

Теорема 2.4. Пусть $|X| < \infty$. Альтернатива x принадлежит объединению минимальных P -доминирующих множеств MPD в том и только в том случае, если она строго лучше некоторой альтернативы из внутреннего непокрытого множества Фишберна,

$$x \in MPD \Leftrightarrow \exists y: y \in P^{-1}(x) \cap UC_{IF}.$$

Следствие 2.3. $MPD = \bigcup_{x \in UC_{IF}} P(x)$.

Эти теоремы дают удобный способ вычислять вышеназванные решения. Его описание можно найти в [108].

С помощью Теоремы 2.4 также можно показать, что, в отличие от $MPES$ и $MRES$, объединение минимальных P -доминирующих множеств не связано отношением вложения с непокрытым множеством в случае конечного турнира, а следовательно ни с одной из его версий в общем случае.

Теорема 2.4 может быть обобщена на случай произвольного топологического пространства альтернатив X . Достаточным условием этого обобщения является компактность общего множества альтернатив X в топологии, порожденной предбазой, состоящей из нижних срезов всех альтернатив по отношению P . В силу этого условия каждое P -доминирующее множество содержит минимальное, а любое минимальное P -доминирующее множество оказывается конечным. Поскольку любое конечное P -доминирующее множество является P - и R -внешнеустойчивым, а в любом конечном P - или R -

внешнеустойчивом множестве есть минимальное P - или R -внешнеустойчивое множество, то данное топологическое условие также оказывается достаточным условием непустоты всех трех исследуемых решений.

Также в общем случае топологического пространства X из Теорем 2.2 и 2.3 получают необходимые условия принадлежности альтернативы одному из минимальных P -внешнеустойчивых множеств, одному из минимальных R -внешнеустойчивых множеств и одному из минимальных слабоустойчивых множеств.

2.3.3 Аксиомы функций выбора

Основной задачей исследования был аксиоматический анализ решений. Теоретиками коллективного выбора были сформулированы следующие свойства или аксиомы для произвольных функций выбора, аргументом которых является предъявление.

Пусть $S(A): 2^X \setminus \emptyset \rightarrow 2^X$ – функция выбора, определенная для всех непустых предъявлений из множества X , $S(A) \subseteq A$.

Наследование (свойство Чернова, свойство α Сена [112]). Функция выбора $S(A)$ обладает этим свойством, если $\forall A, \forall B, B \subseteq A \Rightarrow S(A) \cap B \subseteq S(B)$.

Монотонность (по предъявлению): $\forall A, \forall B, B \subseteq A \Rightarrow S(B) \subseteq S(A)$.

Слабая монотонность (обратное свойство Чернова): $\forall A, \forall B, (B \subseteq A \wedge B \cap S(A) \neq \emptyset) \Rightarrow S(B) \subseteq S(A)$.

Суперслабая монотонность (свойство β Сена [112]): $\forall A, \forall B, (B \subseteq A \wedge S(B) \cap S(A) \neq \emptyset) \Rightarrow S(B) \subseteq S(A)$.

Согласие (аксиома расширения, свойство γ Сена [112]): $\forall A, \forall B, S(A) \cap S(B) \subseteq S(A \cup B)$.

Независимость от последовательности выбора: $\forall A, \forall B, S(A \cup B) = S(S(A) \cup B)$.

Идемпотентность: $\forall A, S(S(A)) = S(A)$.

Условие Айзермана [113]: $\forall A, \forall B, S(A) \subseteq B \subseteq A \Rightarrow S(B) \subseteq S(A)$.

Независимость от посторонних альтернатив по Нэшу [114] (отбрасывание): $\forall A, \forall B, S(A) \subseteq B \subseteq A \Rightarrow S(B) = S(A)$.

Если функция выбора зависит, как в рассматриваемом нами случае, ещё и от коллективных предпочтений P , то можно определить свойства, связанные с изменением P .

Монотонность по коллективным предпочтениям [99]:

$$\forall P, \tilde{P} \subseteq X \times X, \forall A \subseteq X, \forall x \in S(P|_A), (P|_{A \setminus \{x\}} = \tilde{P}|_{A \setminus \{x\}} \wedge \forall y \in A, xPy \Rightarrow x\tilde{P}y) \Rightarrow x \in S(\tilde{P}|_A).$$

Независимость от предпочтений относительно посторонних альтернатив (независимость от проигравших [99]):

$$\forall P, \tilde{P} \subseteq X \times X, \forall A \subseteq X, (\forall x \in S(P|_A), \forall y \in A, xPy \Leftrightarrow x\tilde{P}y) \Rightarrow S(P|_A) = S(\tilde{P}|_A).$$

Ни одно турнирное решение не удовлетворяет аксиоме независимости от последовательности выбора и аксиоме монотонности по предъявлению (а также её слабой и суперслабой версиям).

Теорема 2.5. Функция коллективного выбора *MPD* не обладает ни одним из перечисленных выше свойств. Функция коллективного выбора *MWES* не обладает ни одним из перечисленных выше свойств, кроме монотонности по коллективным предпочтениям.

Теорема 2.6. Функции коллективного выбора *MPES* и *MRES* обладают такими свойствами как независимость от посторонних альтернатив по Нэшу (отбрасывание), идемпотентность, свойство Айзермана, монотонность по коллективным предпочтениям и независимость от предпочтений относительно посторонних альтернатив. При этом они не удовлетворяют аксиоме согласия и аксиоме наследования.

Независимость функции выбора от посторонних альтернатив по Нэшу является более слабым аналогом независимости от посторонних альтернатив по Эрроу. Согласно теореме Эрроу [98] невозможно построить функцию коллективного благосостояния (значением которой является рейтинг альтер-

натив из X), одновременно удовлетворяющей аксиомам анонимности, нейтральности, Парето-оптимальности и независимости от посторонних альтернатив по Эрроу. Однако, существуют анонимные и нейтральные функции коллективного благосостояния, удовлетворяющие аксиомам Парето-оптимальности и независимости от посторонних альтернатив по Нэшу. Например, таким способом ранжирования является сортировка с помощью турнирных решений, основанных на правиле большинства и удовлетворяющих свойству независимости от посторонних альтернатив по Нэшу. Таким образом, из Теоремы 2.6 следует, что турнирные решения *MPES* и *MRES* удобно применять для построения агрегированных ранжирований. Турнирное решение *MPES* было использовано при построении ранжирований научных журналов в работах [115, 116, 117].

2.3.4 Возможность имплементации

Функции коллективного выбора, как было сказано выше, дают нормативное описание выбора, то есть они говорят нам о том, какие альтернативы следовало бы выбрать. Однако, как показывает пример дилеммы заключенных, оптимальная для общества альтернатива может оказаться невыбранной ввиду оппортунистического поведения индивидов, участвующих в принятии коллективных решений. Поэтому необходимо сочетать представления о правильном выборе со структурой и результатами реальных стратегических взаимодействий индивидов, описываемых некооперативной игрой.

Функция коллективного выбора называется *имплементируемой* (реализуемой) с помощью равновесий Нэша, если существует такая некооперативная игра, в которой множество результатов всех равновесий Нэша всегда совпадает с множеством альтернатив, которые в данных условиях (то есть для данного профиля индивидуальных предпочтений) должны быть выбраны согласно рассматриваемой функции коллективного выбора.

Необходимым условием имплементируемости функции коллективного выбора с помощью равновесий Нэша является ее монотонность по Маскину

[118]. Зафиксируем множество альтернатив, доступных для выбора A . Функция коллективного выбора $SC(\mathfrak{P})$, зависящая от профиля индивидуальных предпочтений \mathfrak{P} называется монотонной по Маскину, если $\forall \mathfrak{P}, \tilde{\mathfrak{P}}, \forall x \in SC(\mathfrak{P}), (\forall i \in G, P_i^{-1}(x) \subseteq \tilde{P}_i^{-1}(x) \wedge R_i^{-1}(x) \subseteq \tilde{R}_i^{-1}(x)) \Rightarrow x \in SC(\tilde{\mathfrak{P}})$. То есть монотонность функции выбора по Маскину означает, что любую альтернативу, которая была выбрана (при \mathfrak{P}), выберут снова (при $\tilde{\mathfrak{P}}$), если никто из тех, от чьего мнения зависит выбор, не стал думать о ней хуже.

Известно, что любое турнирное решение немонотонно по Маскину, поскольку это свойство несовместимо с аксиомой нейтральности и принципом Кондорсе. Однако, как было показано Ипек Санвер и Ремзи Санвером [119], если предпочтения участников процесса принятия коллективных решений можно расширить с отдельных альтернатив на множества альтернатив, то некоторые турнирные решения имплементировать с помощью равновесий Нэша можно. Достаточным условием их имплементируемости является монотонность по Санверам (она же монотонность относительно покрытия – *cover monotonicity*). Зафиксируем множество альтернатив, доступных для выбора A . Турнирное решение (зависящая от коллективных предпочтений функция выбора) $SC(P)$ обладает свойством монотонности по Санверам (монотонности относительно покрытия), если

$$\forall P, \tilde{P} \subseteq A \times A, (\forall x \in SC(P), P^{-1}(x) \subseteq \tilde{P}^{-1}(x) \wedge R^{-1}(x) \subseteq \tilde{R}^{-1}(x)) \Rightarrow SC(P) \subseteq SC(\tilde{P}).$$

Теорема 2.7. Функции коллективного выбора $MPES$ и $MRES$ монотонны по Санверам, функции MPD и $MWES$ – нет.

Таким образом, турнирные решения $MPES$ и $MRES$ можно имплементировать с помощью равновесий Нэша, хотя и в нестандартных условиях, когда у участников процесса принятия коллективных решений есть предпочтения не только относительно отдельных альтернатив, но и их множеств.

2.3.5 Некоторые выводы

Таким образом, в этом подразделе отчета проведено исследование четырёх функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений, моделируемых бинарным отношением (так называемых турнирных решений), основанных на принципе устойчивости: объединения минимальных P -доминирующих множеств, объединения минимальных P -внешнеустойчивых множеств, объединения минимальных R -внешнеустойчивых множеств и объединения минимальных слабоустойчивых множеств. Для этих решений установлены некоторые свойства и их теоретико-множественные соотношения как друг с другом, так и с другими турнирными решениями. Установлены также некоторые свойства процедур построения агрегированных ранжирований, основанных на правиле большинства и сортировке с помощью объединения минимальных P -внешнеустойчивых множеств или объединения минимальных R -внешнеустойчивых множеств.

Результаты этих исследований нашли отражение в работе [109].

2.4 Задача оценки степени разнообразия предпочтений в группе

2.4.1 Постановка задачи и обзор работ

Разнообразие предпочтений в группе является агрегированным понятием, отражающим отсутствие совпадения мнений между индивидами, уровень разногласия, поляризованность, сложность достижения соглашения, и т.д. Степень разнообразия предпочтений является ключевым параметром в теории коллективного выбора и паросочетаний. Низкое разнообразие предпочтений отражает невысокую конфликтность в группе, упрощает проблему голосования, уменьшает частоту парадокса Кондорсе и предотвращает успешное манипулирование. Однородность предпочтений увеличивает конкуренцию на двухсторонних рынках и влияет на стабильность рыночных механизмов.

Важность разнообразия предпочтений раскрыта в разных моделях. Лепелье и Валонь [120] нашли положительную взаимосвязь между стратегическим манипулированием и разнообразием предпочтений в модели Пойа-Эггенбергера. Герлейн, Мойову и Лепелье [121] обнаружили, что возрастание количество типов предпочтений агентов увеличивает вероятность манипулирования. Герлейн и Лепелье [122, 123] обобщили результаты по связи разнообразия и частоты парадокса Кондорсе. Халабурда [124] показала, что в проблеме расширенных паросочетаний раннее заключение контрактов более вероятно при более однородных предпочтениях. Будро и Кноблаух [125] изучали связь между разнообразием предпочтений и ценой стабильности в обобщенных паросочетаниях. Манеа [126] нашел связь между вероятностью того что механизм серийного диктатора ординально эффективен, и степенью однородности предпочтений.

Наше исследование сфокусировано на ординальных измерителях разнообразия предпочтений. Индексы разнообразия предпочтений отражают только соответствующий порядок профилей предпочтений. Профили предпочтений с разным количеством агентов или альтернатив являются несравнимыми. Существуют несколько аксиоматических обоснований для конкретных индексов измерения разнообразия [127, 128, 129]. Все эти работы берут своё начало в свойствах индексов, а не свойствах упорядочений профилей предпочтений. Единственной информацией, которую они используют, является взвешенная турнирная матрица. В данной работе мы покажем, что этой матрицы недостаточно для построения достаточно хорошего индекса разнообразия.

Алкалде-Унзу и Форзац [128] обнаружили парадокс 3 агентов и 3 альтернатив. Они показали, что не существует основанного на расстояниях индекса измерения разнообразия с арифметическим средним в качестве агрегатора, который может отразить правильный порядок на интуитивно упорядоченных профилях предпочтений. Мы усиливаем этот парадокс, рассматривая все профили с тремя агентами и тремя альтернативами. Этот порядок мы на-

зывается базовый порядок 3×3 . Мы развиваем аксиоматику из работы Хашеми, Эндрисс [130], добавляя несколько новых аксиом. Мы показываем, что все ранее предложенные индексы измерения разнообразия не способны отобразить базовый порядок 3×3 .

Данное исследование не нацелено на поиск одного уникального индекса измерения разнообразия, который удовлетворял бы всем свойствам. Разные индексы необходимы для разных исследовательских задач, но каждый индекс должен соответствовать некоторому общему слабому критерию и базовый порядок 3×3 становится этим критерием.

В этом подразделе отчета приведены результаты по решению поставленной выше задачи для 3 агентов и 3 альтернатив. Предложены два новых порядка профилей предпочтений. Один из них – это индекс, основанный на расстояниях, с геометрическим средним в качестве агрегатора. Второй индекс основан на лексикографическом сравнении.

Остальная часть раздела организована следующим образом. Пункт 2.4.2 описывает аксиомы индексов разнообразия и разбирает случай 3 агентов и 3 альтернатив. Пункт 2.4.3 представляет разные индексы измерения разнообразия. Пункт 2.4.4 представляет лексикографические порядки разнообразия профилей предпочтений. Пункт 2.4.5 содержит некоторые выводы.

2.4.2 Описание модели разнообразия предпочтений в группе

Пусть конечное множество $X = \{1, \dots, m\}$, $m \geq 2$ является множеством альтернатив и конечное множество $\mathcal{N} = \{1, \dots, n\}$, $n \geq 2$ является множеством агентов (избирателей). Каждый агент $i \in \mathcal{N}$ имеет строгий порядок P_i на X (линейный порядок). Пусть $\mathcal{L}(X)$ является множеством всех возможных линейных порядков на X . n линейных порядков образуют профиль предпочтений $\mathcal{P} = (P_1, \dots, P_n) \in \mathcal{L}(X)^n$. Функция $\text{pos}(P_i, j) = |\{x \in X | x P_i j\}| + 1$ указывает на позицию кандидата j в порядке P_i .

В рамках данной модели имена агентов и альтернатив не имеют значение. Анонимные и нейтральные классы эквивалентности (АНКЭ) – это множество профилей предпочтений, в котором каждый порядок можно получить из другого порядка из этого множества, применив перестановку имен агентов и альтернатив. Перестановка агентов обычно будет обозначаться $\sigma: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N}$, и перестановка альтернатив $\tau: X \rightarrow X$. Образ профиля \mathcal{P} при перестановках σ, τ обозначается как $(\mathcal{P}^\sigma)^\tau$. Профили предпочтений $\mathcal{P}, \mathcal{P}'$ принадлежат одному АНКЭ тогда и только тогда, когда существуют перестановки $\sigma: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N}, \tau: X \rightarrow X$ такие, что $(\mathcal{P}^\sigma)^\tau = \mathcal{P}'$. Это отношение является симметричным и обозначается как $\mathcal{P} \sim_{\text{АНКЭ}} \mathcal{P}'$.

Порядок разнообразия профилей предпочтений это бинарное отношение \succsim на множестве профилей предпочтений $\mathcal{L}(X)^n$. Строгое отношение \succ означает ‘более разнообразно’, \sim означает ‘эквивалентно’.

2.4.2.1 Аксиоматический анализ

Практически все работы по измерению разнообразия сфокусированы на свойствах индексов разнообразия. Индексы измерения разнообразия отражают соответствующий порядок профилей предпочтений. Данное исследование стартует со свойств порядков профилей предпочтений. Хашеми и Эндрисс [130] разработали несколько аксиом, шесть из которых представлены ниже.

Аксиома 1. Порядок \succsim является анонимным, если для любой перестановки $\sigma: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N}$ мы имеем $\mathcal{P} \sim \mathcal{P}^\sigma$.

Аксиома 2. Порядок \succsim является нейтральным, если для любой перестановки $\tau: X \rightarrow X$ мы имеем $\mathcal{P} \sim (\mathcal{P})^\tau$.

Аксиома 3. Порядок \succsim является строго различающим, если из $\mathcal{P} \sim_{\text{АНКЭ}} \mathcal{P}'$ следует $\mathcal{P} \sim \mathcal{P}'$, и из $\mathcal{P} \not\sim_{\text{АНКЭ}} \mathcal{P}'$ следует $\mathcal{P} \not\sim \mathcal{P}'$.

Аксиома 4. Порядок \succsim является слабо различающим, если из того, что \mathcal{P} совершенно однородный и \mathcal{P}' не является совершенно однородным, следует $\mathcal{P}' \succ \mathcal{P}$.

Аксиома 5. Порядок \succsim является инвариантным, если из $\text{Supp}(\mathcal{P}) = \text{Supp}(\mathcal{P}')$ следует $\mathcal{P} \sim \mathcal{P}'$.

Аксиома 6. Порядок \succsim является нелокальным, если для любого профиля $\mathcal{P} = (P_1, \dots, P_n)$ и любого агента $i \in \mathcal{N}$ существует линейный порядок $P \in \mathcal{L}(X)$ такой, что $\mathcal{P} \not\sim (P_1, \dots, P_{i-1}, P, P_{i+1}, \dots, P_n)$.

Аксиома 7. Порядок \succsim является независимым, если $\mathcal{P} \succsim \mathcal{P}'$ тогда и только тогда $\mathcal{P} \cup P \succsim \mathcal{P}' \cup P$ для любых двух профилей предпочтений $\mathcal{P}, \mathcal{P}' \in \mathcal{L}(X)^n$ и каждый линейный порядок $P \notin \text{Supp}(\mathcal{P}) \cup \text{Supp}(\mathcal{P}')$.

Утверждение 2.1. Бинарное отношение $\sim_{\text{АНЕС}}$ не удовлетворяет нелокальности и независимости.

Доказательства Утверждения 2.1 и последующих утверждений данного подраздела отражены в работе [131].

Так как бинарное отношение $\sim_{\text{АНЕС}}$ нарушает нелокальность и независимость, то любое бинарное отношение, удовлетворяющее свойствам нейтральности и анонимности, будет нарушать нелокальность и независимость.

Строгая различимость также является очень ограничивающим свойством. Для многих правил агрегирования сравнение лучших альтернатив также важно, как сравнение худших альтернатив. Такой тип симметрии изучен в Бубболони и Гори [132]. Они ввели симметрию изменения порядка. Применяя этот вид симметрии к проблеме измерения разнообразия, мы получим аксиому 8. Если каждый агент поменяет порядок предпочтения на каждой паре альтернатив, то разнообразие профиля предпочтений сохранится. Применение симметрии ослабляет аксиому строгой различимости.

Аксиома 8. Порядок \succsim удовлетворяет свойству симметрии изменения порядка тогда и только тогда для любых $\mathcal{P}, \mathcal{P}'$, таких что $\forall x \in X, \forall i \in \mathcal{N}$, $\text{pos}(P_i, x) = m + 1 - \text{pos}(P'_i, x)$, мы имеем $\mathcal{P} \sim \mathcal{P}'$.

Аксиома 9. Порядок \succsim удовлетворяет свойству различимости относительно симметрии изменения порядка, если $\mathcal{P} \sim_{\text{ANEC}} \mathcal{P}'$ или $\forall x \in X, \forall i \in \mathcal{N}$ существуют перестановки $\sigma: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N}$ и $\tau: X \rightarrow X$, такие что из $\text{pos}((P_i^\sigma)^\tau, x) = m - \text{pos}(P'_i, x)$ следует $\mathcal{P} \sim \mathcal{P}'$, иначе $\mathcal{P} \not\sim \mathcal{P}'$.

Разнообразие предпочтений является комплексным феноменом, который может быть формализован разнообразными способами. Здесь мы приводим множество аксиом, отражающих разные аспекты измерения разнообразия. Строгая и слабая монотонность (Аксиомы 14 и 15) отличаются от монотонности из Хашеми и Эндрисс [130]. Слабая монотонность (аксиома 15) совпадает со свойством монотонности из Алкалде-Унзу и Форзац [127, 128].

Аксиома 10. Порядок \succsim удовлетворяет свойству разнообразий по лучшим альтернативам, если из

$$\{x \in X \mid \exists i \in \mathcal{N}: \forall y \in X \setminus \{x, xP_i y\}\} \subset \{x \in X \mid \exists i \in \mathcal{N}: \forall y \in X \setminus \{x, xP'_i y\}\}$$

следует $\mathcal{P}' \succsim \mathcal{P}$.

Аксиома 11. Порядок \succsim удовлетворяет свойству разнообразий по худшим альтернативам, если из

$$\{x \in X \mid \exists i \in \mathcal{N}: \forall y \in X \setminus \{x, yP_i x\}\} \subset \{x \in X \mid \exists i \in \mathcal{N}: \forall y \in X \setminus \{x, yP'_i x\}\}$$

следует $\mathcal{P}' \succsim \mathcal{P}$.

Аксиома 12. Порядок \succsim удовлетворяет свойству Кондорсе, если $\mathcal{P}' \succsim \mathcal{P}$ тогда и только тогда профиль предпочтений \mathcal{P} имеет ациклический мажоритарный граф и профиль предпочтений \mathcal{P}' не имеет ациклический мажоритарный граф.

Аксиома 13. Порядок \succsim удовлетворяет свойству строгой монотонности, если $\mathcal{P}' \succsim \mathcal{P}$ тогда и только тогда существует профиль предпочтений $P \in \mathcal{P}'$

такой что $|\{i \in \mathcal{N} | P'_i = P\}| > n/2$, и $\{i \in \mathcal{N} | P'_i = P\} \subset \{i \in \mathcal{N} | P_i = P\}$, и для всех $i \in \mathcal{N}$, такой что $P_i \neq P$, $P_i = P'_i$.

Аксиома 14. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству слабой монотонности, если $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$ тогда и только тогда существуют альтернативы $x, y \in X$ такие что $|\{i \in \mathcal{N} | xP'_iy\}| > |\{i \in \mathcal{N} | yP'_ix\}|$, и $\{i \in \mathcal{N} | xP'_iy\} \subset \{i \in \mathcal{N} | xP_iy\}$, и для всех $\{w, z\} \neq \{x, y\}$ мы имеем $\{i \in \mathcal{N} | wP'_iz\} = \{i \in \mathcal{N} | wP_iz\}$.

Аксиома 15. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству монотонности победителя по Борда, если из $BordaWinnerScore(\mathcal{P}') < BordaWinnerScore(\mathcal{P})$ следует $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$.

Аксиома 16. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству монотонности проигравшего по Борда, если из $BordaLoserScore(\mathcal{P}') > BordaLoserScore(\mathcal{P})$ следует $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$.

Аксиома 17. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству монотонности по еди-
ногласию, если из
 $|\{(x, y) \in X \times X | \forall i \in \mathcal{N} xP_iy\}| > |\{(x, y) \in X \times X | \forall i \in \mathcal{N} xP'_iy\}|$ следует $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$.

Аксиома 18. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству однопиковости, если $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$ тогда и только тогда профиль предпочтений \mathcal{P} принадлежит однопиковому домену, а \mathcal{P}' – нет.

Аксиома 19. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству обратной однопиковости, если $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$ тогда и только тогда профиль предпочтений \mathcal{P} принадлежит обратному однопиковому домену, а \mathcal{P}' – нет.

Следующая аксиома разработана для профилей предпочтений с четным числом агентов. Согласно Кан, Озкес и Сторкен [129] профили предпочтений, в которых половина агентов имеет порядок предпочтений P и вторая половина имеет обратный порядок предпочтений, являются максимально поляризованными. Поляризация является одним из аспектов разнообразия предпочтений.

Аксиома 20. Порядок \succcurlyeq удовлетворяет свойству поляризованности, если для четных n $\mathcal{P}' \succcurlyeq \mathcal{P}$ тогда и только тогда профиль предпочтений \mathcal{P} не является максимально поляризованным и \mathcal{P}' является максимально поляризованным.

2.4.2.2 Случай 3×3

Для случая 3 агентов и 3 альтернатив существует 10 АНКЭ [133]. В Таблице 2.6 представлено по одному профилю предпочтений из каждого АНКЭ. Таблица 2.6 является матрицей инцидентности. Для каждой аксиомы с 10 по 19 и для каждой пары профилей предпочтений мы проверяем, следует ли отношение сравнения разнообразия из аксиомы или нет. Например, из аксиом разнообразия по худшим альтернативам (BD) и монотонности проигравшего по Борда (BL) следует, что \mathcal{P}_2 имеет более высокое разнообразие предпочтений, чем \mathcal{P}_3 .

Таблица 2.6 – Профили предпочтений с 3 агентами и 3 альтернативами

		\mathcal{P}_1	\mathcal{P}_2	\mathcal{P}_3	\mathcal{P}_4	\mathcal{P}_5	\mathcal{P}_6	\mathcal{P}_7	\mathcal{P}_8	\mathcal{P}_9	\mathcal{P}_{10}
\mathcal{P}_1	x	x	x								
	y	y	y								
	z	z	z								
\mathcal{P}_2	x	x	x	BD; BL;							
	y	y	z	NUP;		BD; BL					
	z	z	y	SM; WM							
\mathcal{P}_3	x	x	y	TD; BW;							
	y	y	x	NUP;	TD; BW						
	z	z	z	SM; WM							
\mathcal{P}_4	x	x	z	TD; BD;	TD; BW;						
	y	y	x	BW; BL;	BL; NUP;	BD; BL;					
	z	z	y	NUP; SM	WM	NUP	BL		BL; BWL		
\mathcal{P}_5	x	x	y	TD; BD;	TD; BW;	BD; BW;					
	y	y	z	BW; BL;	NUP	BL; NUP;	BW			BW;	
	z	z	x	NUP; SM		WM			BWL		
\mathcal{P}_6	x	x	z	TD; BD;	TD; BW;	BD; BW;	BW;				
	y	y	y	BW; BL;	BL; NUP	BL; NUP;	NUP;	BL; NUP;		BW; BL;	
	z	z	x	NUP; SM		WM	WM	WM		NUP	
\mathcal{P}_7	x	x	y	TD; BD;	TD; BW;	BD; BL;					
	y	z	x	BW; BL;	NUP;	NUP;					
	z	y	z	NUP	WM	WM					
\mathcal{P}_8	x	x	y	TD; BD;	TD; BD;	BD; BW;	BD; BW;	BD; BL;			
	y	z	z	BW; BL;	BW; BL;	BL; NUP;	NUP; SP	NUP;	BD; SP	BD; BW;	
	z	y	x	NUP; SP	NUP; SP	SP	WM; SP	WM; SP		BL; NUP;	BD;
\mathcal{P}_9	x	y	z	TD; BD;	TD; BW;	TD; BD;	TD; BW;	TD; BL;		TD; BW;	
	y	x	x	BW; BL;	BL; NUP;	BW; BL;	NUP;	NUP; SC	TD; SC	BL; NUP;	TD;
	z	z	y	NUP; SC	SC	NUP; SC	WM; SC			WM; SC	SC
\mathcal{P}_{10}	x	y	z	C; TD;	C; TD;	C; TD;	C; TD;	C; TD;	C; TD;	C;	
	y	z	x	BD; BW;	BD; BW;	BD; BW;	BD; BW;	BD; BW;	C; TD;	TD;	C;
	z	x	y	BL; NUP;	BL; NUP;	BL; NUP;	BL;	BL; NUP;	BD; BW;	BD; BW;	BD;
			SP; SC	SP; SC	SP; SC	NUP; SP;	NUP; SP;	BL; SP;	BL; NUP;	BL; NUP;	BL;
						SC	SC	SC	SP; SC	SP; SC	SC
											BD;
											BW;
											BL;
											SP

В Таблице 2.6 использованы следующие обозначения:

TD – разнообразие по лучшим альтернативам (Аксиома 10);

BD – разнообразие по худшим альтернативам (Аксиома 11);

C – Кондорсе (Аксиома 12);

SM – строгая монотонность (Аксиома 13);

WM – слабая монотонность (Аксиома 14);

BW – монотонность победителя по Борда (Аксиома 15);

BL – монотонность проигравшего по Борда (Аксиома 16);

NUP – монотонность по единогласию (Аксиома 17);

SP – однопиковость (Аксиома 18);

SC – обратная однопиковость (Аксиома 19).

Каждая аксиома отражает свою сторону концепции разнообразия. Аксиомы 10-19 влекут за собой возникновение различных бинарных отношений. Среди них нет двух одинаковых бинарных отношений. Для некоторых пар профилей предпочтений аксиомы показывают хорошую согласованность, в то время как по другим парам профилей выводы различаются. Не существует линейного порядка на всех 10 профилях предпочтений, согласующегося со всеми аксиомами. Таким образом, мы имеем результат о невозможности построения строго различающего индекса. Наиболее различающий индекс, удовлетворяющий аксиомам 10-19, это слабый порядок с семью множествами безразличия:

$$\mathcal{P}_{10} \succ \mathcal{P}_9 \sim \mathcal{P}_8 \succ \mathcal{P}_6 \succ \mathcal{P}_5 \sim \mathcal{P}_4 \succ \mathcal{P}_7 \succ \mathcal{P}_3 \sim \mathcal{P}_2 \succ \mathcal{P}_1.$$

Этот порядок называется базовым порядком 3×3 . Этот порядок агрегирует все ограничения из аксиом 10-19 для случая 3×3 .

В мотивирующем примере Алкалде-Унзу и Форзац [128] сравнивали профили \mathcal{P}_5 и \mathcal{P}_7 . Они утверждают, что разумным является порядок $\mathcal{P}_5 \succ \mathcal{P}_7$, и доказывают, что все индексы, основанные на арифметическом среднем расстоянии между предпочтениями, не отражают этот порядок. Базовый порядок 3×3 является обобщением примера Алкалде-Унзу и Форзац [128]. В следующем разделе способность отобразить этот порядок будет являться робастным критерием для индексов измерения разнообразия.

2.4.3 Индексы измерения разнообразия

Индекс измерения разнообразия (ИИР) – это числовая функция $\Delta: \mathcal{L}(X)^n \rightarrow \mathbb{R}$, удовлетворяющая условию $\Delta(\mathcal{P}, \dots, \mathcal{P}) = 0$. Индекс измерения разнообразия отражает порядок \succcurlyeq , если $\Delta(\mathcal{P}_a) \geq \Delta(\mathcal{P}_b) \Leftrightarrow \mathcal{P}_a \succcurlyeq \mathcal{P}_b$. Мы будем говорить, что ИИР удовлетворяет аксиоме x , если соответствующий порядок удовлетворяет аксиоме x .

В этом пункте будем следовать классификации ИИР из обзора Хашеми и Эндрисс [130]. Стоит отметить, что эта классификация не дает непересекающихся классов индексов. Хашеми и Эндрисс [130] показали, что ни один из индексов не удовлетворяет свойству строгой различимости. Мы усилили этот результат, проверив индексы на различимость относительно симметрии изменения порядка.

2.4.3.1 ИИР, основанные на носителе

Для данного $k \leq m$, ИИР, основанный на носителе, $\Delta_{\text{supp}}^k = |\{T \in \mathcal{L}_k(X) \mid T \subseteq P_i \text{ for some } i \in N\}| - \binom{m}{k}$, где $\mathcal{L}_k(X)$ – множество линейных порядков из k альтернатив из X .

Утверждения 2.2 и 2.3 описывают свойства различимости ИИР, основанного на носителе.

Утверждение 2.2. Для $n \geq 4$ ИИР, основанный на носителе, не удовлетворяет свойству различимости относительно симметрии изменения порядка.

Утверждение 2.3. Базовый порядок 3×3 не может быть отображен с помощью ИИР, основанного на носителе.

2.4.3.2 ИИР, основанные на расстояниях

Для данного расстояния $\delta: \mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathbb{R}$ и оператора агрегирования $\Phi: \mathbb{R}^{n(n-1)/2} \rightarrow \mathbb{R}$, ИИР, основанный на расстояниях, $\Delta_{\text{dist}}^{\Phi, \delta}$, ставит в соответствие каждому $\mathcal{P} \in \mathcal{L}(X)^n$ следующее значение:

$$\Delta_{\text{dist}}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}) = \Phi(\delta(P_i, P_k) \mid i, k \in \mathcal{N}, i < k).$$

Для любых $P, P', P'' \in \mathcal{L}(X)$ функция расстояния удовлетворяет следующим свойствам:

- 1) $\delta(P, P') \geq 0$;
- 2) $\delta(P, P') = 0$ тогда и только тогда, когда $P = P'$;

$$3) \delta(P, P') = \delta(P', P);$$

$$4) \delta(P, P'') \leq \delta(P, P') + \delta(P', P'');$$

5) для любой перестановки $\tau: X \rightarrow X$, мы имеем $\delta(P, P') = \delta(\tau(P), \tau(P'))$.

Различные примеры функции расстояния между предпочтениями можно найти в Элкин и др. [134], Месканен и Нурми [135].

Утверждение 2.4. Для $m \geq 4$, ИИР, основанный на расстоянии, не удовлетворяет различимости относительно симметрии изменения порядка.

Алкалде-Унзу и Форзац [128] показали, что ИИР, основанный на расстоянии, с арифметическим средним не способен отразить отношение $\mathcal{P}_5 > \mathcal{P}_7$. Другие агрегаторы способны это сделать. Более того, базовый порядок 3×3 может быть представлен с помощью ИИР, основанного на расстоянии. Следующий подраздел это демонстрирует.

2.4.3.2.1 ИИР, основанный на геометрическом среднем

Определим расстояние, являющееся слегка модифицированным ранговым расстоянием Кэндалла:

$$\delta(P, P') = 0, \text{ если } P = P',$$

$$\delta(P, P') = |\{(x, y) \in X \times X | xP_y, yP'_x\}| + 0.5.$$

Все пять условий для функции расстояния удовлетворены. В этом случае для 3 альтернатив мы имеем:

$$\delta \begin{pmatrix} x & x \\ y, y \\ z & z \end{pmatrix} = 0, \delta \begin{pmatrix} x & x \\ y, z \\ z & y \end{pmatrix} = \delta \begin{pmatrix} x & y \\ y, x \\ z & z \end{pmatrix} = 1.5,$$

$$\delta \begin{pmatrix} x & y \\ y, z \\ z & x \end{pmatrix} = \delta \begin{pmatrix} x & z \\ y, x \\ z & y \end{pmatrix} = 2.5, \delta \begin{pmatrix} x & z \\ y, y \\ z & x \end{pmatrix} = 3.5.$$

Определяя оператор агрегирования как небольшую модификацию среднего геометрического,

$$\Phi = \left(\prod_{i=1}^{n-1} \prod_{k=i+1}^n \max(\delta(P_i, P_k), 1) \right)^{\frac{2}{n(n-1)}} - 1,$$

мы получаем $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_1) = 0$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_2) = \Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_3) = 0.310$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_7) = 0.778$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_4) = \Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_5) = 0.842$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_6) = 1.305$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_8) = \Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_9) = 1.358$, $\Delta_{GM}^{\Phi, \delta}(\mathcal{P}_{10}) = 1.5$, что представляет базовый порядок 3×3 .

Новизна индекса в геометрическом среднем. Предыдущие исследования главным образом рассматривали арифметическое среднее, но арифметическое среднее не способно отразить отношение $\mathcal{P}_5 \succ \mathcal{P}_7$ [128].

2.4.4 Лексимакс порядка

Все индексы, описанные в литературе, имеют плохие различающие свойства. В этом пункте строится индекс, который использует всю информацию о профиле предпочтений и способен иметь более высокую различающую способность, чем известные индексы.

2.3.4.1 PDR $\succcurlyeq_{L_{\max_1}}^\alpha$

Для данного скорингового вектора $\alpha \in \mathbb{R}^m$ с $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_m \geq 0$, неравенство в предпочтениях между агентами i и k относительно альтернативы j измеряется абсолютной разницей между их оценками $|s_{i,j} - s_{k,j}|$, где $s_{i,j} = \alpha_{\text{pos}(P_{i,j})}$. Для целей измерения разнообразия предпочтений мы суммируем по всем парам агентов и затем сравниваем их лексикографически. Разнообразие профиля предпочтений ассоциируется с альтернативой, имеющей наибольшую сумму разностей. В случае равенства следует сравнить весь вектор разностей.

Пусть вектор $\rho(\mathcal{P}) = (|s_{i,j} - s_{k,j}|)_{i,k \in \mathcal{N}, i < k, j \in \mathcal{X}}$ будет $mn(n-1)/2$ -мерным вектором абсолютных разностей между индивидуальными оценками. Пусть вектор $\delta(\mathcal{P}) = (\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n |s_{i,j} - s_{k,j}|)_{j \in \mathcal{X}}$ будет $mn(n-1)/2$ -мерным вектором сумм абсолютных разностей между индивидуальными

оценками. Вектор $\delta(\mathcal{P})$ является вектором измеряющим разнообразие по каждой альтернативе. Отношение \succsim_L – лексикографическое сравнение векторов, основанное на принципе лексимакс.

Порядок лексимакс $\succsim_{L_{\max_1}}^\alpha$ (α скоринговый вектор) определяется правилом, содержащим три условия:

- 1) если $\delta(\mathcal{P}) \succ_L \delta(\mathcal{P}')$, то $\mathcal{P} \succ_{L_{\max_1}}^\alpha \mathcal{P}'$;
- 2) если $\delta(\mathcal{P}) \sim_L \delta(\mathcal{P}')$ и $\rho(\mathcal{P}) \succ_L \rho(\mathcal{P}')$, то $\mathcal{P} \succ_{L_{\max_1}}^\alpha \mathcal{P}'$;
- 3) если $\delta(\mathcal{P}) \sim_L \delta(\mathcal{P}')$ и $\rho(\mathcal{P}) \sim_L \rho(\mathcal{P}')$, то $\mathcal{P} \sim_{L_{\max_1}}^\alpha \mathcal{P}'$.

В случае 3×3 , порядок лексимакс $\succsim_{L_{\max_1}}^\alpha$ со скоринговым вектором Борда совпадает с базовым порядком 3×3 . Другие скоринговые вектора также не дают строго различающего порядка.

Утверждение 2.5. Лексимакс порядок $\succsim_{L_{\max_1}}^\alpha$ со скоринговым вектором Борда удовлетворяет анонимности, нейтральности, поляризации и симметрии изменения порядка.

Индекс поляризации Кана и др. [129] также удовлетворяет анонимности, нейтральности, симметрии изменения порядка, но не способен отобразить базовый порядок 3×3 и имеет худшие различающие свойства.

2.4.5 Некоторые выводы

Основываясь на аксиоматике сравнения профилей предпочтений, был предложен базовый порядок 3×3 . Он обобщает мотивационный пример из работы Алкальде-Унзу и Форзац [128] и действует как агрегированный критерий для сравнения разнообразия предпочтений. Разработаны два вида индексов, которые отражают введенный базовый порядок. Это индекс, основанный на геометрическом среднем, и лексимакс порядок. Лексимакс порядок удовлетворяет свойству поляризованности и превосходит известный индекс поляризованности Кан, Озкес и Сторкен [129].

Результаты этих исследований нашли отражение в работе [131].

2.5 Исследование коалиционного манипулирования при неполной информации

2.5.1 Постановка задачи и обзор исследований по коалиционному манипулированию

В рамках проекта рассматривалась проблема стратегического поведения избирателей в голосовании (см. [136, 137]) в случае, когда избирателям недоступна полная информация о предпочтениях всех остальных участников голосования. Предлагается расширение модели, представленной в [138] и исследованной в [133], для манипулирования со стороны групп избирателей, т.е. коалиций. Предполагается, что участники голосования знают результаты опроса, проведенного перед голосованием, представленные в виде некоторой достоверной информации о профиле предпочтений избирателей. Эта информация может зависеть также от самого правила коллективного выбора и моделируется при помощи функции публичной информации (ФПИ). Рассматриваются наиболее простые типы ФПИ, имеющие прикладное значение: количество очков, набранное каждым из кандидатов по правилу коллективного выбора C_F (ФПИ-Score); ранг кандидата в ранжировании по правилу C_F (ФПИ-Rank); список победителей по правилу C_F (ФПИ-Winner); единственный победитель по правилу C_F после устранения множественности выбора (ФПИ-1Winner).

Коалиция избирателей формируется по принципу наличия одинаковых предпочтений. Если наилучший для членов коалиции кандидат не побеждает в голосовании, то коалиция является потенциально манипулирующей. Если существуют такие неискренние предпочтения, для которых при одновременном изменении предпочтений на неискренние всеми членами коалиции в результате голосования достигается более предпочтительный для них исход, то коалиция имеет стимул манипулировать. Однако было бы слишком оптимистичным предположить столь рациональное поведение избирателей, учиты-

вая, что в случае с неполной информацией они не знают членов своей коалиции и, следовательно, не имеют возможности договариваться о выборе стратегии. Некоторые члены коалиции могут решить не манипулировать (несмотря на то, что знают, что им будет более выгодно манипулировать всем вместе). Если коалиция имеет стимул манипулировать, но в условиях, когда манипулирует не вся коалиция, а некоторое ее подмножество, результат голосования становится хуже, чем был изначально (при искренних предпочтениях всех избирателей), то говорим, что манипулирование не является безопасным.

В работе предложена математическая модель коалиционного манипулирования при данной ФПИ, и в рамках нее рассмотрена концепция безопасного манипулирования. Вероятность коалиционного манипулирования исследована для следующих правил коллективного выбора: правило относительного большинства, правило вето, правило Борда, двухступенчатая мажоритарная система, правило передачи голосов и правило Коупленда.

2.5.2 Математическая модель коалиционного манипулирования при данной ФПИ

2.5.2.1 Определения и обозначения

Имеется группа из n избирателей, $N = \{1, 2, \dots, n\}$, которая принимает решение о выборе альтернатив из множества X , состоящего из m элементов. Предпочтения избирателя $i \in N$ на множестве альтернатив представлены в виде линейного порядка $P_i \in L(X)$, где $L(X)$ – множество всех линейных порядков на X . Запись $aP_i b$ означает, что альтернатива a более предпочтительна для избирателя i , чем альтернатива b . Профилем предпочтений называется упорядоченный набор из предпочтений n избирателей, $\vec{P} = (P_1, \dots, P_n)$. \vec{P}_{-i} – профиль предпочтений всех избирателей, кроме i -го, т.е. $\vec{P}_{-i} = (P_1, \dots, P_{i-1}, P_{i+1}, \dots, P_n)$. Коалицией избирателей называется подмножество

избирателей, $K \subseteq N$. Профиль предпочтений членов коалиции обозначается за \vec{P}_K , профиль предпочтений всех остальных избирателей – \vec{P}_{-K} . Вектор распределения позиций для альтернативы a – вектор $v(a) = (v_1(a), \dots, v_m(a))$, где $v_j(a)$ обозначает количество избирателей, у которых a стоит на j -ом месте в предпочтениях.

Функция общественного благосостояния F ранжирует альтернативы, при этом все альтернативы упорядочены, и на одном и том же месте могут располагаться две альтернативы (слабый порядок), $F : L^N(X) \rightarrow W(X)$, где $W(X)$ множество всех слабых порядков на X .

Правило коллективного выбора $C_F : L^N(X) \rightarrow 2^X \setminus \{\emptyset\}$ на выходе дает непустое подмножество альтернатив, множество победителей голосования, занимающих первую строчку в ранжировании $F(\vec{P}) = R$.

В случае, если результат состоит из нескольких альтернатив, применяется алфавитное правило устранения множественности выбора $T : 2^X \setminus \{\emptyset\} \rightarrow X$: предположим заранее заданным некоторый линейный порядок на X , $a P_T b P_T c \dots$, и из данного множества альтернатив выбираем ту, которая доминирует по P_T все остальные альтернативы в множестве.

2.5.2.2 Правила коллективного выбора

1. Правила подсчета очков. Любое правило из этого класса определяется вектором очков $s = (s_1, \dots, s_m)$, в котором элемент s_j показывает, какое количество очков дается альтернативе за j -ое место в предпочтениях избирателя. Суммарное количество очков, которое получает альтернатива $a \in X$, обозначается как $S(a, \vec{P})$ и может быть вычислено как скалярное произведение $\langle s, v(a, \vec{P}) \rangle$. Ранжирование $F(\vec{P}) = R = P \cup I$ для правил подсчета очков определяется следующим образом: $\forall a_k, a_l \in X$ а) $a_k P a_l \Leftrightarrow S(a_k, \vec{P}) > S(a_l, \vec{P})$; б) $a_k I a_l \Leftrightarrow S(a_k, \vec{P}) = S(a_l, \vec{P})$. В частности, имеем

- правило относительного большинства: $s_{pl} = (1, 0, \dots, 0)$;
- правило вето: $s_v = (1, \dots, 1, 0)$;
- правило Борда: $s_B = (m - 1, m - 2, \dots, 1, 0)$.

2. Двухступенчатая мажоритарная система (Runoff). Состоит из двух этапов.

- 1) Для каждой альтернативы подсчитывается количество очков по правилу относительного большинства. Вектор очков для первого этапа

$$S^1(\vec{P}) = (S^1(a_1, \vec{P}), \dots, S^1(a_m, \vec{P})) ,$$

где $S^1(a_j, \vec{P}) = \langle s_{pl}, v(a_j, \vec{P}) \rangle$. Если $\exists a_k \in X$ т.ч. $S^1(a_k, \vec{P}) > n / 2$, то

$R = P \cup I$ определяется следующим образом $\forall a_j, a_h \in X \setminus \{a_k\}$ $a_k Pa_j$, $a_k Pa_j$, $a_j Ia_h$, и процедура останавливается. Если такой альтернативы нет, то процедура переходит на второй этап.

- 2) Выбираются две альтернативы с наибольшим количеством очков:

$$a_k = \arg \max_{a_j \in X} (S^1(a_j, \vec{P})),$$

$$a_l = \arg \max_{a_j \in X \setminus \{a_k\}} (S^1(a_j, \vec{P})).$$

Если возникает ничья, то применяется алфавитное правило устранения множественности выбора T . Далее рассчитывается вектор очков второго этапа,

$$S^2(\vec{P}) = (S^2(a_k, \vec{P}), S^2(a_l, \vec{P})),$$

$$S^2(a_k, \vec{P}) = \langle s_{pl}, v(a_k, \vec{P} / \{a_k, a_l\}) \rangle,$$

$$S^2(a_l, \vec{P}) = \langle s_{pl}, v(a_l, \vec{P} / \{a_k, a_l\}) \rangle.$$

Альтернатива, набравшая большее количество очков, считается лучшей, т.е. $a_k Pa_l$, если $S^2(a_k, \vec{P}) > S^2(a_l, \vec{P})$, и $a_l Pa_k$, если $S^2(a_l, \vec{P}) > S^2(a_k, \vec{P})$. Обе аль-

тернативы второго этапа считаются лучше, чем все остальные, $\forall a_j \in X \setminus \{a_k, a_l\}, a_l P a_j, a_k P a_j$. Все остальные альтернативы несравнимы, т.е. $\forall a_j, a_h \in X \setminus \{a_k, a_l\}, a_j I a_h$. Таким образом, результат ФПИ-Score $S(\vec{P}) = (S^1(\vec{P}), S^2(\vec{P}))$.

3. Правило передачи голосов (STV – Single Transferable Vote) – много-ступенчатая процедура, которую мы определим рекурсивно:

0) $t := 1, X^t := X, \vec{P}^t := \vec{P}$;

1) $\forall a_j \in X^t, S^t(a_j, \vec{P}) := \langle s_{pl}, v(a_j, \vec{P}^t) \rangle$;

2) если $\exists a_j \in X^t$ такая, что $S^t(a_j, \vec{P}) > n/2$, то $\forall a_h, a_l \in X^t \setminus \{a_j\} a_j P a_h, a_h I a_l$, и процедура заканчивается; в противном случае $a_k = \arg \min_{a_j \in X^t} (S^t(a_j, \vec{P}))$, $\forall a_j \in X^t \setminus \{a_k\} a_j P a_k$;

3) $t := t + 1, X^t := X \setminus \{a_k\}, \vec{P}^t := \vec{P} / X^t$. Процедура переходит к шагу 1.

Результат функции ФПИ-Score $S(\vec{P}) = (S^1(\vec{P}), \dots, S^{t^*}(\vec{P}))$, где t^* – количество циклов, совершенных процедурой.

4. Правило Коупленда (Copeland). Вычисляется граф мажоритарного отношения. Затем очки альтернатив рассчитываются следующим образом

$$S(a_k, \vec{P}) = \sum_{l=1}^m MG(\vec{P})_{kl}.$$

Ранжирование $R = P \cup I$ определяется количеством набранных альтернативами очков: $\forall a_k, a_l \in X$ а) $a_k P a_l \Leftrightarrow S(a_k, \vec{P}) > S(a_l, \vec{P})$;
б) $a_k I a_l \Leftrightarrow S(a_k, \vec{P}) = S(a_l, \vec{P})$.

2.5.2.3 Функция публичной информации и коалиционное манипулирование

Пусть перед выборами проводится опрос всех избирателей, на котором они сообщают свои искренние предпочтения, \vec{P} . Однако не вся информация о \vec{P} становится публичной, а некоторая ее часть, определяемая функцией публичной информации (ФПИ) π . В рамках исследования коалиционной манипулируемости были рассмотрены следующие типы ФПИ:

- 1) профиль предпочтений (Profile), $\pi(\vec{P}) = \vec{P}$;
- 2) количество очков, набранных кандидатами по правилу C_F (Score), $\pi(\vec{P}) = \vec{S}(\vec{P}) = (S(a_1), \dots, S(a_m))$;
- 3) ранжирование кандидатов по правилу C_F (Rank), $\pi(\vec{P}) = F(\vec{P})$;
- 4) победители по правилу C_F (Winner), $\pi(\vec{P}) = C_F(\vec{P})$;
- 5) единственный победитель, выбираемый по алфавитному правилу в случае множественного выбора (1 Winner), $\pi(\vec{P}) = T(C_F(\vec{P}))$.

Каждый избиратель i имеет множество профилей предпочтений, согласующихся с полученной им информацией $\pi(\vec{P})$. Определяется информационное множество

$$W_i^{\pi(\vec{P})} = \{\vec{P}'_{-i} \in L(X)^{N \setminus \{i\}} : \pi(P_i, \vec{P}'_{-i}) = \pi(\vec{P})\}.$$

Пусть даны две ФПИ π и π' . Если $\forall \vec{P} \in L(X)^N$ и $\forall i \in N$ выполнено $W_i^{\pi(\vec{P})} \subseteq W_i^{\pi'(\vec{P})}$, то π является не менее информативной, чем π' .

Таким образом, избиратель не знает, какой из профилей его информационного множества реализовался в действительности, и, располагая только информацией $\pi(\vec{P})$, он не всегда может определить точное количество своих единомышленников (членов коалиции). В каждом профиле предпочтений \vec{P}' из информационного множества $W_i^{\pi(\vec{P})}$ существует множество $K' \subseteq N$ избирателей, имеющих предпочтения P_i . Так как члены коалиции обладают одинаковыми предпочтениями, то они либо все будут иметь стимул манипули-

ровать, либо не будет манипулировать ни один член коалиции. Считаем, что манипулирование имеет смысл, если во всех профилях $W_i^{\pi(\vec{P})}$ результат правила при одинаковом изменении предпочтений всеми членами коалиции является не менее предпочтительным для избирателя i , чем результат правила при искренних предпочтениях всех избирателей, и для некоторых профилей из $W_i^{\pi(\vec{P})}$ – более предпочтительным.

Определение 2.2. Дана функция F и профиль \vec{P} . Избиратель i имеет стимул к манипулированию в составе коалиции при ФПИ π , если существует $\vec{P}'_i \in L(X)$, т.ч.

- 1) $\forall \vec{P}'_{-i} \in W_i^{\pi(\vec{P})} T(C_F(\vec{P}'_{K'}, \vec{P}'_{-K'}))P_i T(C_F(\vec{P}))$ или $T(C_F(\vec{P}'_{K'}, \vec{P}'_{-K'})) = T(C_F(\vec{P}))$
- ;
- 2) $\exists \vec{P}'_{-i} \in W_i^{\pi(\vec{P})}$, т.ч. $T(C_F(\vec{P}'_{K'}, \vec{P}'_{-K'}))P_i T(C_F(\vec{P}))$.

Здесь $\vec{P}'_{K'}$ обозначает профиль предпочтений членов коалиции $K' \subseteq N$, в котором все ее члены имеют предпочтения $\vec{P}'_i \in L(X)$.

Определение 2.3. Функция F (и соответствующее ему правило C_F) называется подверженной манипулированию со стороны коалиций при ФПИ π , если $\exists \vec{P} \in L(X)^N$ и $\exists i \in N$, т.ч. i имеет стимул к манипулированию в составе коалиции при ФПИ π .

Обозначим за $I^g(C_F, \pi, m, n)$ вероятность того, что в случайно выбранном профиле предпочтений существует хотя бы один избиратель, имеющий стимул к манипулированию в составе коалиции при данном правиле C_F и ФПИ π .

В Определении 2.2 важным является одновременное одинаковое изменение предпочтений всеми членами коалиции. Так как в модели не предполагается возможности коммуникации между избирателями, то такое предположение не лишено оснований: «если все мои единомышленники сделают так, как я, то мы выигаем». Для многих правил (как, например, для правила отно-

сительного большинства) справедливо утверждение: чем больше членов коалиции будет манипулировать, тем более вероятен будет успех манипулирования. Однако не для всех правил это так. Если возможна ситуация, когда при манипулировании всеми членами коалиции результат для них не ухудшился, а при изменении предпочтений только подмножеством членов коалиции результат становится для них хуже изначального, то такое манипулирование со стороны коалиции считается небезопасным.

Пусть $K \subseteq N$ – коалиция избирателей, обладающих одинаковыми предпочтениями, $M \subseteq K$ – подмножество коалиции. Профиль предпочтений \vec{P} можно записать как $\vec{P} = (\vec{P}_K, \vec{P}_{-K})$ или $\vec{P} = ((\vec{P}_M, \vec{P}_{-M}), \vec{P}_{-K})$. Запись $\tilde{\vec{P}}_M$ означает, что все члены группы избирателей M изменили свои предпочтения на \tilde{P}_i .

Определение 2.4. Если $\forall \vec{P} \in L^N(X)$ и $\forall i \in N$ таких, что i имеет стимул манипулировать в \vec{P} в составе коалиции используя стратегию \tilde{P}_i , не существует $\vec{P}' \in W_i^{\pi(\vec{P})}$ такого, что $C_F(\tilde{\vec{P}}'_K, \vec{P}'_{-K}) P_i C_F(\vec{P}'_K, \vec{P}'_{-K})$ или $C_F(\tilde{\vec{P}}'_K, \vec{P}'_{-K}) = C_F(\vec{P}'_K, \vec{P}'_{-K})$, но $C_F(\vec{P}'_K, \vec{P}'_{-K}) P_i C_F((\tilde{\vec{P}}'_M, \vec{P}'_{-M}), \vec{P}'_{-K})$, то манипулирование в составе коалиции называется безопасным.

2.5.3 Результаты исследования коалиционного манипулирования

2.5.3.1 Теоретические результаты

На первый взгляд манипулирование в составе коалиции предоставляет избирателям больше возможностей влиять на результат голосования, чем индивидуальное манипулирование. Однако при публичной информации о победителях голосования для правил подсчета очков вероятность коалиционного манипулирования равна вероятности индивидуального манипулирования ($I_1(C_F, \pi, m, n)$).

Утверждение 2.6. Если C_F является правилом подсчета очков, то $I^s(C_F, 1Winner, m, n) = I_1(C_F, 1Winner, m, n)$.

Это объясняется двумя причинами:

1) во всех информационных множествах, допускающих индивидуальное манипулирование, если манипулирует не один избиратель, а коалиция, результат не становится хуже изначального;

2) во всех информационных множествах, где индивидуальное манипулирование не было возможно, невозможно и манипулирование в составе коалиции.

Перейдем теперь к вопросу о безопасности манипулирования в составе коалиции.

Утверждение 2.7. Манипулирование в составе коалиции при неполной информации всегда безопасно для правила относительного большинства и правила вето.

Утверждение 2.8. Манипулирование в составе коалиции при неполной информации для правила Борда при числе альтернатив более 4 и числе избирателей более 6 коалиционное манипулирование при неполной информации не всегда безопасно.

Приведем пример профиля предпочтений для 5 альтернатив и 7 избирателей, в котором несколько избирателей имеют стимул манипулировать в составе коалиции, однако такое манипулирование не является безопасным.

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 \\ a & a & a & d & d & d & e \\ b & b & b & c & c & c & d \\ c & c & c & b & b & e & a \\ e & e & e & e & e & a & c \\ d & d & d & a & a & b & b \end{pmatrix}.$$

По правилу Борда альтернативы набирают следующее количество очков: $S(a) = 15$, $S(b) = 13$, $S(c) = 16$, $S(d) = 15$, $S(e) = 11$. Таким образом, при искренних предпочтениях выигрывает альтернатива c . Но для избирателей 1, 2 и 3 альтернатива c хуже, чем альтернатива b , поэтому они имеют стимул манипулировать, заявляя предпочтения $bPaPePcPd$. Тогда профиль предпочтений будет

$$\vec{P}' = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 \\ b & b & b & d & d & d & e \\ a & a & a & c & c & c & d \\ e & e & e & b & b & e & a \\ c & c & c & e & e & a & c \\ d & d & d & a & a & b & b \end{pmatrix},$$

а распределение очков при \vec{P}' следующее: $S(a) = 12$, $S(b) = 16$, $S(c) = 13$, $S(d) = 15$, $S(e) = 14$. В результате манипулирования всеми членами коалиции выигрывает b , поэтому избиратели 1, 2 и 3 имеют стимул манипулировать в составе коалиции.

Пусть теперь из коалиции $K = \{1, 2, 3\}$ только избиратель 3 решил манипулировать указанным способом. Тогда распределение очков будет: $S(a) = 14$, $S(b) = 14$, $S(c) = 15$, $S(d) = 15$, $S(e) = 12$. Выигрывают альтернативы c и d . Пусть в результате устранения множественности выбора в результате получается альтернатива d , что хуже для избирателей коалиции K , чем первоначальный исход c . Следовательно, манипулирование в составе коалиции в данном случае нельзя считать безопасным.

Однако даже если рассматривать только коалиционное манипулирование безопасного типа, то результат для правила Борда неутешителен: 100% манипулируемость при бесконечном числе избирателей для всех рассматриваемых типов ФПИ.

Утверждение 2.9. Для правила Борда вероятность безопасного манипулирования в составе коалиции стремится к 1 при стремящемся к бесконечности числе избирателей для ФПИ-1Winner, ФПИ-Winner, ФПИ-Score, ФПИ-Rank, ФПИ-Profile.

2.5.3.2 Вычислительные эксперименты

Проведена серия экспериментов в среде MatLab для вычисления индекса $I^g(C_F, \pi, m, n)$. Количество альтернатив $m = 3$, количество избирателей $3 \leq n \leq 15$. Результаты вычислений представлены на графиках рисунков 2.4,

2.6, 2.8, 2.10, 2.12, 2.14. Приведем также графики показателей индивидуального манипулирования для сравнения результатов (см. рисунки 2.3, 3.5, 2.7, 2.9, 2.11, 2.13). Легенда к графикам представлена на рисунке 2.2.

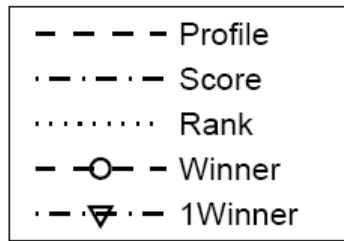


Рисунок 2.2 – Легенда к графикам

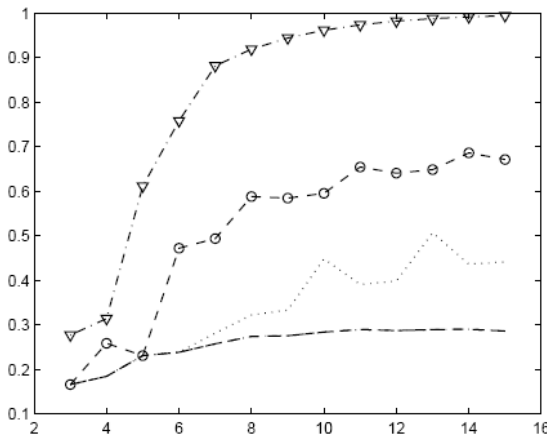


Рисунок 2.3 – $I_1(Plurality, \pi, m, n)$

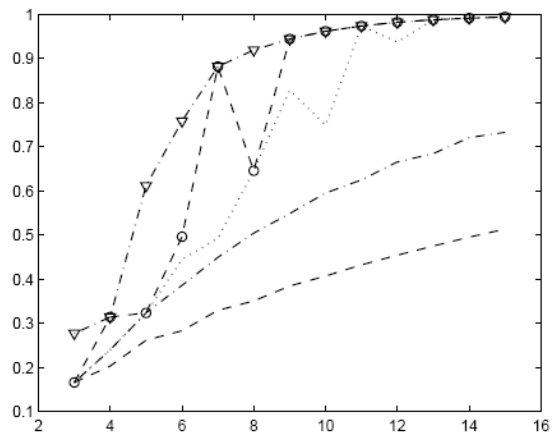


Рисунок 2.4 – $I^s(Plurality, \pi, m, n)$

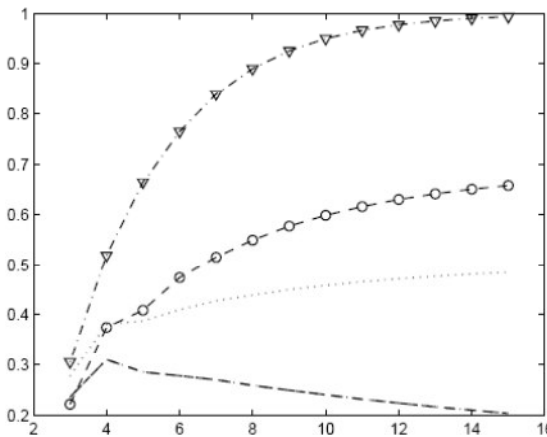


Рисунок 2.5 – $I_1(Borda, \pi, m, n)$

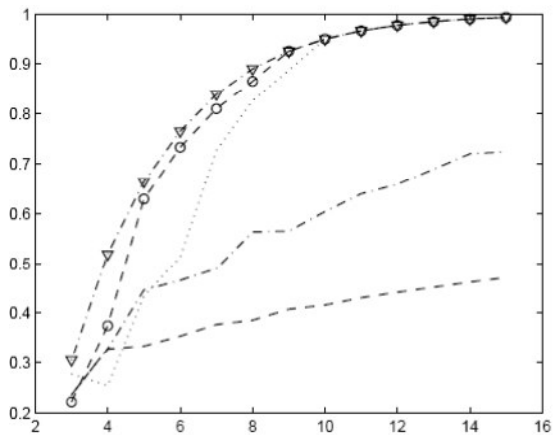


Рисунок 2.6 – $I^s(Borda, \pi, m, n)$

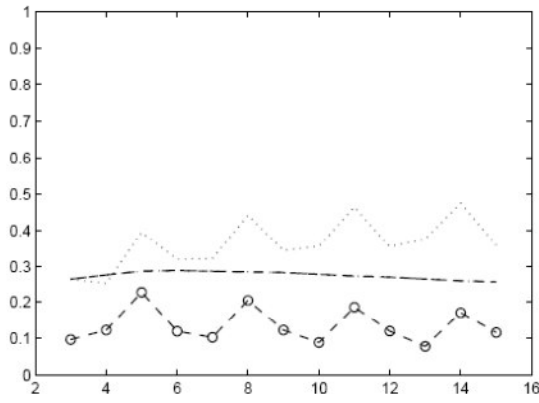


Рисунок 2.7 – $I_1(Veto, \pi, m, n)$

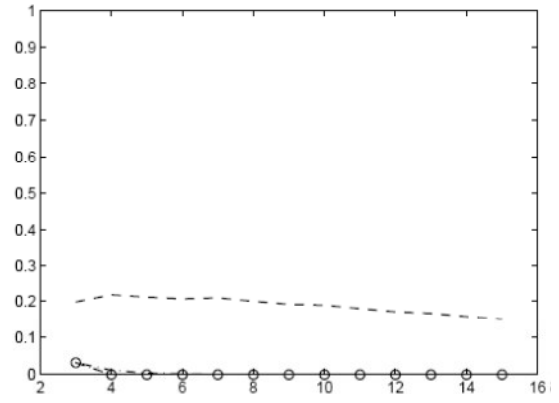


Рисунок 2.8 – $I^g(Veto, \pi, m, n)$

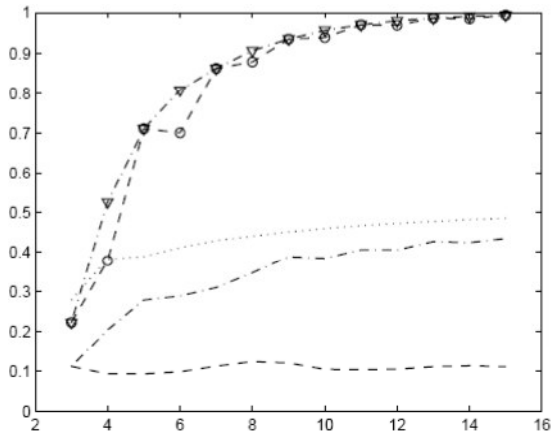


Рисунок 2.9 – $I_1(Runoff, \pi, m, n)$

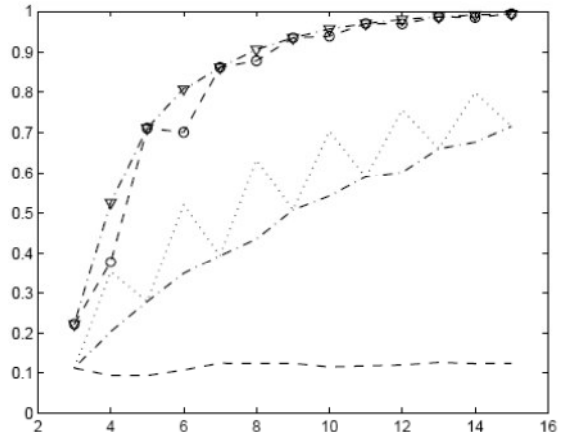


Рисунок 2.10 – $I^g(Runoff, \pi, m, n)$

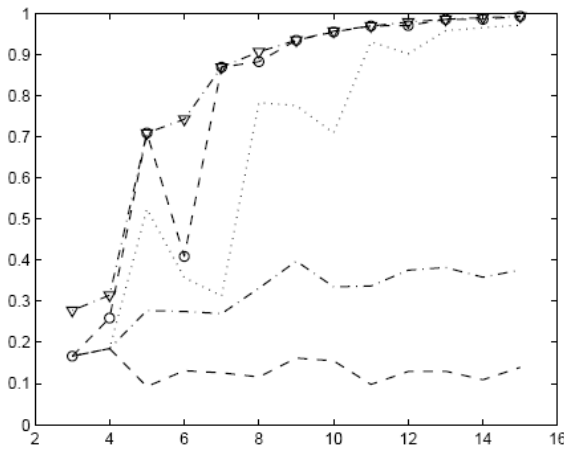


Рисунок 2.11 – $I_1(STV, \pi, m, n)$

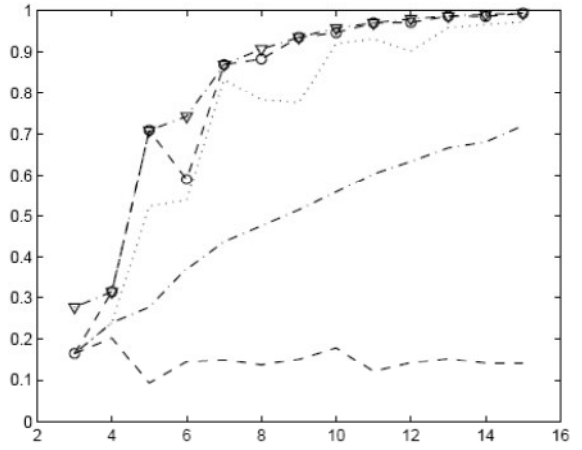


Рисунок 2.12 – $I^g(STV, \pi, m, n)$

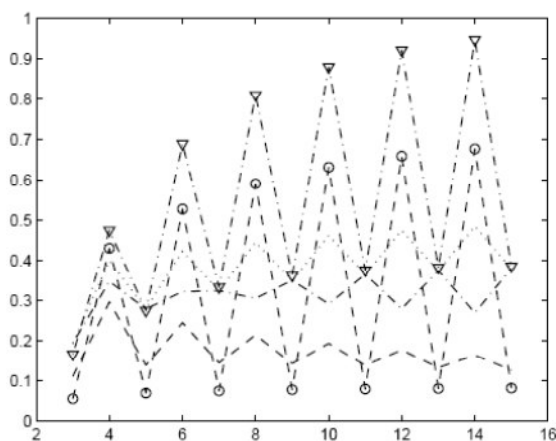


Рисунок 2.13 – $I_1(\text{Copeland}, \pi, m, n)$

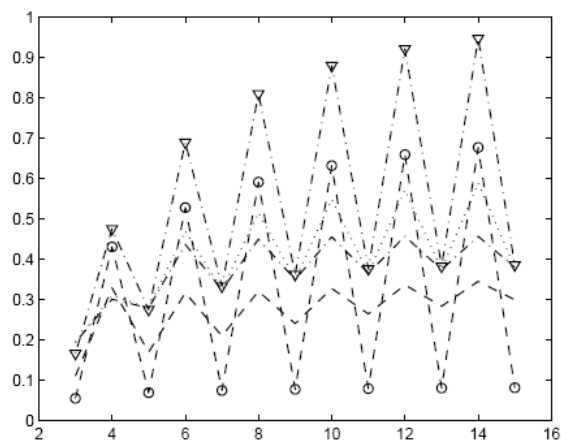


Рисунок 2.14 – $I^s(\text{Copeland}, \pi, m, n)$

Результаты вычислений показывают, что манипулирование в составе коалиции действительно является более вероятным в большинстве случаев. Но имеются исключения, показывающие, что $I^s(C_F, \pi, m, n)$ не всегда выше вероятности индивидуального манипулирования. Последнее объясняется тем, что в некоторых информационных множествах одинаковое изменение предпочтений членами коалиции может не улучшить результат голосования для них, а, наоборот, ухудшить. Таковы, например, правила Борда и правило вето. Следовательно, для таких правил, оптимальная стратегия коалиционного манипулирования более сложная, но в этом случае необходима коммуникация между членами коалиции, чего не предполагается в предлагаемой модели с неполной информацией.

Для информации типа Winner и 1Winner показатели как коалиционной, так и индивидуальной манипулируемости достаточно высокие и в большинстве случаев равны между собой. Это объясняется тем, что в одних и тех же профилях избиратель будет иметь стимул манипулировать при данной информации, однако результативность этого манипулирования может быть разной, что не учитывается в индексах $I_1(C_F, \pi, m, n)$ и $I^s(C_F, \pi, m, n)$ (см. [133]).

2.5.4 Некоторые выводы

Изучение коалиционного манипулирования при неполной информации является одним из новых направлений в серии исследований манипулируе-

мости правил коллективного выбора. Оно продолжает исследование индивидуального манипулирования при неполной информации 2016 года [1]. В рамках данного исследования была поставлена задача учесть эффект влияния групп избирателей, обладающих общими интересами, при этом сохранив предпосылку о неполноте информации. В отличие от предыдущей модели [133], которую мы можем считать базовой, в случае манипулирования в составе коалиции избиратели считаются с возможными действиями других избирателей, хотя и ограничиваются только учетом действий своих возможных единомышленников.

В данном направлении исследований представляется очень важным изучение концепции безопасного манипулирования, так как в условиях отсутствия возможности коммуникации избиратели не могут быть уверены в однозначности действий других. Кроме того, как было показано в [133], в случае с неполной информацией необходимо учитывать не только наличие стимула у избирателей исказить свои предпочтения, но и вероятность достижения успеха в результате этих действий. Поэтому дальнейшими задачами исследований по данной теме могут быть рассмотрение безопасного манипулирования для правила передачи голосов, двухступенчатой мажоритарной системы и правила Коупленда, а также учет результативности манипулирования в составе коалиции и сравнение ее со случаем индивидуального манипулирования.

Результаты исследования отражены в [139].

3 Анализ моделей в финансовой и банковской сферах

В этом разделе отчета приведены результаты анализа некоторых моделей в финансовой и банковской сферах, а именно:

- исследование совместного влияния концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте на достаточность капитала банков;
- анализ факторов, определяющих вероятность дефолта международных доходных компаний;
- применение процессов Хоукса для прогнозирования финансовых рисков;
- агрегирование рекомендаций финансовых аналитиков методами теории свидетельств.

3.1 Исследование совместного влияния концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте на достаточность капитала банков

3.1.1 Обзор работ по исследованию достаточности капитала банков

28-29 ноября 2016 года (Сантьяго, Чили) члены Базельского комитета предложили увеличить требования к капиталу банков. Текущий базельский подход для расчета капитала, применяемый в 27 странах, игнорирует часть принятых банком рисков, что приводит к недооценке капитала и повышает нестабильность банка. Например, в расчете требований к капиталу не учтены риск концентрации и риск корреляции между вероятностью дефолта (PD) и потерями при дефолте (LGD).

Исследования по оценке рисков концентрации и корреляции ведутся с 2000 года. [140, 141, 142, 143, 144, 145] оценили, что корреляция между PD и LGD варьируется от 8 до 80% для розничных и корпоративных кредитных портфелей. Базельский комитет признал, что 9 из 13 G10 банковский кризисов за период 1978 – 2002 произошли из-за высокой концентрации кредитного риска в портфелях банка [146]. С 2011 г. банки усиливают концентрацию

суверенного долга стран ЕС, переживающих серьезный экономический спад [147]. В [148] отметили тенденцию увеличения концентрации в портфелях Бразильских банков. Высокая концентрация (4-18%) наблюдалась в портфеле ипотеки банков США до 2006 г. [149]. Яркими примерами риска концентрации являются такие заемщики как Enron и Worldcom. Выше приведенные примеры доказывают, что риск концентрации и корреляции значителен для банков, а значит его неучет может вести к высокой недооценке капитала.

В настоящее время больше работ посвящено оценке объема рассматриваемых рисков в портфеле, но меньше изучается влияние этих рисков на капитал. Базельский подход не чувствителен к данным рискам, поэтому не позволяет оценить влияние рисков на капитал напрямую. В то же время, регулятору важно понимать размер мультипликатора, который можно применить к формуле расчета капитала, чтобы скорректировать капитал на неучтенные риски. Используя эталонный портфель, предложенный Международной ассоциацией управления кредитным портфелем (IACPM) и Международной ассоциацией свопов и деривативов (ISDA) в 2006 году, [150] показывают, что ожидаемые потери и стоимость под риском (Value-At-Risk) с доверительной вероятностью 99% увеличиваются соответственно на 7% и 24% с увеличением корреляции PD-LGD на 0,1. В [151, 152] было показано, что капитал требуется увеличить на 40% из-за корреляции PD и LGD. Базельская рабочая группа по изучению риска концентрации оценила надбавку на капитал на 13-21% из-за риска концентрации³⁾. Однако мы показали, что оценки могут быть некорректны для тех банков, чей портфель одновременно подвержен двум рискам. В работе показано, что PD-LGD корреляция и концентрация может производить эффект на капитал больше, чем сумма отдельных эффектов, рассчитанных на основе результатов предыдущих исследований. Таким образом, надбавки на капитал, найденные ранее, недостаточны для покрытия совместного эффекта корреляции и концентрации. Цель работы – определить

³⁾ URL: http://www.bis.org/publ/bcbs_wp15.pdf

надбавку на капитал для учета совместного эффекта риска концентрации и PD-LGD корреляции.

3.1.2 Результаты исследования совместного влияния концентрации кредитного риска и пары вероятность дефолта–потери при дефолте на достаточность капитала банков

Оценка надбавки на капитал получена на основе анализа 24 200 гипотетических кредитных портфелей, варьируемых по уровню риска. Уровень риска определяется средним уровнем вероятности дефолта и потерь при дефолте, уровнем корреляции PD-LGD и уровнем концентрации (индекс Херфиндаля-Хиршмана). Гипотетические портфели моделировались в работе, используя характеристики портфелей, найденные в эмпирических исследованиях Базельского комитета (155)⁴⁾ и международного рейтингового агентства Standard & Poor's [153]. Мы оценили потери каждого портфеля, предполагая, что кредит окажется в дефолте, если его индивидуальный уровень вероятности дефолта выше среднего по портфелю. Мы рассчитали капитал для портфеля по подходу Базель II [154]. Мультипликатором считалось отношение между потерями и капиталом. Если множитель больше 1, то Базельский подход недооценивает потери, в противном случае переоценивает.

Каждый гипотетический портфель содержал 1 000 уникальных заемщиков. Это средний размер корпоративного портфеля крупного банка согласно количественным исследованиям Базельского комитета по банковскому надзору [155] и исходя из отчетности российских банков⁵⁾. Гипотетическому портфелю присваивались свойства корпоративного портфеля, поскольку концентрация кредитного риска более свойственна корпоративному, чем розничному портфелю из-за относительно меньшего количество заемщиков.

⁴⁾ URL: <http://www.bis.org/publ/155.pdf>

⁵⁾ Например, объем кредитов, предоставленных крупнейшим российским банком "Сбербанк" негосударственным коммерческим организациям на срок более 3 лет составляет 469 054 384 рублей (счет 45208 форма 101 на 1 января 2017 года), что составляет, в среднем с 1000 заемщиков, каждый из них имеет кредит в размере 469 тыс. рублей, что является адекватной.

PD-LGD корреляция не связана с типом портфеля и может присутствовать как в розничном [140], так и в корпоративном портфелях.

Для каждого портфеля моделируются параметры PD, LGD, EAD для расчета капитала согласно Базель II. В действительности Банк оценивает эти параметры, исходя из характеристик заемщиков и характеристик кредитного требования. Мы генерируем случайные значения, которые имеют распределения, аналогичные наблюдаемым. Характеристики распределения берутся из исследований Базельского Комитета и [153]. Вероятность дефолта описывается нормальным усеченным распределением в диапазоне от 0 до 1. Приложение 3 к документу 155 показывает, что средний уровень дефолта по корпоративному портфелю составляет 5%. 5 и 95 перцентили соответствуют значениям уровня дефолта в 1% и 17,5%, соответственно. Эти значения определяются на 86 портфелях 54 международных крупных банков; данные были собраны Группой контроля за капиталом Комитета. Как видно из вышеизложенного, мы рассматривали четыре средних значения PD: 1%, 5%, 10%, 20%. Стандартное отклонение составляло около 3 процентных пунктов.

LGD имеет бета-распределение U-образной формы [153]. U-форма бета-распределения достигается, если параметры распределения a и b меньше 1 одновременно. Параметры a и b могут быть рассчитаны по среднему и стандартному отклонению распределения. Результаты исследования [155] показывают, что средний уровень LGD составляет 35%. 5 и 95 перцентили соответствуют значениям LGD 18,3% и 45,3%, соответственно. Тем не менее, здесь мы в большей степени полагаемся на значения Базель II, которые определяют LGD как 45% для обеспеченных и 75% для необеспеченных кредитных требований.

PD-LGD корреляция рассматривалась в диапазоне от -0.9 до 0.9 с шагом 0.2, включая нулевую корреляцию. Отрицательная PD-LGD корреляция не была подтверждена эмпирически. Анализируя отрицательную корреляцию, мы проверяем наши расчеты. Если расчеты верны, то монотонность результатов должна наблюдаться при изменении корреляции с -1 на 1. Гипотетиче-

ский портфель из 1 000 заемщиков получается путем реализации случайных величин из многомерного распределения PD и LGD с заданной корреляцией между параметрами. Каждому кредиту присваивается размер кредитного требования таким образом, чтобы объем портфеля составлял 1 000\$ и портфель характеризовался заданным уровнем концентрации.

Предполагалось, что кредит окажется в дефолте, если его индивидуальный уровень вероятности дефолта выше среднего по портфелю. Мультипликативным считалось отношение между потерями и капиталом. Если множитель больше 1, то Базельский подход недооценивает потери, в противном случае переоценивает.

3.1.3 Некоторые выводы

В работе показано, что Базельский подход недооценил совместное влияние PD-LGD корреляции и концентрации в среднем в 1,64 раза. Показано, что одновременное присутствие двух рисков в репрезентативном гипотетическом корпоративном портфеле (PD = 5%, LGD=45%)⁶⁾ потребует капитала на 10% выше, что не учтено в исследованиях по оценке двух эффектов в отдельности.

Насколько нам известно, нет работ, где оба риска объединены, и рассчитывается совместный эффект на капитал от обоих рисков. Таким образом, мы можем сравнить наши результаты с результатами других исследований только для независимых эффектов (когда портфель имеет только один из двух рисков). Наша оценка надбавки на капитал для корреляции PD-LGD не отличается от оценок [151], равных 1.45 на уровне значимости 15%. В то же время надбавка для концентрации выше на 11% и 41% по сравнению с результатами исследований Базельского комитета [154, 156].

Мы сравнили размер надбавки, оцененной нами, с надбавкой за концентрацию, установленной словенскими и кипрскими регуляторами. Кипрский

⁶⁾ URL: <http://www.bis.org/publ/155.pdf>

метод является самым консервативным. Этот подход адекватно охватывает риски концентрации и PD-LGD корреляции, даже не предполагая явной корреляции. Мы также сравнивали оцененную надбавку с повышенными требованиями TLAC и MREL регуляторов США и ЕС. Было установлено, что увеличение требований в капитале в 2 раза является достаточным для покрытия рисков концентрации и корреляции для 71% сгенерированных портфелей.

Результаты работы могут быть применены в рамках проверки внутренних процедур оценки достаточности капитала, где банку необходимо определить надбавку к нормативу капитала за риски, не предусмотренные в Компоненте 1 Базель II.

3.2 Анализ факторов, определяющих вероятность дефолта международных судоходных компаний

3.2.1 Актуальность проблемы

До 2008 года финансирование судоходства было широко доступно: соотношение кредита к залоговой стоимости составляло до 80%; с 2003 по 2008 годы заказы на новые судна составили 800 миллиардов долларов. Однако, после 2008 года, вместе с последствиями тяжелого финансового кризиса, судоходство вступило в рецессию. Вместе со снижением спроса на морскую торговлю наблюдался рост предложения судов. В результате стоимость судов резко упала, что привело многие судоходные компании к невозвратам по кредитам и, наконец, к банкротству. Судостроительные компании были вынуждены отменить большую часть заказов и не смогли вернуть первоначальные взносы заказчикам. Это еще больше усугубило финансовое бедствие.

Среди крупных дефолтов судостроительных компаний можно выделить южнокорейскую компанию HANJIN Shipping. Компания Maersk Line объявила о потере \$107 миллионов в первой половине 2016 года. Французская компания CMA CGM, являющаяся третьим в мире контейнерным перевозчиком, также объявила о потерях в 2016. Три крупнейших японских судоходных

компаний Mitsui OSK Lines, Nippon Yusen и Kawasaki Kisen Kaisha объединились, чтобы избежать дефолта.

Основной причиной серьезных потерь банков по кредитам судоходным компаниям является отсутствие надежных моделей оценки кредитного риска судоходных компаний, прежде всего вероятности дефолта. Цель работы – определить широкий набор потенциальных факторов риска судоходных компаний.

В [157] была установлена связь между продолжительностью циклов судоходства и сроками предоставления займов на успешное судоходство. В [158] было оценено влияние финансового кризиса 2008 года на практику судового финансирования гонконгских банков. Они обнаружили, что в период кризиса портфель банков по морским перевозкам значительно сократился, что имеет важные практические и политические последствия для судоходного сектора.

Только несколько эмпирических исследований посвящены оценке вероятности дефолта транспортных компаний: [159, 160, 161, 162]. По сравнению с предыдущими работами в настоящем исследовании учитываются как банкротства судоходных компаний, так и случаи слияний и поглощений судоходных компаний, поскольку такие процедуры могут свидетельствовать о резких изменениях в операционной деятельности компаний. Результаты исследования получены на выборке более обширной по сравнению с предыдущими работами – 192 судоходные компании из 36 стран за период с 2001 по 2016.

3.2.2 Анализ факторов

В работе проверяется следующие 11 гипотез:

H1: при прочих равных условиях, рентабельность компании-перевозчика отрицательно связана с вероятностью дефолта компании-перевозчика;

- H2: при прочих равных условиях, размер компании-перевозчика отрицательно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H3: при прочих равных условиях, коэффициент текущей ликвидности компании-перевозчика отрицательно связана с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H4: при прочих равных условиях, финансовый рычаг и коэффициент финансовой зависимости положительно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H5: при прочих равных условиях, коэффициент Q Тобина положительно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H6: при прочих равных условиях, процент крупнейших акционеров отрицательно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H7: при прочих равных условиях, возраст компании отрицательно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H8: при прочих равных условиях, индекс MSCI отрицательно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H9: при прочих равных условиях, индекс BDI отрицательно связан с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H10: при прочих равных условиях, индексы IRONSTEEL и IOPH положительно связаны с вероятностью дефолта компании-перевозчика;
- H11: при прочих равных условиях, рента судов положительно связана с вероятностью дефолта компании-перевозчика.

Для проверки гипотез строится логистическая регрессия – бинарная (1 – дефолт, 0 – нет дефолта) и категориальная (2 – дефолт, 1 – «полу-дефолт», 0 – нет дефолта). «Полу-дефолт» определяется по пяти критериям:

- компания стала дочерней компанией другой компании;
- изменения название компании/группы компаний;
- компания была поглощена другой компанией;

- компания объединилась с другой фирмой из той же отрасли;
- компания допустила дефолт, но вскоре вышла из него.

Все гипотезы были подтверждены.

3.2.3 Некоторые выводы

В этом подразделе отчета приведены результаты по статистической проверке гипотез-факторов, определяющих вероятность дефолта международных судоходных компаний. Проанализированы 11 таких гипотез-факторов, которые были подтверждены.

Полученные результаты могут быть использованы в процессе принятия управленческих решений и в процессе андеррайтинга кредита, чтобы оценить кредитоспособность судоходной компании и учесть это в процентной ставке по кредиту.

Результаты исследования отражены в работе [163].

3.3 Применение процессов Хоукса для прогнозирования финансовых рисков

3.3.1 Актуальность проблемы и анализ методов решения

Предметом исследования являются биржевые кризисы. Биржевые кризисы могут быть вызваны внутренними и внешними причинами, однако внутренние причины сильнее определяют неустойчивость биржи.

Поэтому для прогноза потрясений на фондовом рынке необходимо моделировать самовозбуждающиеся следствия поведения инвесторов, когда действия одних участников побуждают действовать других участников рынка.

В данной работе используется модель эпидемической толчковой последовательности (Epidemic-type Aftershock Sequence), чтобы описать и смоделировать возможность появления финансовых крахов как экзогенной, так и

эндогенной природы. Модель ETAS была разработана в 1988 году для прогнозирования землетрясений в Японии [164]. В модели ETAS для моделирования скорости возникновения землетрясений выше определенного порога используется процесс Хоукса. Интенсивность в процессе Хоукса увеличивается, когда происходит скачок (или шок), после которого скорость убывает как функция времени, прошедшего после прыжка: $\lambda(t | H_t) = \mu(t) + \sum_{t_i < t} \phi(t - t_i)$. Здесь H_t обозначает историю прошедших событий, т.е. даты t_i произошедших к моменту t событий. Поскольку вероятность последующих скачков возрастает после каждого случившегося скачка, процесс Хоукса называется самовозбуждающимся.

Модель ETAS применялась к финансовым данным, например, для моделирования данных о прибылях сделок купли-продажи [165], продолжительности между сделками [166] или доходности по нескольким индексам [167], а также для оценки уровня преступности [168] и распространения красных банановых растений [169].

В этой работе на основе данных фондового рынка (индекса S&P500 и валютной пары USD/RUB) предлагается система раннего предупреждения (EWS) обвалов на фондовом рынке на основе модели ETAS. Система EWS тестировалась на данных S&P 500 и валютной пары USD/RUB. Мы анализируем эффективность модели с использованием показателя Хансен-Куйпера [170] и сравниваем с наиболее распространенной моделью объяснения кластеризации волатильности на финансовых рынках GARCH.

Результаты оценки подтверждают, что ситуации обвалов финансовых рынков являются самоусиливающимися. Тестируя наши модели по данным S&P 500 во время недавнего финансового кризиса, мы обнаружили положительные оценки Хансен-Куйпера. Таким образом, поскольку наша модель использует самовозбуждающееся поведение доходностей акций вблизи финансовых обвалов на рынке, она способна предсказывать вероятности шоков в среднесрочной перспективе.

3.3.2 Описание модели и анализ результатов моделирования

3.3.2.1 Модель ETAS

Модель ETAS основана на самовозбуждающемся точечном процессе Хоукса и представляет собой модель ветвления, в которой каждое событие может инициировать последующие события, которые также, в свою очередь, могут инициировать последующие события.

Рассмотрим процесс с событиями $(t_1, m_1), \dots, (t_n, m_n)$, где t_i определяет время, а m_i – амплитуду события i . Пусть $H_t = \{(t_i, m_i): t_i < t\}$ представляет всю историю событий вплоть до момента времени t . Условная интенсивность процесса Хоукса определяется выражением:

$$\lambda(t | \theta; H_t) = \mu_0 + \sum_{i:t_i < t} \phi(t - t_i, m_i),$$

где $\mu_0 > 0$ и $\phi(s - t_i, m_i) > 0$ всякий раз, когда $s > 0$ и 0 в иных случаях. Теперь интенсивность состоит из постоянного члена μ_0 и самовозбуждающейся функции $\phi(s)$, которая зависит не только от времени, прошедшего с тех скачков, которые произошли до t , но и их размера.

Используем ядра, предложенные Огатой в 1988 году:

$$\phi_{pow}(t - t_i, m_i) = \frac{K_0}{(t - t_i + c)^p} e^{\alpha(m_i - M_0)}; \quad (3.1)$$

$$\phi_{exp}(t - t_i, m_i) = K_0 e^{-\beta(t-t_i) + \alpha(m_i - M_0)}, \quad (3.2)$$

где K_0 – максимальная интенсивность функции [164].

Вероятность возникновения события, инициирующего последующее событие, затухает в соответствии со степенным законом в уравнении (3.1), или по экспоненциальному закону в (3.2). Параметры p и β определяют, насколько быстро вероятность инициирования последующих событий затухает с соответствующим временем, прошедшим после события. Когда p и β большие, вероятность того, что событие вызывает другое событие, быстро снижается.

В формулах (3.1) и (3.2) M_0 обозначает минимальную величину событий, которые моделируются и маркируются как событие. Когда $\alpha \neq 0$, то интенсивность, с которой последующие события возбуждаются наступившим событием, зависит от размера события. Предполагается $\alpha > 0$, потому что более крупные события должны вызывать больше событий, чем более мелкие события. Следовательно, вероятность возбуждения последующих событий увеличивается с размером избыточной величины события ($x = m_i - M_0$). Чем больше α , тем сильнее влияние размера событий на процесс.

Процесс будет стационарен, если коэффициент ветвления n меньше 1. Если $n \geq 1$, то количество порождаемых событий будет расти со временем до бесконечности и процесс будет взрывным. Условия стационарности процесса Хоукса с ядрами (3.1) и (3.2) выглядят следующим образом [164]:

$$n = \int_0^{\infty} \phi_{pow}(t - t_i, m_i) dt = \frac{K_0}{p} < 1 \text{ для (3.1),}$$

$$n = \int_0^{\infty} \phi_{exp}(t - t_i, m_i) dt = \frac{K_0}{\beta} < 1 \text{ для (3.2).}$$

Оценим параметры $\theta = \{\mu, K_0, \alpha, c, p\}$ моделей по максимальному правдоподобию. Логарифмическая функция правдоподобия модели:

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \lambda(t_i | \theta; H_t) - \int_0^T \lambda(t | \theta; H_t) dt,$$

где $\lambda(t_i | \theta; H_t)$ – условная интенсивность, а t_i – время события в интервале $[0, T]$. Для быстрого нахождения максимума функции правдоподобия используется метод прямого поиска симплекса Nelder-Mead. Этот метод значительно ускоряет время вычисления. В связи с большой сложностью точной оценки параметров процесса Хоукса, мы использовали разные методы оценки и алгоритмы оптимизации и протестировали нашу методику на известных данных.

Вероятность возникновения события для процесса Хоукса с условной интенсивностью $\lambda(t | \theta; H_t)$ между t_{n-1} и t_n определяется формулой:

$$\begin{aligned}
Pr(N(t_n) - N(t_{n-1}) > 0) &= 1 - (Pr(N(t_n) - N(t_{n-1}) = 0)) \\
&= 1 - F(t > t_n - t_{n-1}) = 1 - \exp\left(-\int_{t_{n-1}}^{t_n} \lambda(t|\theta; H_t) dt\right). \quad (3.3)
\end{aligned}$$

Таким образом, оценив параметры реального процесса с помощью метода максимума правдоподобия, можно получить условную интенсивность. Используя условную интенсивность, определенную оценочными параметрами, можно посчитать вероятность появления события во временном промежутке с помощью (3.3). Эти вероятностные прогнозы составляют основу системы раннего предупреждения обвалов (EWS).

3.3.2.2 Имитационное моделирование процессов Хоукса

Задача моделирования процесса Хоукса очень интересна потому, что зная истинные значения параметров процесса, мы можем изменять процесс оценки параметров и видеть поведение функции правдоподобия.

Для имитации на компьютере в [164] был предложен метод, основанный на «процедуре прореживания» (thinning procedure) [171]. С ее помощью можно моделировать случайный процесс с ограниченной интенсивностью. После разыгрывания первого события интенсивность увеличивается на α и далее события разыгрываются с интенсивностью $\lambda^* = \lambda_0 + \alpha$, но могут быть «пропущены», т.е. новое событие может быть пропущено с вероятностью $\frac{\lambda(t)}{\lambda^*}$. Если новое событие не было пропущено, то максимальная интенсивность λ^* снова увеличивается на α и процедура продолжается. Этот же метод используется и для моделирования неоднородного процесса Пуассона.

Еще один метод был предложен в [172], в котором необходимо численно решать трансцендентное уравнение для определения времени следующего события. Впоследствии алгоритм существенно доработан и улучшен в [173].

Алгоритм основывается на поиске времени u $(k + 1)$ -го события при наличии времен наступления k предыдущих событий. В каждой итерации

цикла генерируется U – случайная величина, распределенная равномерно на промежутке $(0,1)$. Для генерации используется соотношение, предложенное Ozaki в 1979 году:

$$\log U + \int_{t_k}^u \left(\mu + \sum_{i=1}^k \phi(t - t_i | \theta) \right) dt = 0.$$

В этом уравнении известны все параметры, кроме u . Например, для простейшего вида интенсивности процесса Хоукса в виде $\lambda(t) = \mu(t) + \sum_{t_i < t} \alpha e^{-\beta(t-t_i)}$, это уравнение принимает вид

$$\log U + \mu(u - t_k) - \frac{\alpha}{\beta} \left(\sum_{i=1}^k e^{-\beta(u-t_i)} - \sum_{i=1}^k e^{-\beta(t_k-t_i)} \right) = 0.$$

Обозначим через $Y(k)$ часть этого выражения:

$$Y(k) = \left(- \sum_{i=1}^k e^{-\beta(u-t_i)} + \sum_{i=1}^k e^{-\beta(t_k-t_i)} \right).$$

В [173] было доказано, что:

$$Y(k) = S(k)(1 - e^{-\beta(u-t_k)}),$$

где $S(k) = e^{-\beta(t_k-t_{k-1})}S(k-1) + 1$.

Таким образом, начальное уравнение решается с помощью рекурсивного соотношения

$$\log U + \mu(u - t_k) - \frac{\alpha}{\beta} S(k)(1 - e^{-\beta(u-t_k)}) = 0,$$

где $S(1) = 1$ и $S(k) = e^{-\beta(t_k-t_{k-1})}S(k-1) + 1$.

Для решения вышенаписанного уравнения используется следующая последовательность шагов [172]:

1) обозначаем $t_k = -\log U / \mu$;

2) обновляем значения: $u_{i+1} = u_i - \frac{f(u_i)}{f'(u_i)}$;

где $f(u) = \log U + \mu(u - t_k) - \frac{\alpha}{\beta} S(k)(1 - e^{-\beta(u-t_k)})$,

$$f'(u) = \mu + \alpha S(k)(e^{-\beta(u-t_k)});$$

3) остановить при условии $|u_{i+1} - u_i| \leq e^7$.

Параметр μ определяет интенсивность экзогенных событий (приблизительное количество событий в единицу времени), параметры α и β определяют процесс кластеризации и поведение функции интенсивности между событиями. При одинаковом коэффициенте ветвления n и μ уменьшение остальных параметров приводит к уменьшению кластеризации. Каждый из процессов имеет коэффициент ветвления $n = 0.5$, при этом коэффициенты α и β отличаются в 100 раз. Наибольшая разница между процессами заключается в том, что при больших значениях β интенсивность между событиями затухает очень резко, что сильно снижает вероятность появления событий-потомков.

3.3.2.3 Построение модели EWS на основе индекса S&P 500

Рассматриваются суточные доходности индекса S&P 500 за период с 3.01.1950 по 7.04.2017 (до 10.10.2008 – для калибровки, после – для выборочной оценки моделей). Применяется модель ETAS к 95% и 99% квантилям экстремальных отрицательных доходностей. Выборка ограничивается с целью сильнее выделить внутренние эффекты, иначе рассмотрение кластеризации (влияние событие на вероятность появления следующего) невозможно.

Коэффициент ветвления n (ожидаемое число потомков событий) составляет 75-80% в моделях Хоукса и 15-35% в моделях ETAS. Это подтверждает ожидание того, что обвалы являются локально самоусиливающимися и растущими эндогенно, поскольку события провоцируют появление новых событий.

Таблица 3.1 показывает более высокий потенциал ETAS в сравнении с процессами Хоукса. С увеличением количества событий качество оценки параметров моделей Хоукса снижается, а ETAS, наоборот, увеличивается. Та-

⁷⁾ Изначально заданная величина точности

ким образом, наиболее оптимальной моделью является ETAS на 5% выборке экстремальных отрицательных доходностей. Также рассматриваем процесс Хоукса на 1% выборке.

Таблица 3.1 – Оценки параметров модели EWS на основе S&P 500

Оценки параметров моделей	Процесс Хоукса с ядром $\phi(t - t_i) = \alpha e^{-\beta(t-t_i)}$		Модель ETAS с ядром (3.1)	
	1%	5%	1%	5%
μ	0.79	3.25	0.49	5.71
α	6.51	7.87	0.14	0.48
β	8.66	9.97		
K_0			1.86	0.02
c			0.91	136.46
p			4.97	0.13
$\log L$	-1375.65	-4600.88	-9.67	440.08
AIC	2757.3	9207.75	29.33	-870.19

Ниже приведена Таблица 3.2, показывающая попадания и промахи системы EWS с ядром (3.1) для выборки 1% максимальных отрицательных доходностей в период с 10 октября 2008 года до 7 апреля 2017. Если вероятность появления события в следующие 5 дней (формула (3.3)) выше 0.5, события предсказывается положительно.

Таблица 3.2 – Попадания и промахи системы EWS с ядром Хоукса для выборки 1% максимальных отрицательных доходностей в период с 10 октября 2008 года до 7 апреля 2017 года

Предсказание	Наблюдение		
	Событие произошло	Отсутствие события	Итого предсказанных
Событие произошло	25	44	69
Отсутствие события	30	2034	2064
Итого наблюдаемых	55	2078	

Большое количество промахов системы (30) объясняется тем, что события, произошедшие из-за внешних шоков, система предсказать не может. Коэффициенты Хансенна-Куйпера для системы EWS с ядром Хоукса для выборки 1% и 5% максимальных отрицательных доходностей, прогнозная сила моделей одинакова и равна 0.42 и 0.43, соответственно. Система предсказания EWS улавливает периоды кластеризации отрицательных доходностей и может предсказывать обвалы индекса в пятидневном интервале.

3.3.2.4 Построение модели EWS на основе данных USD/RUB

Аналогично индексу S&P 500 применяется модель Хоукса и ETAS к 95% и 99% квантилям экстремальных отрицательных доходностей по валютной паре USD/RUB за период с 26.01.1999 по 10.04.2017 (калибровка на всем периоде, см. Таблицу 3.3).

Таблица 3.3 – Оценки параметров модели EWS по валютной паре USD/RUB

Оценки параметров моделей	Процесс Хоукса с ядром $\phi(t - t_i) = \alpha e^{-\beta(t-t_i)}$		ETAS с ядром (3.1)	
	1%	5%	1%	5%
μ	0.23	2.12	0.27	1.16
α	5.13	7.16	0	0.69
β	5.39	8.18		
K_0			0.26	0.55
c			0.37	0.55
p			2.99	3.045
$\log L$	-384.77	-5854.85	20.92	196.125
AIC	775.54	11715.7	-31.85	-382.245

Коэффициент ветвления n в процессах Хоукса ожидаемо выше и находится в пределах 87-95%. Аналогично с поведением коэффициентов моделей для S&P 500, качество оценки параметров модели ETAS возрастает с увеличением количества событий. Модели, основанные на 1% выборке доходностей, имеют интенсивность 0 в промежутке между 2003 и 2014 годами. Это свидетельствует о том, что модель не очень корректно отображает интенсивность на половине временного интервала. Более того, отсутствие интенсивности в этом периоде будет означать невозможность подсчета вероятности обвала в пятидневном интервале.

Для 1% выборки доходностей, все прогнозные вероятности обвалов оказались ниже 0.5. Это связано с малым количеством событий на промежутке в 17 лет и отсутствию самовозбуждения процесса на протяжении с 2003 по 2014 года. Таким образом, интенсивность затухает настолько быстро, что помехи не успевают образоваться. Следовательно, мы не можем использовать кластеризацию событий для прогноза обвалов.

При фильтрации 5% экстремальных отрицательных доходностей вероятности обвалов начали расти вместе с увеличением волатильности на рынке в конце 2014 года. Практически все время до этого (кроме одного дня в 2001 году), система не давала прогнозов событий.

Ситуация с ошибками первого и второго рода полностью аналогична ситуации с индексом S&P 500. Тем не менее, скоринг $KSS = 0.33$ значительно отличается. Это произошло по причине того, что для валютной пары временной промежуток для оценки параметров был гораздо меньше, а прогноз осуществлялся для всего временного промежутка, а не его части.

3.3.3 Некоторые выводы

В данном подразделе отчета рассматриваются модели прогнозирования потрясений на фондовых рынках, учитывающих кластеризацию доходностей во время обвалов рынка. Все модели основаны на самовозбуждающемся процессе Хоукса, интенсивность которого определяется произошедшими в прошлом событиями (экзогенными или эндогенными). Модели протестированы на данных фондового индекса S&P500 и валютной паре USD/RUB. Модели подобного вида могут быть использованы для оценки финансовых рисков и в качестве элемента системы поддержки принятия решений трейдером на бирже.

3.4 Агрегирования прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков в рамках теории свидетельств

3.4.1 Постановка задачи и обзор исследований

При принятии решений инвестором на фондовом рынке центральную роль играет информационная составляющая. Среди информационных факторов особо выделяются прогнозы и рекомендации финансовых аналитиков. Значимость рекомендаций аналитиков на те или иные аспекты принятия решений инвесторами в научной литературе оценивается по-разному. В неко-

торых работах вообще ставится под сомнение влияние прогнозов на доходность при принятии решений инвесторами. Но большинство исследователей склоняются к тому, что рекомендации аналитиков полезны при принятии решений. Так, в [174] (а ранее и в других работах) было показано, что изменение рекомендаций аналитиков оказывает до 20% влияние на изменение цен акций. Некоторые исследователи, например, [175] утверждают (и показывают это), что рекомендации аналитиков лучше прогнозируют прибыль на акцию (EPS values), чем модели временных рядов (например, GARCH-модели).

Связь точности прогнозов с качеством финансовых институтов исследовалась в [176]. Влияние конфликта интересов на качество прогнозов рассматривалось в [177]. Математическая модель между точностью прогнозов аналитиков и доходностью рекомендаций была построена и исследовалась в [178]. Факторы, влияющие на точность прогнозов аналитиков, исследовались в [179]. В частности, в этой работе было показано влияние на точность прогнозов таких факторов, как опыт аналитика, ресурсное обеспечение, широта его специализации и др. Сравнение рекомендаций от инвестбанков и независимых компаний было осуществлено в [180]. Влияние прогнозов на изменение стоимости акций исследовалось в [181]. В [182] было показано, что рекомендации покупки акций являются значимым положительным сигналом к росту доходности, а рекомендации продажи – значимым отрицательным сигналом. В тоже время в этой же работе было продемонстрировано, что эффективность рекомендаций неоднородна по компаниям и отраслям. В частности, эффективность рекомендаций невысока для компаний с низким уровнем прозрачности.

В [183] исследовалась информативность и взаимосвязь рекомендаций аналитиков и инсайдерской информации. В [184] было проанализировано изменение характера рекомендаций аналитиков из инвестбанков с разной репутацией в период IPO.

Большой обзор зарубежной научной литературы до 2009 года по анализу рекомендаций финансовых аналитиков можно найти в [185].

Значительно меньше исследований посвящено анализу качества прогнозов российских аналитиков. Так в [186] были проанализированы рекомендации аналитиков на рынке корпоративных облигаций. В [187] была оценена прогностическая способность финансовых аналитиков. В [188, 189] была проанализирована конфликтность и согласованность прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков на российском фондовом рынке методами теории свидетельств.

Среди задач, связанных с оценкой рекомендаций финансовых аналитиков, важное место занимает задача агрегирования рекомендаций и прогнозов. Так в [190] было продемонстрировано, что учет агрегированных на уровне стран рекомендаций аналитиков улучшает доходность на международном фондовом рынке. В [191] показано, что учет изменений в агрегированных рекомендациях положительно влияет в среднем на получение дохода и прибыли. В этом исследовании, в частности, показано, что учет агрегированных рекомендаций оказывается полезным при принятии решений на коротком горизонте (3 месяца) для инвесторов на фондовой бирже. В [192] была показана значимость комбинирования рекомендаций аналитиков и прогнозов целевой цены для построения доходной инвестиционной стратегии.

В [193] было выполнено сравнение прогнозов аналитиков с эконометрическими прогнозными моделями – простыми и агрегированными. Было показано, что в период резкого слома трендов простые экспертные прогнозы оказались точнее эконометрических, а при рассмотрении агрегированных прогнозов некоторые эконометрические прогнозы оказались существенно лучше экспертных.

В качестве основного метода агрегирования, как правило, используется консенсус прогноз с весами. В качестве весов выступают значения рыночной капитализации фирм [190], субъективные представления о компетенции экспертов [193], обратные значения ошибок ранее сделанных прогнозов [194] и т.д.

Вместе с тем, в ряде исследований было показано, что к агрегированным прогнозам надо относиться с осторожностью. Так в [195] утверждалось, что среднее значение неэффективно использовать для агрегирования прогнозов. Эта неэффективность возрастает при увеличении числа прогнозов в агрегировании. Там же были предложены некоторые процедуры выбора «хороших» прогнозов для агрегирования.

В [194] обсуждалась задача агрегирования прогнозов цены на нефть, полученных с помощью различных эконометрических моделей. В частности, в этой работе было показано, что модель комбинирования прогнозов с помощью весов, равных обратным значениям ошибок ранее сделанных прогнозов, имеет меньшую точность, чем модель комбинирования с равными весами. Заметим, что справедливость этого вывода попутно подтверждена в настоящем исследовании для консенсус-прогноза аналитиков на российском фондовом рынке.

В данном подразделе отчета рассмотрен метод агрегирования рекомендаций финансовых аналитиков, основанный на теории свидетельств (теории Демпстера-Шейфера, теории функций доверия [196, 197]) на примере российского фондового рынка, а также проведено сравнение качества полученных прогнозов с классическим консенсус-методом. Этот метод позволяет агрегировать информацию о рекомендациях аналитиков с прогнозами целевой цены.

В качестве источников экспертных оценок в данном исследовании выступают российские инвестиционные банки и аналитические компании, предоставляющие свои годовые прогнозы в отношении голубых фишек, представленных на российском фондовом рынке за период 2010-2016 годы. Кроме того, в исследовании использованы данные о реальной стоимости акций анализируемых компаний, которые были собраны с помощью терминалов РБК QUOTE и Bloomberg Terminal.

3.4.2 Основные понятия теории свидетельств

Теория свидетельств (теория функций доверия или теория Демпстера-Шейфера) была предложена в работе Демпстера [196] и затем более детально была разработана в работе Шейфера [197], как метод обработки свидетельств, представленных в виде совокупности множеств принадлежности истинной альтернативы и частот, характеризующих степень этой принадлежности. За последние 40 лет теория свидетельств стала одним из наиболее мощных инструментов обработки неопределенной информации. В частности, в последнее время эта теория широко используется в финансово-экономическом анализе, например, при прогнозировании прибыльности инвестиций на основе интервальных экспертных оценок [198], в маркетинговом анализе данных [199], прогнозировании дохода на фондовой бирже [200], в форсайт-исследованиях [201] и т.д.

Пусть Ω – некоторое универсальное множество (фрейм различий) всех возможных значений результатов эксперимента (наблюдений, альтернатив и т.д.), $Po(\Omega)$ – множество всех подмножеств из Ω . Базовой вероятностью в теории свидетельств называют функцию множеств $m: Po(\Omega) \rightarrow [0,1]$, которая удовлетворяет условиям $m(\emptyset) = 0$ и $\sum_{A \in Po(\Omega)} m(A) = 1$. В [196], в частности, базовая вероятность рассматривалась как относительная частота того, что истинная альтернатива принадлежит множеству A , т.е. $m(A) = c_A/N$, где c_A – количество наблюдаемых множеств $A \subseteq \Omega$, N – общее количество наблюдений. Этот способ расчета базовой вероятности применим в случае, когда число измерений N достаточно велико. При небольшом значении N результаты могут быть более рискованными и неопределенными.

Подмножество $A \subseteq \Omega$ называют фокальным элементом, если $m(A) > 0$. Пару $F = (\mathcal{A}, m)$ из множества всех фокальных элементов $\mathcal{A} = \{A\}$ и соответствующей функции масс $m(A)$, $A \in \mathcal{A}$ называют телом свидетельства. Тело свидетельства $F_A = (A, 1)$, имеющее только один фокальный элемент, назы-

вают категоричным (categorical). В частности, тело свидетельства $F_\Omega = (\Omega, 1)$ называют бессодержательным (vacuous), поскольку оно не несет никакой информации о принадлежности истинной альтернативы какому-либо подмножеству из Ω . Любое тело свидетельства $F = (\mathcal{A}, m)$ можно представить в виде $F = \sum_{A \in \mathcal{A}} m(A) F_A$, т.е. как выпуклую комбинацию категоричных свидетельств. Тело свидетельства называют простым (simple), если оно имеет не более двух фокальных элементов, причем, если их два, то Ω – одно из них. Простое тело свидетельства можно представить в виде $F_A^\omega = (1 - \omega) F_A + \omega F_\Omega$, где $\omega \in [0, 1]$. В частности, $F_A^0 = F_A$ и $F_A^1 = F_\Omega$.

Параллельным (а для некоторых задач и более удобным) является представление свидетельств с помощью некоторых функций множеств, среди которых в первую очередь выделяют:

- функцию доверия $Bel(A) = \sum_{B: B \subseteq A} m(B)$;
- функцию правдоподобия $Pl(A) = \sum_{B: B \cap A \neq \emptyset} m(B)$.

Функции доверия и правдоподобия можно рассматривать как нижнюю и верхнюю оценки вероятности наступления события A : $Bel(A) \leq Pr(A) \leq Pl(A)$. Одним из удобных инструментов в теории свидетельств является возможность комбинирования свидетельств, т.е. агрегирования информации полученной из разных источников. Существуют несколько правил комбинирования (см. обзор, например, в [202]). Исторически первым из них было правило Демпстера [196]. Основными предпосылками возможности комбинирования свидетельств с помощью правила Демпстера является независимость источников данных, а также полное доверие к этим источникам. Предположим, существуют две независимые группы экспертов, которые предоставляют свои прогнозы относительно некоторого события A (например, попадание цены акций в числовое множество A). Пусть в первую и вторую группы входят N_1 и N_2 экспертов соответственно. Для каждого события A и для каждой группы экспертов подсчитываются базовые вероятности $m_1(A) = c_A^1 / N_1$ и

$m_2(A) = c_A^2/N_2$ соответственно, где c_A^1 (c_A^2) – число экспертов из первой (второй) группы, которые указали событие A в качестве возможного исхода. Тогда комбинированная базовая вероятность $m = m_1 \oplus m_2$ вычисляется по формуле

$$m(A) = \frac{1}{1-K} \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C), \quad A \neq \emptyset,$$

где $K = m(\emptyset) = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C)$.

Величина $K \in [0,1]$ характеризует степень конфликтности источников: чем больше значение этого параметра, тем более противоречивую информацию предоставляют источники. В частности, если источники информации являются абсолютно конфликтными, т.е. $B \cap C = \emptyset$ для всех пар фокальных элементов двух источников, то правило комбинирования Демпстера неприменимо, поскольку в этом случае $K = 1$.

Операция комбинированная \oplus является ассоциативной и, следовательно, позволяет комбинировать любое конечное число свидетельств.

Заметим, что при комбинировании по правилу Демпстера категоричных неконфликтных свидетельств F_A и F_B ($A \cap B \neq \emptyset$) мы получим категоричное свидетельство $F_{A \cap B}$. При комбинировании простых свидетельств $F_A^{\omega_A}$ и $F_B^{\omega_B}$ – получим свидетельство, состоящее либо из 3-х фокальных элементов A, B, Ω , если $A \cap B = \emptyset$, либо из 4-х: $A, B, A \cap B, \Omega$, если $A \cap B \neq \emptyset$.

Пример 3.1. Пусть один эксперт предсказывает, что стоимость акций некоторой компании через месяц будет в промежутке $[40,50)$ с базовой вероятностью $m_1([40,50)) = 0.7$ или в промежутке $[50,55)$ с базовой вероятностью $m_1([50,55)) = 0.3$. Другой эксперт предсказывает, что цена за акцию той же компании через месяц будет в промежутке $[40,48)$ с базовой вероятностью $m_2([40,48)) = 0.6$ или в промежутке $[48,52)$ с базовой вероятностью $m_2([48,52)) = 0.4$. Тогда конфликт между этими двумя свидетельствами равен $K = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$, а комбинирование по правилу Демпстера даст новое сви-

детельство с базовыми вероятностями $m([40, 48]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.7 \cdot 0.6 = 21/41$,
 $m([48, 50]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.7 \cdot 0.4 = 14/41$, $m([50, 52]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.3 \cdot 0.4 = 6/41$.

Если экспертные оценки относительно события A представляют собой ограниченные числовые множества в \mathbb{R} , то можно вычислить верхнюю и нижнюю границы математического ожидания принадлежности истинной альтернативы:

$$\underline{E} = \sum_{i=1}^n m(A_i) \inf \{A_i\}, \quad \bar{E} = \sum_{i=1}^n m(A_i) \sup \{A_i\}.$$

Например, для данных из Примера 3.1 для комбинированных свидетельств $\underline{E} = \frac{21}{41} \cdot 40 + \frac{14}{41} \cdot 48 + \frac{6}{41} \cdot 50 \approx 44,19$ и $\bar{E} = \frac{21}{41} \cdot 48 + \frac{14}{41} \cdot 50 + \frac{6}{41} \cdot 52 \approx 49,27$.

Если источники информации не являются абсолютно надежными, то это можно учесть с помощью так называемого правила дисконтирования, которое было предложено в [197]. В соответствии с этим правилом степень надежности источника информации оценивается с помощью коэффициента дисконтирования $\alpha \in [0, 1]$. При этом базовые вероятности фокальных элементов пересчитываются по формуле:

$$m^\alpha(A) = (1 - \alpha)m(A) \text{ для всех } A \neq \Omega, \quad m^\alpha(\Omega) = \alpha + (1 - \alpha)m(\Omega).$$

При $\alpha = 1$ источник считается абсолютно ненадежным, при $\alpha = 0$ источник является абсолютно надежным. После дисконтирования базовых вероятностей, применяется правило Демпстера или другое правило комбинирования. Заметим, что после дисконтирования категоричное свидетельство F_A станет простым свидетельством F_A^α , а простое свидетельство F_A^ω преобразуется в простое $F_A^{\alpha+(1-\alpha)\omega}$.

Пример 3.2. Если в Примере 3.1 первый источник информации имел надежность $\alpha_1 = 0.2$, а второй был абсолютно надежным (т.е. $\alpha_2 = 0$), то после дисконтирования первого источника мы получим новое свидетельство: $m_1([40, 50]) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$, $m_1([50, 55]) = 0.8 \cdot 0.3 = 0.24$ и, если считать, что цена акции в любом случае будет в промежутке $\Omega = [0, 100]$, то $m_1([0, 100]) = 0.2$. Тогда после комбинирования этого свидетельства со вто-

рым свидетельством, получим: $K = 0.24 \cdot 0.6 = 0.144$,
 $m([40, 48]) = \frac{1}{1-K} \cdot (0.56 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.6) = 57/107$, $m([48, 50]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.56 \cdot 0.4 = 28/107$,
 $m([50, 52]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.24 \cdot 0.4 = 12/107$, $m([48, 52]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.2 \cdot 0.4 = 10/107$. В этом
случае верхняя и нижняя границы математического ожидания стоимости ак-
ции будут равны: $\underline{E} = \frac{57}{107} \cdot 40 + \frac{28+10}{107} \cdot 48 + \frac{12}{107} \cdot 50 \approx 43,96$ и
 $\bar{E} = \frac{57+10}{107} \cdot 48 + \frac{28}{107} \cdot 50 + \frac{12}{107} \cdot 52 \approx 48,97$, т.е. границы немного уменьшатся, что
больше соответствует прогнозу более надежного второго свидетельства.

Кроме того, для дисконтированных свидетельств с ненулевыми коэффициентами мера конфликта $K \neq 1$ и применимо правило комбинирования Демпстера.

Двойственным к правилу Демпстера является дизъюнктивное правило консенсуса Дюбуа-Прада [203]:

$$m^{DP}(A) = \sum_{B \cup C = A} m_1(A)m_2(B).$$

Правило Демпстера является оптимистичным в том смысле, что если один источник утверждает, что истинная альтернатива принадлежит множеству A , а другой – множеству B , то в соответствии с правилом Демпстера мы получим свидетельство, которое утверждает, что истинная альтернатива принадлежит множеству $A \cap B$. Напротив, дизъюнктивное правило консенсуса является пессимистичным – после комбинирования тех же свидетельств в соответствии с дизъюнктивным правилом, мы получим, что истинная альтернатива принадлежит множеству $A \cup B$.

Пример 3.3. Для двух свидетельств из Примера 3.1 комбинирование по дизъюнктивному правилу даст следующий результат:
 $m^{DP}([40, 50]) = 0.7 \cdot 0.6 = 0.42$, $m^{DP}([40, 52]) = 0.7 \cdot 0.4 = 0.28$,
 $m^{DP}([40, 48] \cup [50, 55]) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$, $m^{DP}([48, 55]) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$. И тогда,
например, верхняя и нижняя оценки математического ожидания стоимости акции будут равны: $\underline{E} = (0.42 + 0.28 + 0.18) \cdot 40 + 0.12 \cdot 48 = 40.96$ и
 $\bar{E} = 0.42 \cdot 50 + 0.28 \cdot 52 + (0.18 + 0.12) \cdot 55 = 52.6$. В этом случае мы будем полу-

чать более осторожные (и более неопределенные) оценки, чем в случае комбинирования по правилу Демпстера.

В данной работе для комбинирования свидетельств будем использовать только правило Демпстера.

3.4.3 Описание данных

Как правило, экспертная оценка относительно поведения цены акции на ограниченном временном горизонте состоит из двух показателей: целевой цены и непосредственной рекомендации. Прогнозы экспертов можно характеризовать по времени актуальности прогноза. Как правило, выделяют наиболее распространённые временные горизонты: недельные, месячные, квартальные и годовые. Целевая цена – это ожидаемая экспертом цена акции на конец периода действия прогноза.

Рекомендации аналитиков (обозначение Recommendation) могут принимать значения sell, hold, buy, которые соответствуют различным ожидаемым темпам роста цен акций: прогноз sell соответствует низкому или отрицательному ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги; hold соответствует среднему ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги; buy соответствует высокому ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги. Ряд банков используют другие обозначения, которые, однако, можно сопоставить со шкалой «sell-hold-buy».

В качестве источников экспертных оценок в данном исследовании выступают семь российских банков и три аналитические компании, предоставляющие свои годовые прогнозы в отношении голубых фишек⁸⁾ (только обычные акции), представленных на российском фондовом рынке в период с января 2010 по май 2016 года.

⁸⁾ Голубые фишки – акции или ценные бумаги наиболее крупных, ликвидных и надёжных компаний со стабильными показателями получаемых доходов и выплачиваемых дивидендов.

Список рассматриваемых банков-источников: Газпромбанк (GPB), Открытие (BO), Райффайзенбанк (RB), Ренессанс Кредит (RK), Сбербанк России (SB), Уралсиб (URS), ВТБ (BVTB).

Список рассматриваемых аналитических компаний: АК BARS Finance (ABF), BCS, Finance Investment Company (UFIC).

Список компаний и обозначений их акций, которые были рассмотрены: Газпро́м (GAZP), Лукойл (LKOH), Росне́фть (ROSN), Сбербанк России (SBER), Магнит (MAGN), Сургутнефтегаз (SNGSP), Норильский никель (GMKN), Банк ВТБ (VTBR), Транснефть (TRNFP), Татнефть (TATN), Мобильные ТелеСистемы (MTSS), Северсталь (CHMF), АЛРОСА (ALRS), Новатэк (NVTK), Аэрофлёт (AFLT), Уралкалий (URKA).

Также с помощью терминалов РБК QUOTE и Bloomberg Terminal были собраны данные о реальной стоимости акций данных компаний в период с января 2010 по май 2016 года.

3.4.4 Методология исследования

3.4.4.1 Нахождение фокальных элементов и тел свидетельств аналитиков

Для того чтобы можно было применить методы теории свидетельств для решения задачи агрегирования прогнозов финансовых аналитиков, необходимо перейти от точечных экспертных оценок к интервальным оценкам. Для этого установим соответствие между прогнозируемым темпом роста акций (продавать-держать-покупать) и соответствующим интервалом, уникальным и достаточно стабильным для каждого банка и аналитической компании. Это соответствие неявно задается методикой составления прогноза, выбранной мерой риска неправильного решения, макроэкономическим фоном и т.д.

В качестве характеристики темпов роста цены акции будем использовать относительную целевую цену, которая представляет собой отношение целевой цены к реальной цене акции на день представления прогноза:

$$CRev(stock, t) = \frac{Tgt_px(stock, t)}{P_cl(stock, t)},$$

где $Tgt_px(stock, t)$ – это целевая цена ценной бумаги, а $P_cl(stock, t)$ – это цена акции $stock$ в день составления прогноза t . Затем для каждого источника данных на основе собранных наблюдений были определены значения переменной $CRev(stock, t)$, которые являются граничными значениями соответствия этой числовой переменной и различными значениями (sell, hold и buy) номинальной переменной-рекомендации. Иными словами, границы определяются как два числовых значения на оси относительных цен акций, разбивающие ось на три интервала, которые соответствуют рекомендациям sell-hold-buy. Эти граничные значения вычисляются из условия минимизации числа попаданий прогнозов относительных цен акций в "не свои" интервалы рекомендаций. Кроме того, определялись нижняя граница для интервала sell, как минимальное значение целевой цены и верхняя граница интервала buy, как максимальное значение целевой цены. Например, для Сбербанка России (SB) sell=[0.36, 0.61), hold=[0.61, 1.17) и buy = [1.17, 1.69). При этом процент ошибок числа попаданий прогнозов относительных цен акций в "не свои" интервалы рекомендаций равен 8.57.

Таким образом, с учетом того, что в течение года одна аналитическая компания дает несколько рекомендаций (пересмотр прогнозов), мы имеем для каждой i -й аналитической компании и для каждой акции $stock$ тело свидетельств $F_{i,stock} = (\mathcal{A}_{i,stock}, m_{i,stock})$, $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$, $i = \{ABF, \dots, BVTB\}$. Каждое тело свидетельств имеет не более трех (без учета дисконтирования) фокальных элемента: $S_{i,stock}$, $H_{i,stock}$, $B_{i,stock}$, а базовые вероятности $m_{i,stock}(A)$ равны относительной частоте попадания рекомендаций i -го источника в один из интервалов ожидаемой относительной цены акции $stock$: $A \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$. В случае дисконтирования к этому множеству фокальных элементов добавится множество Ω .

Можно поставить задачу о нахождении в некотором смысле оптимальных тел свидетельств с учетом пересмотров прогнозов. Пусть имеется n категоричных упорядоченных по времени тел свидетельств F_{A_s} , где

$A_s \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$, $s = 1, \dots, n$, которые представляют собой упорядоченное множество рекомендаций i -го источника в течение года. Для того, чтобы найти свидетельство-рекомендацию i -го источника на конец года, рассмотрим комбинированное свидетельство $F(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \bigoplus_{s=1}^n F_{A_s}^{\alpha_s}$, которое получено с помощью правила Демпстера с дисконтированием, с коэффициентами $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$. Здесь $F_{A_s}^{\alpha_s} = (1 - \alpha_s)F_A + \alpha_s F_\Omega$, где $A \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$. Неравенства $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$ отражают тот факт, что более важными для комбинирования являются последние по времени рекомендации. Рассмотрим критерий оптимизации $C(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = (E_0[F(\alpha_1, \dots, \alpha_n)] - p)^2$, где p – фактическая последняя «допрогнозная» относительная цена стоимости акций, $E_0[F] = \frac{1}{2}(\underline{E}[F] + \bar{E}[F])$ – среднее значение интервала математического ожидания прогнозной цены. Требуется найти такие коэффициенты $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, которые удовлетворяют условию $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$ и $C(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \rightarrow \min$.

Пример 3.4. Пусть $n = 4$, $F_1 = F_2 = F_4 = F_S$ («продавать») и $F_3 = F_H$ (держать). Тогда

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = F_S^{\alpha_1} \oplus F_S^{\alpha_2} \oplus F_H^{\alpha_3} \oplus F_S^{\alpha_4} = m(S)F_S + m(H)F_H + m(\Omega)F_\Omega.$$

Конфликт дисконтированных свидетельств равен $K = K(F_S^{\alpha_1}, F_S^{\alpha_2}, F_H^{\alpha_3}, F_S^{\alpha_4}) = (1 - \alpha_3)(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4)$, а значения функции масс после комбинирования дисконтированных свидетельств равны:

$$m(S) = \frac{1}{1-K} \alpha_3(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4), \quad m(H) = \frac{1}{1-K} \alpha_1\alpha_2(1 - \alpha_3)\alpha_4, \quad m(\Omega) = \frac{1}{1-K} \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4.$$

Следовательно,

$$C(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = (E_0[F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)] - p)^2 = \left(\frac{\alpha_3(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4)S_0 + \alpha_1\alpha_2(1 - \alpha_3)\alpha_4H_0 + \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\Omega_0}{\alpha_3 + \alpha_1\alpha_2\alpha_4 - \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} - p \right)^2,$$

где S_0, H_0, Ω_0 – середины интервалов относительных цен S, H и Ω соответственно. Решая задачу $C(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) \rightarrow \min$ при условии $1 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3 \geq \alpha_4 \geq 0$, найдем оптимальное свидетельство F . Например, если $S_0 = 0.7, H_0 = 1.1, \Omega_0 = 0.9$ и $p = 0.8$, то получим оптимальные значения $\alpha_1 = \alpha_2 = 1, \alpha_3 \approx 0.34, \alpha_4 \approx 0.13$ и $F \approx 0.7F_S + 0.2F_H + 0.1F_\Omega$.

Заметим, что при комбинировании I свидетельств вида $m(S)F_S + m(H)F_H + m(B)F_B + m(\Omega)F_\Omega$ мы можем получить новое свидетельство, в котором может быть до 4^I фокальных элементов.

3.4.4.2 Различные стратегии комбинирования

Затем для каждого года в период с 2010 по 2015 год и для каждой акции с помощью правила Демпстера были получены комбинированные базовые вероятности попадания относительной цены акции в различные интервалы относительной цены акции на конец каждого года, а также верхняя и нижняя границы математического ожидания относительной цены акции. Заметим, что прогнозы аналитиков различных источников могут быть попарно несовместимы (находиться в конфликте), если числовые интервалы, которым принадлежат прогнозируемые ими целевые цены не пересекаются: $m(A_i^1) > 0$ и $m(A_j^2) > 0$ при этом $A_i^1 \cap A_j^2 = \emptyset$. Свидетельства, полученные из таких источников, не могут быть комбинированы по правилу Демпстера, поэтому требуется определить правило, по которому будет выбираться один из источников, находящихся в конфликте. В данной работе были применены два альтернативных правила выбора источников:

1. Все источники ранжируются по возрастанию степени конфликтности, и комбинирование свидетельств начинается с пары наименее конфликтных источников. Степень конфликтности источника i определяется как число остальных источников $j \neq i$, которые находятся в конфликте с источником i . Если данные из первых двух источников ранжированного ряда состоят в

конфликте, то выбирается первый источник из ряда. Далее выбираются следующие по очереди в ряду источники, которые не состоят в конфликте с уже комбинированными.

Положительной стороной такого правила является исключение выбросов – свидетельств, которые противоречат всем остальным имеющимся экспертным оценкам. Кроме того, в [204] было показано, что инвесторам следует относиться с осторожностью к тем рекомендациям, которые имеют большой конфликт (в частности, имеют большие расхождения по целевой цене). С другой стороны, согласно этому правилу, в первую очередь комбинируются схожие свидетельства, что не способствует учету мнений экспертов, которые имеют альтернативную точку зрения.

2. Для каждого источника i оценивается степень достоверности прогнозов по каждой акции $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$ в прошлом периоде. Этот показатель рассчитывается как среднее отношение отклонения прогнозируемой относительной цены от реальной относительной цены к максимуму из этих двух величин:

$$\delta_{stock}^i(\text{CRev}_{\text{forecast}}) = \frac{1}{N} \sum_t \frac{|\text{CRev}_{\text{real}}(\text{stock}, t) - \text{CRev}_{\text{forecast}}(\text{stock}, t)|}{\max(\text{CRev}_{\text{real}}(\text{stock}, t), \text{CRev}_{\text{forecast}}(\text{stock}, t))},$$

где N – число временных оценок прогнозирования относительно цены акции $stock$, $\text{CRev}_{\text{real}}(\text{stock}, t)$ – реальная относительная цена акции $stock$ в момент времени t , $\text{CRev}_{\text{forecast}}(\text{stock}, t)$ – прогнозная относительная цена акции $stock$ в момент времени t . Все источники ранжируются по возрастанию степени достоверности, и комбинирование свидетельств начинается с пары наиболее достоверных источников. Если данные из первых двух источников ранжированного ряда состоят в конфликте, то выбирается первый источник из ряда. Далее выбираются следующие по очереди в ряду источники, которые не состоят в конфликте с уже скомбинированными.

Также для комбинирования свидетельств, полученных из разных источников, было использовано правило дисконтирования с коэффициентами δ_{stock}^i . Если в текущем периоде один из источников предоставляет прогнозы

относительно акции, по которой не было рекомендаций в прошлом периоде, можно рассмотреть несколько сценариев отношения к таким прогнозам. Первый сценарий заключается в том, что к рекомендациям относительно новых для данного источника акций можно относиться с высокой степенью доверия, и выбирать для них небольшое значение коэффициента дисконтирования, например, $\delta_{stock}^i = 0.1$. Второй, нейтральный, сценарий предполагает меньшее доверие к рекомендациям относительно новых для данного источника акций, $\delta_{stock}^i = 0.5$. Третий сценарий предполагает $\delta_{stock}^i = 0.75$, т.е. степень достоверности новых источников предполагается немного меньше степени достоверности источников, прогнозы которых в прошлом периоде были очень далеко от реальных значений.

Относительно «старых» источников информации будем придерживаться двух стратегий. В первом случае – «с цензурой» – будем для комбинирования выбирать только те источники, коэффициент дисконтирования которых меньше заданного порогового значения α . Во втором случае – «без цензуры» – при комбинировании будем использовать все имеющиеся источники.

Далее для каждой акции для каждого периода был рассчитан консенсус-прогноз: сначала для каждого периода $t = \{31.12.2010, \dots, 31.12.2015\}$ и акций $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$ было найдено среднее значение ожидаемой прибыли, которое было спрогнозировано экспертами одного источника $i = \{ABF, \dots, BVTV\}$. Затем, для каждого i рассчитывается средний коэффициент $\overline{CRe}(stock, t)$ по всем источникам. Также альтернативный взвешенный коэффициент $\overline{CRe}^w(stock, t)$ был построен с учетом степени достоверности источников.

3.4.4.3 Оценки ошибок прогнозирования

Для вычисления ошибки прогнозов, полученных с помощью различных методов агрегирования по каждой ценной бумаге $stock$, будем использовать

функционал абсолютной ошибки прогнозирования (mean absolute error (MAE))

$$MAE_{stock}(CRev_{forecast}) = \frac{1}{N} \sum_t |CRev_{real}(stock, t) - CRev_{forecast}(stock, t)|,$$

в котором прогнозное значение относительной цены акции вычисляется одним из описанных выше методов:

- консенсус-прогноз;
- \underline{E} , нижняя граница математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования;
- \overline{E} , верхняя граница математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования;
- $E_0 = \frac{1}{2}(\underline{E} + \overline{E})$, середина интервала математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования.

Также была введена средняя абсолютная ошибка по всем бумагам для различных методов агрегирования:

$$MAE(CRev_{forecast}) = \frac{1}{M} \sum_{stock} MAE_{i,stock}(CRev_{forecast}),$$

где $M = |stock|$ – число различных бумаг.

3.4.5 Результаты агрегирования рекомендаций

На рисунках 3.1 – 3.8 представлены результаты прогнозирования с помощью рассмотренных выше методик цен акций компании Транснефть (TRNFP). На рисунках 3.1 и 3.2 представлены результаты применения правила комбинирования Демпстера с выбором наименее конфликтных источников и выбором наиболее надежных источников соответственно. Рисунки 3.3 – 3.5 представляют результаты применения дисконтирования при оптимистичном, нейтральном и пессимистичном отношении к новым источникам соответственно и без цензуры старых источников. А на рисунках 3.6 – 3.8

показаны результаты комбинирования «с цензурой» ($\alpha = 0.75$) в случаях оптимистичного, нейтрального и пессимистичного отношения к новым источникам соответственно.



Рисунок 3.1 – Результаты комбинирования свидетельств с выбором наименее конфликтных источников для акции TRNFP

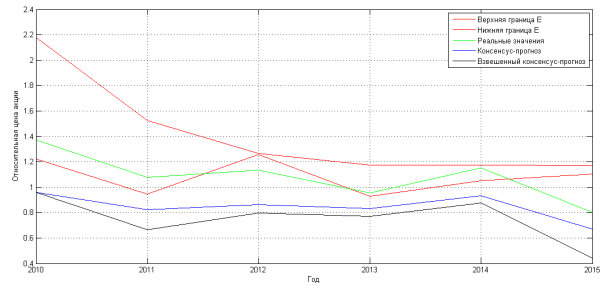


Рисунок 3.2 – Результаты комбинирования свидетельств с выбором наиболее надежных источников для акции TRNFP

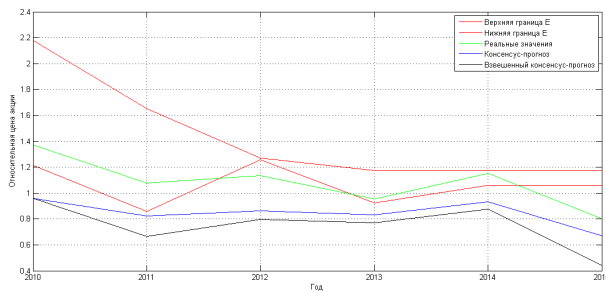


Рисунок 3.3 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при оптимистичном отношении к новым источникам для акции TRNFP

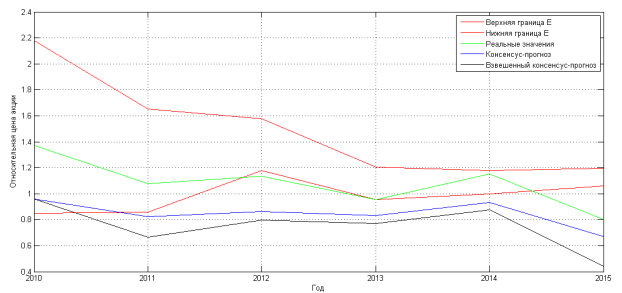


Рисунок 3.4 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при нейтральном отношении к новым источникам для акции TRNFP



Рисунок 3.5 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при пессимистичном отношении к новым источникам для акции TRNFP

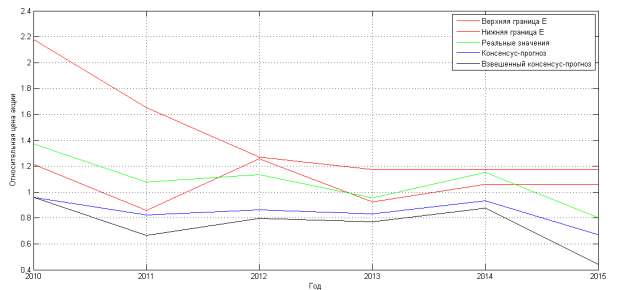


Рисунок 3.6 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при оптимистичном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

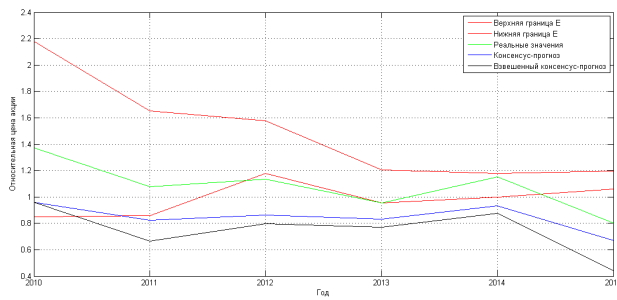


Рисунок 3.7 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при нейтральном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

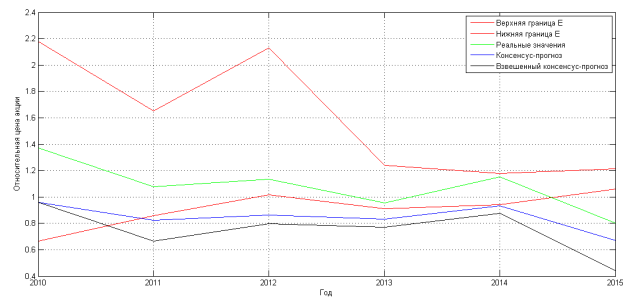


Рисунок 3.8 – Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при пессимистичном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

Результаты вычисления абсолютной ошибок прогнозов по каждой бумаге и средней абсолютной ошибки по всем ценным бумагам представлены в Таблице А.1 Приложения А. Консенсус-прогноз оказался точнее всех остальных методов только для трех акций (GAZP, MAGN, URKA), в остальных случаях один из методов агрегирования, основанных на теории Демпстера-Шейфера, оказывался точнее консенсус-прогноза. Результаты вычисления абсолютной ошибки для каждой акции для правила дисконтирования при оптимистичном и нейтральном отношении к новым источникам без введения порогового значения достоверности и с пороговым значением мало отличаются друг от друга. Для пессимистичного отношения к новым источникам с пороговым значением достоверности и без него отличие более существенно, прогнозное значение \underline{E} оказывается в большинстве случаев более точным без введения цензуры, а оценка E_0 напротив, более точна при цензурировании. Что касается сравнения точности оценок, полученных с помощью правила Демпстера, то при выборе наименее конфликтных источников оценки \underline{E} и \bar{E} оказываются более точными для большего числа рассмотренных акций. Оценки \underline{E} и E_0 , полученные с помощью выбора наименее конфликтных источников для большего числа акций, оказались точнее аналогичных оценок на основе правила дисконтирования при условии нейтрального или пессими-

стичного отношения к новым источникам. При позитивном отношении к новым источникам и дисконтировании оценка \underline{E} оказалась точнее аналогичной оценки без дисконтирования, оценки E_0 и \bar{E} точнее для правила Демпстера без дисконтирования. Не менее чем для половины акций самой точной оценкой оказалась \underline{E} , полученная с помощью одной из стратегий комбинирования на основе правила Демпстера. Наименьшую среднюю ошибку по всем рассмотренным акциям имеют оценки, полученные с использованием дисконтирования при позитивном отношении к новым источникам и при отсутствии цензуры, и оценки, полученные по правилу Демпстера при выборе наименее конфликтных источников.

Сравнение результатов комбинирования, полученных методом дисконтирования при разных сценариях отношения к новым источникам и при отсутствии порогового значения надежности и с его наличием не показывают значимых отличий. При этом интервалы математического ожидания сравнительной цены акции шире, чем для правила комбинирования Демпстера.

3.4.6 Некоторые выводы

Главной целью данного исследования было сравнение результатов применения консенсус-метода и метода, основанного на теории Демпстера-Шейфера. Наиболее точными агрегированными оценками в большинстве случаев оказались нижние границы или средние значения интервала математического ожидания относительной цены, полученные с помощью правила Демпстера с дисконтированием. Однако, опираясь на полученные результаты невозможно однозначно сказать, какая из рассмотренных стратегий комбинирования на основе правила Демпстера является наиболее универсальной и точной.

Вместе с тем, теория свидетельств позволяет не только находить комбинированные оценки прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков, но и на той же методической основе анализировать конфликтность агрегируемых

прогнозов, степень их неопределенности, учитывать надежность источников, выбирать правила комбинирования в соответствии с оптимистичностью или пессимистичностью лиц принимающих решение и т.д.

В плане дальнейших исследований представляет интерес использование для агрегирования не только правила Демпстера, но и других правил теории свидетельств, полнее отражающих характер решений (например, пессимистичность-оптимистичность), исследование эффективности агрегирования прогнозов на различных временных горизонтах и по отраслям, формирование «портфеля» агрегируемых источников исходя из некоторых критериев оптимальности и ограничений на конфликтность, неопределенность и т.д.

Результаты этого подраздела отражены в [205].

4 Разработка и применение методов анализа данных и прогнозирования

В этом разделе отчета отражены результаты по разработке и применению методов анализа данных и прогнозирования. Работа велась в следующих направлениях:

- исследование миграционных процессов;
- модели распределения спорных зон в Арктическом регионе;
- исследование распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций на производстве;
- исследование продовольственной безопасности стран;
- разработка и применение метода анализа паттернов к анализу инновационной активности стран;
- алгоритм дихотомии графа и его применение к анализу фондового рынка.

4.1 Исследование миграционных процессов

4.1.1 Актуальность задачи исследования и анализ методов решений

В этом подразделе отчета приведены результаты по исследованию процессов международной миграции с помощью двух различных подходов. Во-первых, представлен сетевой анализ потоков международной миграции для нахождения ключевых стран в процессе международной миграции. Этот подход продолжает и развивает исследование прошлого года [1]. Во-вторых, предложена эконометрическая модель оценки численности международных мигрантов для обнаружения значимых факторов, влияющих на численность мигрантов по странам.

Сетевой анализ международной миграции осуществлен с помощью расчета индексов центральности. С целью выявления наиболее влиятельных стран в сети рассмотрены классические индексы центральности и использованы новые индексы, учитывающие не прямые (ближние и дальние) взаимодействия вершин в сети, групповое влияние и индивидуальные атрибуты

вершин (численность населения страны). Данная методология была применена для годовых данных ООН по потокам международной миграции с 1970 по 2013 гг. [206]. Показано, что классические индексы центральности и индексы ближних и дальних взаимодействий выделяют страны с большим притоком/оттоком мигрантов, а индексы ближних и дальних взаимодействий выделяют страны со значительным оттоком мигрантов в страны с наибольшим притоком мигрантов и наиболее взаимосвязанные с ними страны.

4.1.2 Сетевая модель миграции. Описание данных

Для сетевого анализа миграции были использованы данные по потокам миграции ООН [206, 207]. Данные были приведены к единому критерию определения мигранта, а также были исключены все случаи расхождений.

База данных по потокам международной миграции дополнена данными ОЭСР (Организация стран экономического сотрудничества и развития) [208] и Евростата [209].

База данных ОЭСР основана на миграционной статистике стран ОЭСР, предоставивших данные по входящим и исходящим потокам мигрантов за определенные временные промежутки. В базе данных представлена информация о потоках миграции с 1980 по 2014гг., предоставленная 35 странами. В качестве критерия для определения страны международного мигранта в данной базе был использован критерий на основе гражданства (Citizenship), а временной критерий – 1 год пребывания в стране назначения.

В базе ОЭСР появляются новые страны по сравнению со статистикой ООН: Корея, Мексика, Япония, Чили, а также добавляются данные к уже имеющимся странам. Появляется 58637 новых потоков (дополнительно к старым 173435 потокам). Чтобы понять, насколько данные в базах сопоставимы, было проведено сравнение потоков между новыми и имеющимися данными для случаев, когда по одному потоку была доступна информация из обеих баз данных. На первом этапе были рассмотрены определения эмигранта и иммигранта и источники данных для каждой страны, предоставляемые

ООН и ОЭСР. Для 38 стран они либо совпадали, либо данные были только в одной базе.

Для 11 стран ОЭСР не включала граждан в статистику эмигрантов (Австрия – все потоки в ООН больше, чем в ОЭСР). Франция не включала граждан Европейской экономической зоны (ЕЕА) в иммигрантов в базе ОЭСР. Все случаи, когда потоки были из стран ЕЕА, данные ООН превышали значения в ОЭСР. Эмиграция из Германии в базе ОЭСР не учитывает этнических немцев (Aussiedler), а в данные ООН они включены. Во всех случаях данные ООН были больше, либо равны данным ОЭСР. Для Исландии не совпадал временной критерий, как для эмигрантов, так и для иммигрантов: ОЭСР устанавливала 1г. пребывания, а ООН – 6 мес. Для Новой Зеландии в эмигрантов не были включены граждане Новой Зеландии в базе данных ОЭСР, а в ООН они учитывались. Однако в 187 случаях из 1381, данные ОЭСР превосходили данные ООН. Во всех случаях было отдано предпочтение базе данных ООН.

По Испании, Швеции, Швейцарии и Великобритании критерии не совпадали таким же образом. Однако в некоторых случаях данные ОЭСР превышали данные ООН. Таких случаев было немного, они все не сильно различались, как в абсолютных, так и в относительных расхождениях. Для них было взято среднее значение.

Сравнение было проведено для данных по притоку и оттоку мигрантов отдельно, т.е. сравнивались данные по притоку и оттоку мигрантов, предоставленные базами ООН и ОЕСД, затем были агрегированы данные, предоставленные принимающей и отправляющей страной.

Вначале рассмотрим расхождения в данных по оттоку мигрантов. По 30654 потокам данные были предоставлены и ООН, и ОЭСР. Для 24628 миграционных потоков данные не совпадали. Для данных потоков были проведены сравнения по абсолютным и относительным расхождениям. Для 10745 потоков расхождения были незначительными (абсолютные расхождения не превышали 2033), для данных значений было взято среднее. Остальные рас-

хождения были сгруппированы по странам и рассмотрены отдельно. Для случаев, где различались критерии определения страны мигранта, был взят критерий по стране предыдущего проживания мигранта, т.е. данные ООН.

Всего было выявлено 45653 случаев из 227224 записей с данными принимающей страны, находящихся и в старой, и в новой базе. Из них 11701 записей (25,63%) полностью совпали. Расхождения больше 20000 (55) в абсолютном выражении были рассмотрены отдельно, как и более 300 раз (21) в относительном.

Таким образом, после добавления потоков из базы данных ОЭСР общий изучаемый временной промежуток увеличен до 1970-2014гг., а число стран до 50.

Данные Евростата по потокам международной миграции были представлены потоками миграции на основе критерия гражданства для страны происхождения (с 1998 по 2015г.).

Данные по оттоку в базах Евростата и ООН совпали в 2900 случаях из 4204 по одинаковым потокам. По тем потокам, по которым наблюдались различия в более чем 50% случаев, они не превышали 1,5 раз – по данным наблюдениям было взято среднее значение. По остальным – максимальное.

Относительно данных по притоку в базах Евростата и ООН можно выделить 3013 потоков, из которых 1613 совпали. При этом 186 значений были признаны выбросами и рассмотрены отдельно. По оставшимся значениям абсолютные расхождения не превышали 1,5 раза, а относительные 3000, по ним было взято среднее.

Таким образом, для анализа международных потоков миграции была собрана база данных, состоящая из трех баз: ОЭСР, Евростат и ООН. Общее описание данных представлено ниже, в Таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Базы данных по потокам международной миграции

Название	Число потоков	Временной промежуток	Количество стран
United Nations	173435	1970-2013	45
OECD	14567	1980-2015	35
Eurostat	10723	1998-2015	28
Total	198725	1970-2015	50

4.1.3 Основные результаты и некоторые выводы

Потоки международной миграции проанализированы с помощью сетевого анализа с использованием индексов центральности. Помимо классических индексов были применены новые индексы центральности, ранее разработанные авторами проекта – индекс ближних взаимодействий (SRIC) [210] и индекс дальних взаимодействий (LRIC) [211], которые учитывают не прямые взаимодействия в сети, население принимающей страны и групповое влияние.

Ключевые результаты, полученные с помощью новых индексов центральности для 2013г. следующие. Испания, Румыния, Индия и Польша имели наибольшее влияние по оценке индекса ближних взаимодействий (SRIC). Эти результаты сильно связаны с миграционным оттоком (weighted out-degree). Однако SRIC учитывает также население принимающей страны и не прямые взаимодействия первого уровня, поэтому есть отличия от рангов weighted out-degree, и появляются такие новые страны, как Румыния, Польша и Новая Зеландия. Индекс дальних взаимодействий (LRIC) показывает следующие результаты. Испания, Румыния, Индия, Польша и Франция имели наибольшее влияние в сети.

4.2 Модели распределения спорных зон в Арктическом регионе

4.2.1 Актуальность проблемы и методы решения

В этом подразделе отчета приведены результаты по анализу конфликтных зон в Арктическом регионе. Основной целью данного направления исследования было построение моделей справедливого распределения спорных зон между заинтересованными сторонами с учетом интенсивности их интересов в различных природных ресурсах.

Арктический регион является одним из самых чувствительных и уязвимых регионов к климатическим изменениям. Сильное и резкое таяние льдов в регионе влечёт за собой негативные последствия, но также создаёт новые возможности для освоения Арктического региона. Во-первых, процесс таяния льдов открывает доступ к ранее неразработанным природным ресурсам, таким как нефтепродукты и газ. Так, по последним исследованиям [212] данный регион содержит около 30% запасов неразведанного газа и 13% нефти. Более того, согласно исследованию [213] порядка 84% этих ресурсов находится на континентальном шельфе. Во-вторых, открываются новые возможности для торговых путей через Арктическую зону, которые зачастую являются экономически целесообразными. Более того, в Арктическом регионе содержится около 450 видов рыбы, что также имеют большую ценность для населения стран. Данные преимущества уже привлекли многие страны, как Арктические, так и за пределами Арктической зоны, вследствие чего, несомненно, возникает пересечение интересов в данном регионе.

Арктические страны включают восемь государств, пять из которых имеют выход к Арктическому океану: Дания, Исландия, Канада, Норвегия, Россия, США, Финляндия и Швеция.

По инициативе Финляндии в 1996 г. был создан международный форум – Арктический Совет. Он состоит из восьми арктических стран: Дании (включая Гренландию и Фарерские острова), Исландии, Канады, Норвегии, Финляндии, России, США, Швеции и Финляндии. Кроме того, двенадцать неарктических стран имеют статус наблюдателей (Великобритания, Германия, Индия, Испания, Италия, КНР, Республика Корея, Нидерланды, Польша, Сингапур, Франция, Япония). В работе также рассматриваются три неарктические страны: КНР, Республика Корея и Япония. Все три эти страны проявляют увеличивающийся интерес к региону.

В работе [214] было рассмотрено 4 основных вида ресурсов, находящихся в регионе – запасы газа, нефти, рыбных ресурсов и морские пути. В результате, была произведена оценка ценности каждого участка Арктическо-

го региона для заинтересованных стран по данным видам ресурсов и были определены зоны с высокой степенью конфликтности. Данное исследование является продолжением работы [214], однако в нашей работе предлагаются математические модели разрешения конфликтов в Арктическом регионе. Разработано несколько моделей распределения зон для разрешения конфликта интересов в регионе, которые могут быть использованы при переговорах по принятию решений и урегулированию спорных вопросов в данном регионе. Применено несколько сценариев распределения зон, оценена их эффективность, а также определены спорные зоны в Арктике.

4.2.2 Ценность ресурсов в Арктическом регионе

В работе [214] предложен подход, который оценивает уровень интереса по каждой части региона в зависимости от находящихся там ресурсов – нефти, газа, рыбы и морских путей. Для каждого из ресурсов строится отдельная функция полезности. Например, функция $f_{\text{Россия, газ}}(\text{территория})$ показывает, насколько ценной является территория для России с точки зрения запасов газа. Соответственно, для каждой страны строится по 4 матрицы в соответствии с рассматриваемыми ресурсами. Функции полезности строились согласно следующим соображениям.

1. Полезность газа, нефти и рыбных ресурсов зависит от запасов этих ресурсов на рассматриваемой территории. В то же время, она убывает с увеличением расстояния между территорией и страной

$$u_k^R(x) = \begin{cases} f(R, x) \text{ if } d_k(x) \leq d^{EEZ}, \\ f(R, x) \cdot \left(\frac{d^* - d_k(x)}{d^* - d^{EEZ}} \right) \text{ if } d^{EEZ} < d_k(x) < d^*, \\ 0 \text{ if } d_k(x) \geq d^*, \end{cases}$$

где ценность ресурса R определяется источниками информации, x – территория, $d_k(x)$ – удаленность данной территории от страны k , d^* – расстояние, при превышении которого страна не имеет интересов к рассматриваемой территории.

2. Полезность морских путей (M) для Арктической страны зависит как от расстояния, так и от того, насколько активно заинтересованные страны используют морские пути [215]

$$u_k^M(x) = f(M, x) \cdot \max\left(\text{Imp}_k, \left(\frac{d^* - d_k(x)}{d^* - d^{EEZ}}\right)\right).$$

Таким образом, каждой территории Арктического региона соответствует некоторая оценка общей полезности для i -ой страны

$$u_k^T(x) = \alpha_O \cdot u_k^O(x) + \alpha_G \cdot u_k^G(x) + \alpha_F \cdot u_k^F(x) + \alpha_M \cdot u_k^M(x).$$

Напомним, что в данной работе рассматриваются территории, не принадлежащие исключительным экономическим зонам (200 морских миль) каких-либо стран. Таким образом, рассматривается 9281 различных зон.

4.2.3 Распределение спорных зон в Арктическом регионе

Для оценки справедливости предлагаемых сценариев распределения зон в Арктике предлагается оценить для каждой страны k степень ее удовлетворенности, который рассчитывается как

$$S_k(P) = \sum_{x \in X: (x,k) \in P} (u_k^T(x)) - \sum_{x \in X: (x,k) \notin P} (u_k^T(x)),$$

где P – бинарное отношение, которое характеризует текущее распределение.

Рассмотрим следующую модель распределения спорных зон между странами. Допустим, имеется начальное распределение территорий l_1 , которое может быть представлено с помощью бинарного отношения P_{l_1} . В случае, если все страны имеют одинаковую степень удовлетворенности, предложенное распределение является справедливым и процедура распределения зон останавливается. В ином случае, если степень удовлетворенности стран различна, производится процедура обмена территориями между наиболее и наименее удовлетворенными странами, удовлетворяющая следующим критериям

$$(x, k_2) \in P_{l_1};$$

$$u_{k_1}^T(x) \neq 0;$$

$$\frac{u_{k_1}^T(x)}{u_{k_2}^T(x)} \rightarrow \max.$$

Таким образом, данная процедура позволяет получить распределение, при которой все страны имеют одинаковую степень удовлетворенности. Стоит отметить, что процедура обмена территориями похожа на процедуру подстраивающегося победителя, предложенную в [216] для случая с двумя агентами.

Предлагаемая процедура зависит от начального распределения, которое идет на вход модели. В Таблице 4.2 приведем список рассматриваемых начальных распределений.

Таблица 4.2 – Список начальных распределений

№	Распределение зон в Арктическом регионе
Сценарий 1	Все территории распределяются в соответствии с расстоянием
Сценарий 2	Все территории распределяются случайным образом
Сценарий 3	Все территории распределяются наиболее заинтересованным странам
Сценарий 4	Все территории отдаются США
Сценарий 5	Все территории отдаются России
Сценарий 6	Все территории отдаются Канаде
Сценарий 7	Все территории отдаются Дании
Сценарий 8	Все территории отдаются Норвегии
Сценарий 9	Все территории отдаются Исландии
Сценарий 10	Все территории отдаются Китаю
Сценарий 11	Все территории отдаются Японии
Сценарий 12	Все территории Южной Кореи

Таким образом, рассмотрено 12 сценариев начального распределения зон между странами, для которых была применена модель. На рисунке 4.1 показано графическое представление результатов модели.

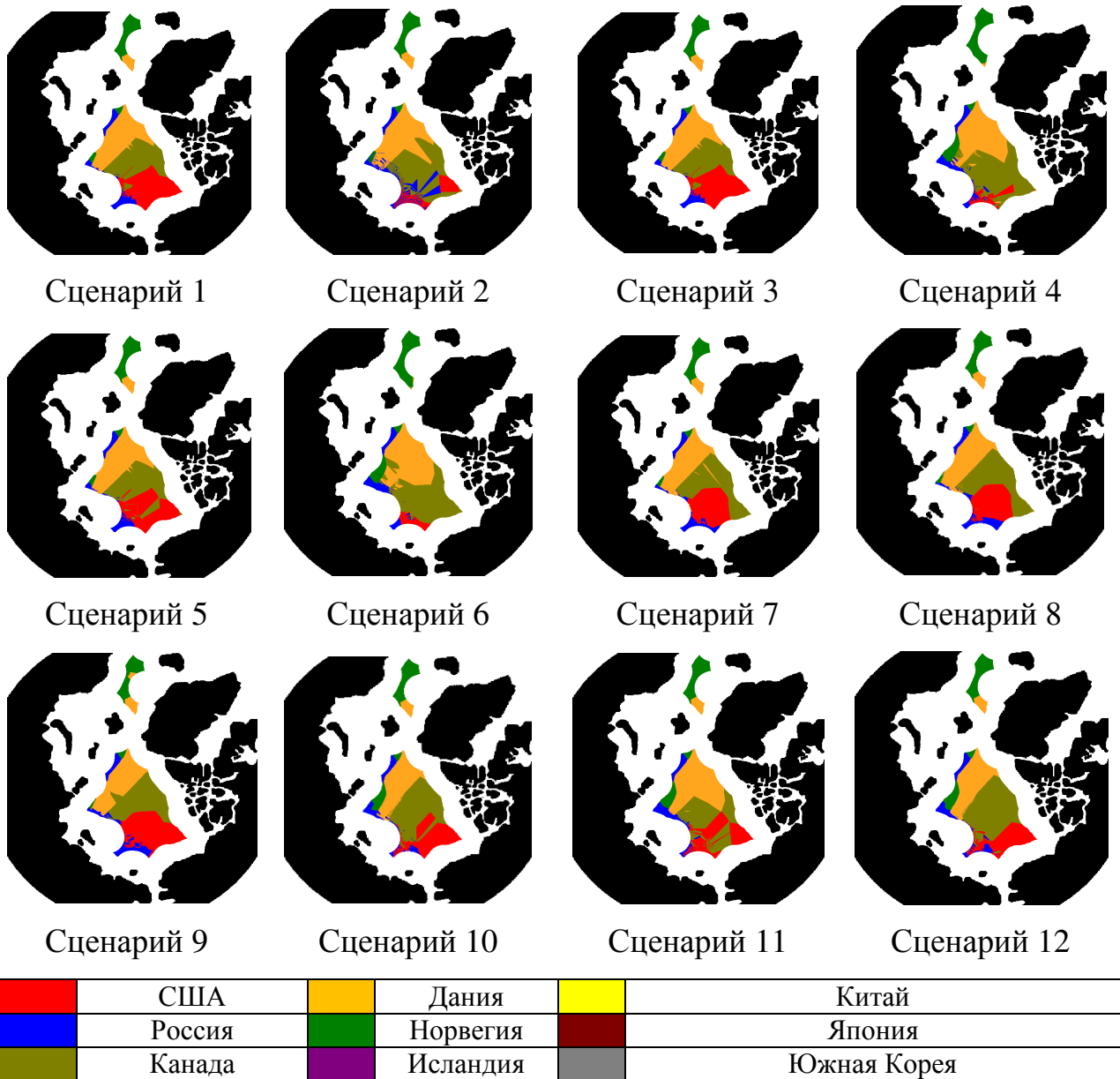


Рисунок 4.1 – Результаты распределения зон

В Таблице 4.3 содержится информация о степени удовлетворенности стран по каждому сценарию.

Таблица 4.3 – Степень удовлетворенности стран для сценариев 1-12

# сценария	Страны									
	США	Россия	Канада	Дания	Норвегия	Исландия	Китай	Япония	Южная Корея	Всего
Сценарий 1	-3478	-3478	-3478	-3478	-3478	-2607	0	-791	-10	-20799
Сценарий 2	-3458	-3458	-3458	-3458	-3458	-2607	0	-791	-10	-20697
Сценарий 3	-3478	-3478	-3478	-3478	-3478	-2607	0	-791	-10	-20799
Сценарий 4	-3431	-3431	-3431	-3431	-3430	-2607	0	-791	-10	-20561
Сценарий 5	-3473	-3473	-3473	-3473	-3473	-2607	0	-791	-10	-20774
Сценарий 6	-3423	-3424	-3424	-3424	-3424	-2607	0	-791	-10	-20527
Сценарий 7	-3496	-3497	-3496	-3497	-3497	-2607	0	-791	-10	-20891
Сценарий 8	-3500	-3500	-3501	-3501	-3500	-2607	0	-791	-10	-20908
Сценарий 9	-3474	-3475	-3474	-3475	-3475	-2607	0	-791	-10	-20780
Сценарий 10	-3447	-3447	-3447	-3447	-3447	-2607	0	-791	-10	-20642
Сценарий 11	-3433	-3433	-3433	-3433	-3431	-2607	0	-791	-10	-20570
Сценарий 12	-3501	-3502	-3502	-3502	-3502	-2607	0	-791	-10	-20916

Так как страны заинтересованы практически во всем регионе, общая степень удовлетворенности у всех стран отрицательная. Неарктические страны имеют наибольшую степень удовлетворенности. Это объясняется тем, что в силу своей удаленности они заинтересованы в небольших участках Арктического региона и не могут претендовать на весь регион. Следовательно, их заинтересованность меньше заинтересованности арктических стран. Что касается самих арктических стран (кроме Исландии), их степень удовлетворенности практически одинакова согласно различным сценариям распределения. С точки зрения общей удовлетворенности сценарии 4, 6 и 11 демонстрируют наилучшие результаты.

Приведем также информацию о числе отнесенных к каждой стране территорий (см. Таблицу 4.4).

Таблица 4.4 – Общее число соотнесенных зон по сценариям 1-12

Страна	# of сценария											
	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3	Сценарий 4	Сценарий 5	Сценарий 6	Сценарий 7	Сценарий 8	Сценарий 9	Сценарий 10	Сценарий 11	Сценарий 12
США	1568	1537	1568	1520	1580	1505	1534	1482	1498	1500	1517	1512
Россия	2096	2161	2096	2031	2081	2108	2210	2276	2248	2065	2024	2017
Канада	2128	2026	2128	2019	2127	1915	2127	2132	2061	2041	2030	2068
Дания	2288	2349	2288	2452	2290	2496	2221	2210	2275	2428	2454	2423
Норвегия	1201	1208	1201	1259	1203	1257	1189	1181	1199	1247	1256	1261
Исландия	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Китай	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Япония	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Южная Корея	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Всего	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281	9281

Как показано выше, все территории были распределены между Арктическими странами, что может быть объяснено следующей причиной. Неарктические страны – наиболее удаленные страны среди рассматриваемых от Арктического региона. Поэтому, учитывая, что в работе рассматривался критический уровень $d^* = 4000$, уровень удовлетворенности данных стран будет выше, чем для арктических, даже если им не будет соотнесена никакая из рассматриваемых территорий. Что касается арктических стран, Россия, Дания и Канада получили наибольшее число территорий Арктического региона. Это может быть объяснено их высокой протяженностью границ, а также близостью к самому региону. Интересным также является факт, что Исландия не получила ни одной территории. Тем не менее, степень ее удовлетворенности все равно выше, чем удовлетворенность других арктических государств.

4.2.4 Некоторые выводы

В рамках исследования конфликтных зон, на основе предложенных в [214] оценок полезности основных ресурсов (нефть, газ, рыба и морские ресурсы) было рассмотрено несколько сценариев распределения зон, находящихся за пределами исключительных экономических зон стран. В качестве критерия, характеризующего справедливость предложенного распределения,

использовалась степень удовлетворенности рассматриваемых стран. В результате были предложены различные варианты распределения зон, при которых страны имеют одинаковую степень удовлетворенности.

Мы считаем, что ранний прогноз зон совместного интереса и дискуссии относительно их возможного распределения может облегчить процесс принятия решений в Арктическом регионе.

Стоит отметить, что целью данной работы не является утверждение какого-либо окончательного варианта размещения зон в Арктическом регионе. В работе оценка степени заинтересованности стран в различных территориях задана условно и не является окончательной. Результаты исследований по наличию ресурсов в регионе также требуют уточнения. Тем не менее, в работе предлагается математическая модель, которая позволяет учитывать множество различных параметров и может быть использована в процессе принятия решений аналогичных задач.

Более подробная информация об исследовании содержится в [217]. Модели также были апробированы к прежним спорным территориям Баренцева моря в работе [218].

4.3 Исследование распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций на производстве

4.3.1 Актуальность проблемы

В этом подразделе исследованы проблемы, связанные с авариями при добыче газа и нефти, и сконструирована имитационная модель. Данная модель позволяет смоделировать результаты нефтяных или газовых аварий, связанных с буровым комплексом, с учетом морских течений, ветров, температуры и наличием льдов на поверхности моря.

Кроме того, с использованием данной модели впоследствии можно будет выделить наиболее опасные с точки зрения катастрофы регионы. Построенная карта территорий с высокой степенью уязвимости к разливу нефти в

свою очередь позволит оптимизировать превентивные меры по отношению к данному типу катастроф, например, укрепляя наиболее уязвимые нефтедобывающие комплексы.

В настоящее время основным подходом к моделированию разливов нефти является использование динамических математических моделей. Однако в большинстве моделей не учитываются все компоненты, которые влияют на распространение нефтяного пятна на водной поверхности.

В тех же немногих моделях, которые учитывают даже такие факторы как наличие льдов и химические реакции, разлив рассчитывается по моделям на основе дифференциальных уравнений, что делает процесс моделирования долгим и ресурсоемким.

В свою очередь, предлагаемая нами модель не требует большого количества вычислений для моделирования распространения нефтяного пятна на поверхности моря. Это означает, что для получения результата не требуется серьёзных вычислительных мощностей или же большого объёма времени. При этом модель учитывает основные факторы, имеющие влияние на процесс, что позволяет заявлять о высокой точности моделирования.

4.3.2 Описание модели и результаты исследования

Как уже упоминалось, на данный момент основные работы в области моделирования нефтяных разливов основаны на системах дифференциальных уравнений.

Так, например, модель, предложенная Павленко [219], основана на уравнениях непрерывности и законе Дарси, который описывает поток жидкости через пористую среду, обеспечивая связь между мгновенной скоростью разряда через пористую среду, вязкостью жидкости и падением давления на заданном расстоянии.

Еще одна модель, представленная Овсиенко [220], основана на системе вертикально усредненных уравнений Навье-Стокса. Данная модель даёт сле-

дующую информацию о разливе: траекторию распространения и его форму в любое время.

В свою очередь, Становой [221] предложил модель, которая помогает исследовать разлив в случае высокой концентрации льда. Трехмерная модель OilMARS рассчитывает перенос и трансформацию нефтяного загрязнения на поверхности моря в результате длительного аварийного разлива нефти из стационарных или дрейфующих источников. В данной модели используются поля сплоченности и дрейфа льда, полученные гидродинамическими моделями, работающими в рабочем и прогнозирующем режиме.

Случайный разлив нефти представлен в модели последовательностью дискретных разливов, которые периодически поступают из источника загрязнения в поверхностные воды.

Кроме того, OilMARS учитывает такие процессы, как распространение на поверхности снега или на поверхности льда без снегопоглощения, вертикальное и горизонтальное поглощение в снег и вертикальное поглощение в лед (с использованием модифицированного метода, основанного на законе Дарси) и дрейф с ледовым полем.

Как видно из обзора, существует большое количество моделей, которые делают упор на какой-нибудь один фактор, влияющий на разлив. Однако в этом случае большая часть остальных факторов обычно либо не учитывается вообще или же слабо учитывается.

Именно поэтому мы решили предложить кардинально другой подход, который позволит учесть все основные факторы. При разработке модели, моделирующей распространение нефти, мы использовали подход, предложенный в [222] для моделирования распространения загрязнения в атмосфере. Согласно этому подходу, объем выбросов загрязняющих веществ, переносимых с определенной элементарной территории, пропорционален количеству загрязненной территории в этой области, интенсивности ветра и разнице высот.

В нашей модели перечень параметров, характеризующих распространение загрязнения, отличается: скорость ветра (V_{wind}), скорость течения (V_{flow}), а также температура (T). Ещё одним отличием является взвешенная линейная комбинация компонентов по сравнению с простым умножением в исходной модели. В результате получается следующая формула, оценивающая количество перемещённого вещества:

$$Q_{\text{перемещенное}} = Q_0 e^{a(T)+bV_{flow}+cV_{wind}}, \quad b, c \in R.$$

Однако, как уже упоминалось выше, наличие льда может оказать значительное влияние на траекторию распространения нефтяного пятна. Именно поэтому мы добавили ещё один дополнительный компонент к нашей модели – присутствие льда в исследуемом районе.

Для этого мы навязываем условие, которое блокирует распространение загрязнения через лед. В связи с этим, весь объем нефти на территории со льдом не рассматривается для распределения. В результате итоговая формула дополняется условием на наличие льда:

$$Q_{\text{перемещенное}} = \begin{cases} Q_0 e^{a(T)+bV_{flow}+cV_{wind}}, & \text{нет льда} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad b, c \in R.$$

Построенная модель была применена к Баренцеву морю и показала свою эффективность. На примере ниже (рисунок 4.2) показан результат работы нашей модели на участке моря с сильными течениями (стрелки на первой картинке показывают направления течений).

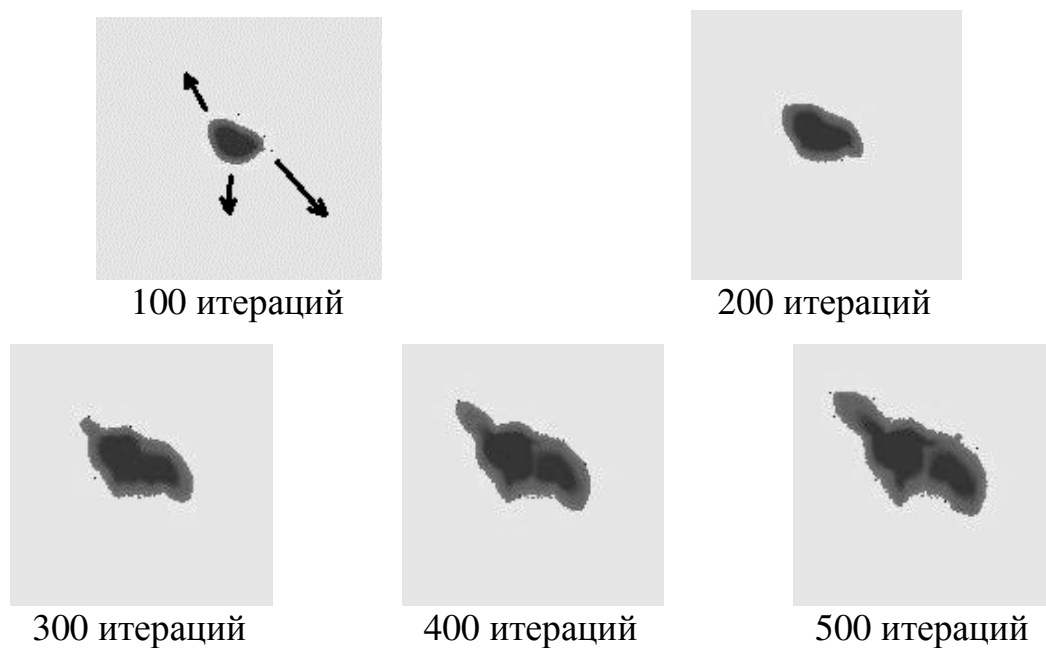


Рисунок 4.2 – Демонстрация модели

4.3.3 Некоторые выводы

Исследование проблемы распространения нефтепродуктов при возникновении чрезвычайных ситуаций позволило получить следующие результаты. В рамках данного направления была построена модель, позволяющая моделировать распространение разлива нефти, рассчитать площадь загрязненной поверхности и часть загрязненной территории рыболовных территорий Баренцева моря в каждый момент времени. Последний показатель поможет оценить ущерб от разлива нефти местной фауне. Важной особенностью модели является то, что загрязненную территорию можно оценить очень быстро, что позволяет эффективно организовать процесс очистки загрязненной территории.

Параметры модели, такие как длительность и скорость выливания нефти в море, могут быть заданы пользователем, что позволяет применять данную модель для решения разных конкретных задач.

4.4 Исследование продовольственной безопасности стран

4.4.1 Актуальность проблемы и методы исследования

В этом подразделе исследованы вопросы, связанные с анализом продовольственной безопасности стран. Для существования мирного курса развития мира странам необходимо политическое, экономическое и социальное взаимодействие. Множество процессов происходят на межгосударственном уровне, включающие в себя финансовые операции, научное сотрудничество, миграционные процессы, мировую торговлю и другие кооперации. В данном подразделе рассматривается процесс экспорта и импорта между странами за 2011-2015 годы. От грамотной и честной торговли зависит как благополучие самой страны, так и ее граждан. Сбои и катаклизмы в данном процессе приводят к падению уровня жизни населения и замедлению развития самого государства.

Целью анализа данного межстранового взаимодействия является выявление лидеров и наиболее влиятельных участников в процессе продажи и покупки товаров. Рассматриваются только пищевые продукты питания, включающие в себя следующие категории: живые животные; мясо; молочные продукты и яйца; рыба; зерновые; фрукты и овощи; сахар и мёд; кофе, чай, какао и специи; корм для животных; прочие съедобные продукты. Целесообразно рассматривать именно различные категории продуктов, а не суммарный экспорт и импорт, т.к. не все участники принимают участие в торговле по каждой из категорий, что приводит к занижению их влияния на различных рынках товаров. Выявление сильнейших и слабейших участников помогает выбрать ориентиры для более стабильного развития каждой страны, обратить внимание на бедные страны и предсказать благоприятные и неблагоприятные прогнозы в случае улучшения или ухудшения положения какой-либо из стран. Выявление неявных лидеров, так называемых тёмных лошадок, указывает на участников, которые могут затормаживать процессы развития и улучшения показателей своих партнёров.

Ещё одним важным аспектом данного анализа является именно продовольственная безопасность. Влияние и зависимость в данной среде влечёт за собой такие факторы, как монополизация области, голод в различных регионах, некачественные поставки продукции. Выявление важных экспортёров и импортёров помогает обратить внимание на тех, кто способствует неблагоприятным последствиям товарооборота в мире.

Данное исследование развивает и продолжает работу прошлого года [1].

4.4.2 Методология исследования и анализ результатов

Для анализа экспорта/импорта продовольствия используются данные Всемирного Банка, основанные на статистике международной торговли товарами ООН [223]. Данные представлены в виде списков потоков, где каждая участвующая сторона указывает экспорт и импорт в тысячах долларов.

Поскольку данные представлены в виде направленных потоков между каждой из участвующих стран, можно представить процесс в виде направленных взвешенных графов, где вершинами являются страны-участники, а взвешенные рёбра – наличие и мощность самого потока. На рисунках 4.3 – 4.5 визуализированы сети международной торговли для трёх видов продуктов (рыба, зерновые и овощи) за 2013 год.

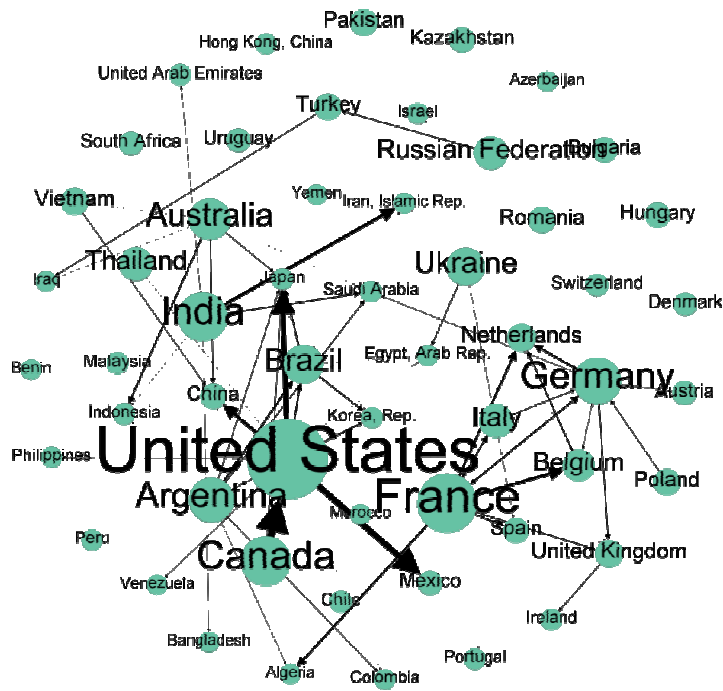


Рисунок 4.3 – Международная сеть торговли зерновыми, 2013

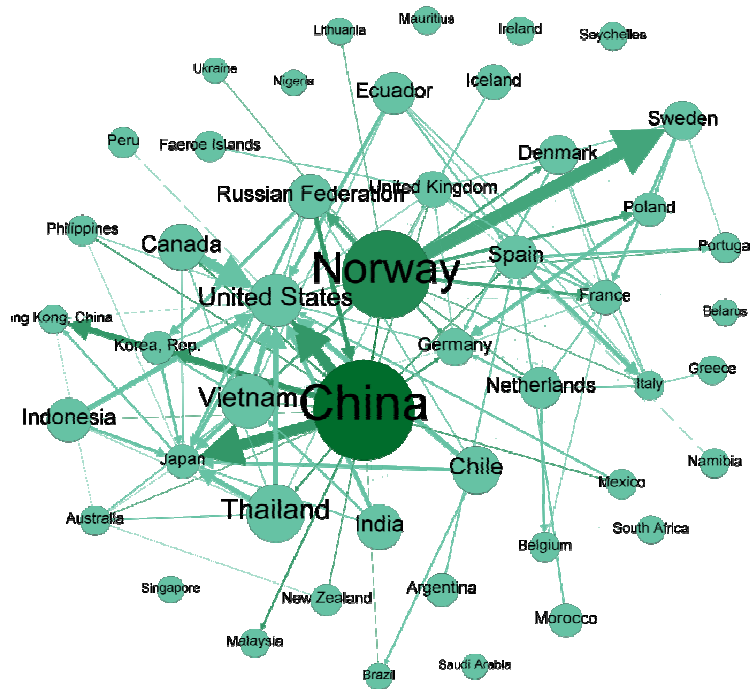


Рисунок 4.4 – Международная сеть торговли рыбой, 2013

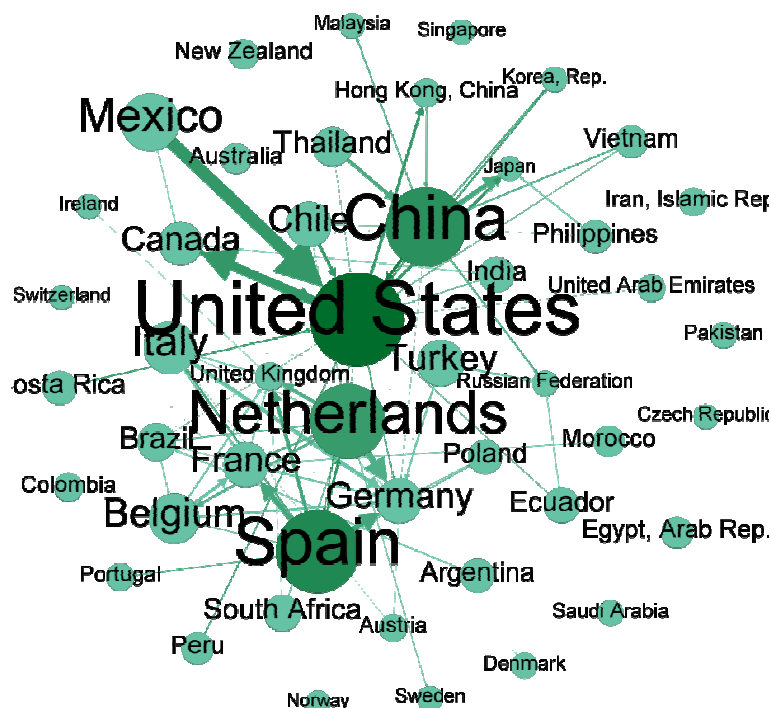


Рисунок 4.5 – Международная сеть торговли овощами, 2013

Каждый граф характеризуется различными статистиками, имеющими интерпретацию для процесса экспорта/импорта продовольствия. Так, плотность графа, рассчитываемая как отношение имеющихся связей на их максимально возможное число, указывает на активность в товарообороте по данному продукту. Коэффициент кластеризации, рассчитываемый как отношение всех замкнутых троек участников ко всем связным тройкам в графе, показывает степень локализации и закрытости рынка данного товара по различным объединениям стран. Диаметр графа, вычисляемый как максимальный из кратчайших путей между всеми парами вершин, показывает степень доступности товара различными странами (чем больше кратчайший путь, тем труднее получить товар периферийным странам). На примере трёх вышеупомянутых продуктов приведём результаты расчётов данных характеристик за 2013 год (Таблица 4.5).

Таблица 4.5 – Статистики по графам

Мера	Продукт		
	Зерновые	Рыба	Овощи
Вершины	232	233	235
Рёбра	7492	6673	9038
Число компонент	1	1	1
Ср. коэф. кластеризации	0.77	0.76	0.8
Плотность	0.14	0.12	0.16
Макс. поток	3 616 766.95	3 664 820.8	7 606 906.1
Ср. поток	18 093.4	14 763.6	17 628.6
Макс. входящий поток	8 756 032.5	14 294 697	17 977 728
Ср. входящий поток	584 290.9	422 757.17	677 987.3
Макс. выходящий поток	18 319 988	12 812 434.8	16 296 353
Ср. выходящий поток	584 290.9	422 757.17	677 987.3

Помимо общих метрик для графа в целом в работе оценивается важность каждой вершины с помощью классических мер центральностей. Так, степенная центральность [224], рассчитываемая как сумма весов всех исходящих или входящих рёбер, определяет локальную мощность данной страны. Собственно-векторная центральность [225], вычисляемая как собственный вектор матрицы смежности графа, соответствующий максимальному собственному значению, определяет влияние страны с учётом взаимосвязей её соседей с их соседями. Аналогичную интерпретацию имеет центральность Пэйдж-Ранк [226], рассчитываемая для каждой вершины в зависимости от важности её соседей и соседей соседей с учётом удалённости их от рассматриваемой вершины. Также в работе используются центральности, основанные на кратчайших путях между вершинами. Важно уточнить, что кратчайшие пути рассчитываются по минимальным весам на рёбрах, в то время как нас интересуют наиболее сильные потоки, поэтому для следования общепринятым стандартам, все веса инвертируются. Так, для оценки влияния используется центральность промежуточности [227] (число кратчайших путей, проходящих через конкретную вершину) и центральность близости [228] (обратная сумма всех кратчайших путей от рассматриваемой вершины до остальных). Высокие показатели по данным центральностям выявляют узловые вершины или, в терминах станового обмена, те страны, через которые прохо-

дит много потоков продовольствия. В работе рассматриваются и другие классические меры центральности.

Данные меры имеют разную интерпретацию и неоднозначно выявляют влиятельные экономики. Более того, подход, основанный на кратчайших путях, не учитывает более длинные цепочки взаимодействий, на которых могут встречаться не менее для процесса участники. Помимо этого, классический подход никак не учитывает важность страны с точки зрения ее экономических показателей (иными словами, атрибуты вершин).

Данные замечания были учтены в работе [210] – индекс ближнего взаимодействия, а позже дополнены в работе [211] – индекс дальнего взаимодействия. Основная идея индексов ближнего и дальнего взаимодействия заключается в том, что изначально рассчитывается прямое влияние всех стран на каждую вершину с учётом того, как остальные участники влияют на данную вершину (значимость влияния в группе). Степень влияния группы может определяться, как из особенностей графа, так и из индивидуальных атрибутов каждой вершины. После определения прямого влияния между каждой парой вершин определяется не прямое влияние на другие вершины (в том числе и на те, на которые есть прямое влияние). Индекс ближнего взаимодействия основан на путях длины 1 и поэтому учитывает только одного промежуточного участника между вершинами. Индекс дальних взаимодействий не ограничивает длину пути и допускает любое количество неповторяющихся участников в цепочке непрямого влияния. Длину этой цепочки можно ограничить введением параметра, зависящего от постановки задачи. При этом по каждому пути не прямое влияние оценивается различными способами, такими как произведение всех прямых влияний в цепочке, либо минимальное влияние в цепочке. После получения информации по каждому из путей, парное влияние агрегируется в виде суммы влияний по всем цепочкам, либо как максимум из всех влияний по путям.

На данном этапе оценивается влияние каждой страны на остальные, что не показывают классические меры центральности. Именно на данном этапе

можно отследить, насколько страны зависимы друг от друга, кто не справится без поставок её экспортёров, кто самый влиятельный в регионах и чьи показатели необходимо улучшать.

Следующий этап предполагает свёртку межстранового влияния в единый вектор влияния с помощью различных агрегирующих методов. Так, на данном этапе могут использоваться индивидуальные характеристики участников, либо классические свёртки в виде взвешенных сумм. Единый вектор выявляет самых влиятельных участников, а также скрытых влиятельных экспортёров и импортёров продуктов. Результаты расчёта классических мер центральностей, а также индексов ближних и дальних взаимодействий для трёх продуктов в 2013 году приведены в Таблицах 4.6 – 4.8.

Таблица 4.6 – Меры центральности для пшеницы

Мера	Rank									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c_i^{in-deg}	Bahrain	Qatar	Angola	Kuwait	Norway	Ghana	Israel	UAE	Ireland	Jordan
$c_i^{out-deg}$	India	Thailand	Italy	France	Belgium	US	Germany	Turkey	Argentina	China
c_i^{deg}	US	Italy	Thailand	UK	France	Turkey	Belgium	Germany	India	China
$c_i^{weighted\ in-deg}$	Japan	SA	China	IIR	Korea	US	Mexico	UK	Netherlands	Egypt
$c_i^{weighted\ out-deg}$	US	France	India	Argentina	Canada	Australia	Brazil	Ukraine	Germany	RF
$c_i^{weighed\ deg}$	US	France	India	Brazil	Argentina	Canada	Japan	Australia	Germany	Ukraine
c_i^{eig}	Canada	France	Argentina	Hungary	India	Thailand	Poland	Germany	Ukraine	CR
c_i^{PR}	Argentina	France	India	Thailand	US	Ukraine	Australia	Canada	Hungary	Germany
h_i	US	Argentina	Canada	Australia	Brazil	India	France	Ukraine	Thailand	Vietnam
a_i	Japan	Mexico	China	Korea	Brazil	SA	Nigeria	Venezuela	Indonesia	US
SRIC	Canada	US	France	Argentina	India	Germany	Australia	Thailand	Ukraine	Poland
LRIC (sum)	India	Thailand	Argentina	France	Germany	Canada	Ukraine	Brazil	Australia	US
*CR for Czech Republic *HK for Hong Kong, China *IIR for Iran, Islamic Rep.			*NZ for New Zealand *RF for Russian Federation *SA for Saudi Arabia				*UAE for United Arab Emirates *UK for United Kingdom *US for United States			

Таблица 4.7 – Меры центральности для рыбы

Measure	Rank									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c_i^{in-deg}	HK	Japan	France	Germany	US	Switzerland	Austria	Korea	Luxembourg	Canada
$c_i^{out-deg}$	Thailand	China	Indonesia	India	Norway	Vietnam	Chile	NZ	Peru	Argentina
c_i^{deg}	Thailand	China	US	France	Canada	Germany	Netherlands	UK	Indonesia	Spain
$c_i^{weighted\ in-deg}$	US	Japan	France	Italy	Spain	Germany	Sweden	HK	UK	Korea
$c_i^{weighted\ out-deg}$	Norway	China	Thailand	Vietnam	Chile	India	Indonesia	Ecuador	RF	Canada
$c_i^{weighed\ deg}$	US	China	Norway	Japan	Thailand	Spain	Vietnam	Sweden	France	Italy
c_i^{eig}	Norway	India	RF	Chile	Ecuador	China	Indonesia	Vietnam	Thailand	NZ
c_i^{PR}	Ecuador	Norway	China	Thailand	Argentina	India	Chile	Free Zones	Greenland	Vietnam
h_i	China	Norway	Thailand	Vietnam	Chile	Indonesia	Canada	India	RF	Ecuador
a_i	Japan	US	Sweden	HK	Korea	Germany	France	Spain	RF	Italy
SRIC	China	Norway	RF	Thailand	Chile	Vietnam	India	Poland	Ecuador	Indonesia
LRIC (sum)	Norway	India	Chile	Ecuador	Vietnam	Thailand	Indonesia	China	RF	Argentina

Таблица 4.8 – Меры центральности для овощей

Measure	Rank									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c_i^{in-deg}	Bahrain	Norway	Switzerland	Qatar	Finland	RF	Slovenia	CR	UK	France
$c_i^{out-deg}$	Thailand	China	South Africa	US	India	Turkey	Argentina	Egypt	Netherlands	Italy
c_i^{deg}	France	US	Germany	China	Netherlands	Canada	Italy	Thailand	Belgium	UK
$c_i^{weighted\ in-deg}$	Germany	US	UK	RF	Japan	France	Netherlands	Canada	Belgium	HK
$c_i^{weighted\ out-deg}$	Spain	US	China	Netherlands	Mexico	Turkey	Chile	Italy	Belgium	Brazil
$c_i^{weighed\ deg}$	US	Germany	Spain	Netherlands	China	UK	France	RF	Mexico	Italy
c_i^{eig}	Mexico	Chile	Thailand	China	US	Peru	Costa Rica	Guatemala	Argentina	Ecuador
c_i^{PR}	Chile	Ecuador	Peru	China	Thailand	US	South Africa	Argentina	Belgium	Turkey
h_i	Mexico	Spain	Netherlands	China	Chile	US	Italy	Costa Rica	Brazil	Turkey
a_i	US	Germany	UK	France	Japan	Canada	RF	Netherlands	Italy	Korea
SRIC	Mexico	Spain	China	US	Thailand	Chile	Netherlands	Turkey	Argentina	Ecuador
LRIC (sum)	Chile	Ecuador	China	Peru	Thailand	South Africa	Argentina	Mexico	US	Belgium

Поскольку данный анализ проводится для различных периодов времени, то это позволяет проследить динамику развития той или иной экономики в области экспорта/импорта продовольствия. Для иллюстрации таких процессы приведём динамику влияния стран, рассчитанного по индексу дальних взаимодействий в период с 2011 по 2015 год (рисунок 4.6).

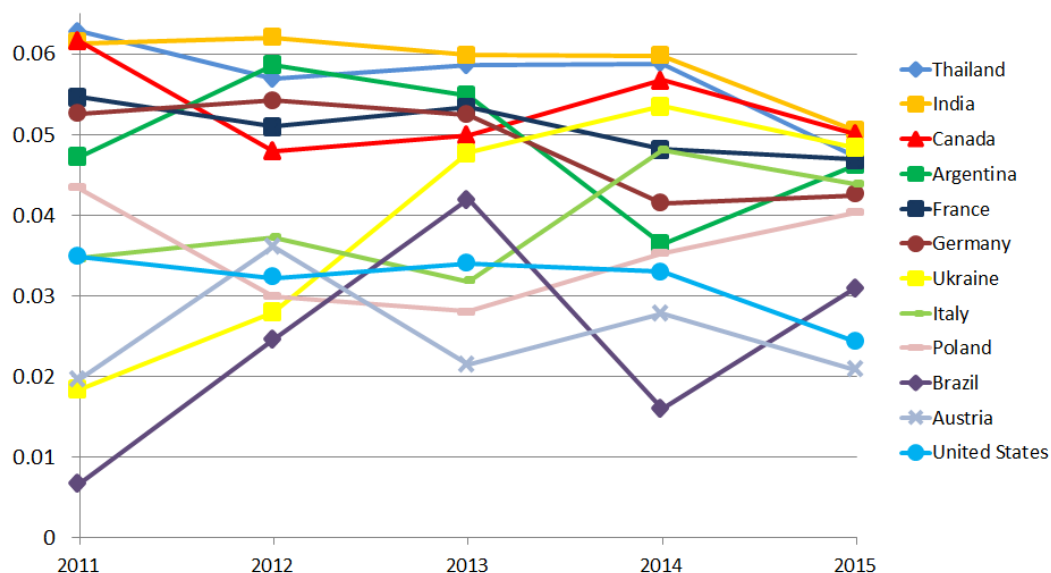


Рисунок 4.6 – Динамика влияния стран по индексу дальних взаимодействий

По данному графику можно проследить, как менялось влияние стран со временем. Например, влияние Украины, Италии и Польши в сети торговли пшеницей возросло, в то время как влияние Индии, Германии и Франции упало. Несомненно, что для более детального анализа необходимо брать больший период времени и изучать динамику по разным мерам центральности.

4.4.3 Некоторые выводы

Наконец, в рамках анализа продовольственной безопасности был применен сетевой подход к процессу экспорта и импорта продовольствия. Анализируются сети по каждой группе продуктов отдельно. Оценивается влияние стран-участников данного процесса с помощью классических моделей, а также разработанного подхода оценки влияния, основанного на взаимодействиях между участниками ближнего и дальнего уровня. Новый подход учитывает как индивидуальное, так и групповое влияние участников друг на друга. Значимость и сила влияния нормируется с помощью индивидуальных характеристик каждого участника. Данный подход помогает выявить как явных, так и скрытых влиятельных субъектов сети, а также оценить влияние каждой

страны друг на друга. Анализ проведен за пять лет, что позволяет оценить динамику влияния и выявить кризисы за этот период.

4.5 Разработка и применение метода анализа паттернов к анализу инновационной активности стран

В настоящий момент весьма актуальным является вопрос разработки новых методов обработки данных и визуализации результатов в различных областях. Среди множества методик можно выделить многомерное шкалирование [229], лица Чернова [230, 231], матричные диаграммы рассеивания [232] и др. В этом подразделе отчета приведены результаты по разработке и использованию новых методов анализа паттернов [233], реализуемых в системе параллельных координат [234, 235], для анализа весьма непростой области – инновационной активности стран.

Среди работ, посвященных анализу данных по инновациям и составлению различных инновационных индексов можно выделить Глобальный индекс инноваций [236, 237, 238, 239], Система Всемирного экономического форума [240], European Innovation Scoreboard [241] и др. Общим для большинства работ является попытка агрегирования множества исследуемых показателей в единый обобщенный индекс и сравнения при помощи данного индекса различных территориальных образований. В работе предлагается использование новых методов анализа паттернов для рассмотрения структуры исследуемого множества объектов, и лишь затем агрегирование полученных результатов в единый конечный индекс.

Целесообразность разработки новых методов анализа паттернов для исследования инновационной активности определяется неоднозначностью результатов при выборе альтернативных исходных последовательностей показателей для визуализации результатов. В связи с этим, разработаны методы,

результат которых не зависит от выбора исходной последовательности показателей.

4.5.1 Методы анализа паттернов

Анализ паттернов является относительно новым и весьма перспективным методом анализа данных, продемонстрировавший свою эффективность при решении конкретных прикладных задач при проведении макроэкономических исследований [242, 243], анализе банковской сферы [244], исследовании региональных данных науки, образования и инновационной деятельности [245], а также исследований в политологии [246] и менеджменте [247].

Приведем общее описание метода. Под паттерном в работе будем понимать комбинацию определённых качественно похожих признаков. В качестве исходных данных будем исследовать множество объектов Y , которое состоит из k объектов. Объект $y_i \in Y$ характеризуется значениями некоторых показателей. Другими словами, каждому объекту y_i из множества Y ставится во взаимно однозначное соответствие некоторый вектор $u_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ij}, \dots, u_{im})$, где u_{ij} – j -ое значение i -ого показателя. В системе параллельных координат [234, 235], предполагающей наличие m и равномерно распределённых осей, каждая из которых характеризует отдельно взятый показатель, строятся ломанные, соответствующие исходным объектам множества Y . Задачей анализа является разбиение множества Y на непересекающиеся подмножества (паттерны), содержащие структурно близкие объекты.

Продемонстрируем работу метода на примере гипотетических данных, приведённых в Таблице 4.9.

Таблица 4.9 – Гипотетический пример

Объекты	A	B	C
y_1	45	25	40
y_2	49	22	44
y_3	25	55	25
y_4	9	5	8
y_5	5	11	5

На основе приведенных в таблице данных построим кусочно-линейные функции, соответствующие объектам y_1, y_2, y_3, y_4 and y_5 (см. рисунок 4.7)

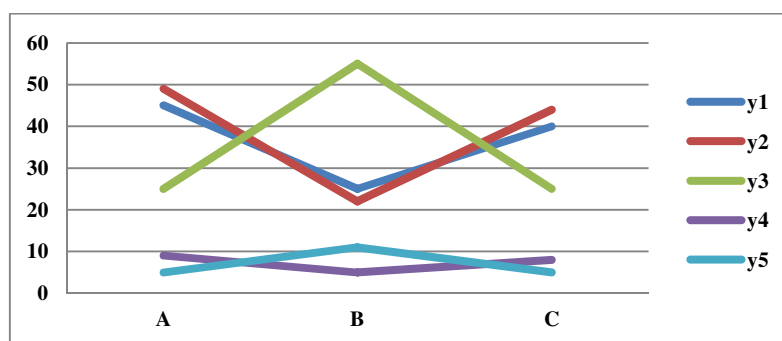


Рисунок 4.7 – Кусочно-линейные функции гипотетических объектов

На данном примере видно, что структуры объектов y_1 и y_2 весьма схожи. Однако если сравнить значения показателей объектов y_1 и y_4 , видно, что при перемножении всех показателей y_4 на 5 получим значения показателей y_1 . Таким образом, структуры этих объектов весьма схожи. Данное утверждение верно и для объектов y_3 and y_5 . Задачей анализа паттернов, как и говорилось ранее, является разбиение исходного множества на некоторые подмножества, содержащие структурно близкие объекты. В данном конкретном случае, мы должны получить следующее разбиение: $\{y_1, y_2, y_4\}$ и $\{y_3, y_5\}$.

Для получения исходного разбиения возможно использование различных метрик [248, 249]. Однако, в работе предлагаются альтернативный подход для получения независимости результатов от выбора исходной последовательности показателей.

4.5.2 Обзор новых методов анализа паттернов

В основе предлагаемого в работе подхода лежит идея разработки методов, удовлетворяющих следующим критериям:

1. Эндогенное определение количества паттернов;
2. Эндогенное определение состава паттернов;
3. Объединение объектов, схожих в структурном смысле, но различных по абсолютным значениям показателей;
4. Конечный результат не должен зависеть от выбора исходной последовательности показателей;
5. Относительно невысокая вычислительная сложность методов.

В качестве первого метода предложена порядково-фиксированная паттерн-кластеризация. Данный метод удобен для первичной обработки данных в связи с весьма невысокой вычислительной сложностью. Приведем общее описание метода.

Напомним, что исследуется некоторое множество $Y: |Y| = k$. Введем дополнительный вектор $z_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ij}, \dots, z_{im-1})$, соответствующий объектам $y_i \in Y$, причём z_{ij} определяется следующим образом:

$$z_{ij} = 1, \text{ if } y_{ij} < y_{ij+1}; \quad (4.1)$$

$$z_{ij} = 0, \text{ if } y_{ij} = y_{ij+1}; \quad (4.2)$$

$$z_{ij} = 2, \text{ if } y_{ij} > y_{ij+1}. \quad (4.3)$$

Таким образом, мы формируем некоторую дополнительную характеристику всех объектов, наглядно демонстрирующую области возрастания/убывания соответствующих кусочно-линейных функций. Согласно значениям векторов z_i мы можем ввести некоторую кодировку c_i объектов $y_i \in Y$ согласно следующей формуле:

$$c_i = \sum_{j=1}^{m-1} 10^{j-1} z_{i(m-j)}.$$

В качестве критерия схожести объектов выбран общий случай расстояния Хемминга для кодовых последовательностей одинаковой длины произвольного алфавита:

$$p_H(z_i, z_l) = \sum_{j=1}^{m-1} |z_{ij} - z_{lj}|. \quad (4.4)$$

Объекты объединяются при $p_H(z_i, z_l) = 0$. Таким образом, мы разделяем исходное множество объектов Y на v_{fix} паттернов, причём $v_{fix} \in [1; 3^{m-1}]$.

К примеру, при применении порядково-фиксированной паттерн-кластеризации к набору данных Таблицы 4.8 мы получим следующее разбиение: $v_{fix}^1 = \{y_1, y_2, y_4\}$ и $v_{fix}^2 = \{y_3, y_5\}$. Однако данный метод не решает вопроса о выборе альтернативной последовательности показателей. В связи с этим, в работе предложены ещё два метода.

Второй метод назван порядково-инвариантной паттерн-кластеризацией [233]. В его основе лежит идея парного сравнения всех возможных показателей с минимальными вычислительными и временными затратами.

Отметим, что необходимость сравнения различных последовательностей не является очевидной. В связи с этим, приведём следующий пример: рассматривается множество объектов, показатели которых представлены в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Второй пример с гипотетическими объектами

Objects	A	B	C
y_1	81	40	80
y_2	81	30	100
y_3	81	50	60

Представим данные объекты в системе параллельных координат (см. рисунок 4.8)

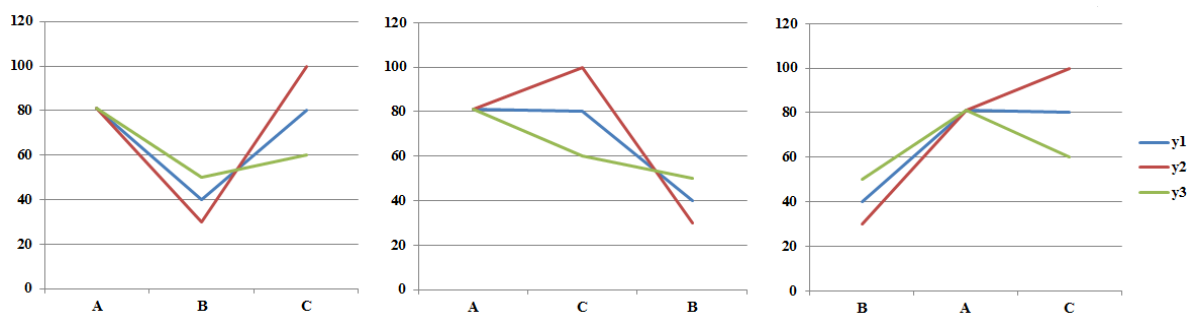


Рисунок 4.8 – Кусочно-линейные функции объектов при различных исходных последовательностях показателей

Как показано на рисунке выше, кусочно-линейные функции могут менять свою схожесть при альтернативной последовательности показателей. Однако, рассмотрение всех возможных последовательностей предполагает $m!$ перестановок. В связи с этим, предлагается следующий алгоритм. Формируем k полных взвешенных ориентированных графов, каждый из которых соответствует одному из объектов $y_i \in Y$. Вершины каждого графа соответствуют значениям исходных показателей, ребра – парным сравнениям, проведённым согласно формулам (4.1)-(4.3). Количество ребер, соответствующе необходимому для работы алгоритма сравнениям, определяется как $m(m - 1)/2$, что, очевидно, существенно меньше $m!$. По аналогии с предыдущим методом, формируется кодировка объекта согласно формуле

$$c_i^{dop} = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m 10^{j-(i+1)} r_{ij}.$$

По аналогии с формулой (4.4), сравниваются кодировки объектов. При одинаковых кодировках объекты объединяются, при разных – разделяются. В результате получаем некоторые v_{inv} паттерны, причём $v_{inv} \geq v_{fix}$.

4.5.3 Применение методов анализа паттернов для оценки неоднородности инновационного развития

Для определения неоднородности инновационного развития в работе введены два индекса: «Порядково-фиксированный инновационный индекс» и

«Порядково-инвариантный инновационный индекс». Под неоднородностью понимается количество структурных различий входящих в исходное множество объектов. С целью определения подобных структурных различий используется порядково-фиксированная и порядково-инвариантная паттерн-кластеризации.

В основе самих индексов лежит следующая идея: исходное множество будем считать полностью однородным, если все множество образует единый паттерн; полностью неоднородным, если никакие два исследуемых объекта невозможно объединить в единый паттерн. Во всех остальных случаях, неоднородность будем характеризовать некоторым значениям от 0 до 1, причём, чем более неоднородно множество, тем выше конечное значение индекса.

Таким образом, порядково-фиксированный инновационный индекс рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{fix} = \begin{cases} 1 - \frac{|Y| - v_{fix}}{|Y|}, & \text{если } v_{fix} \neq 1; \\ 0, & \text{если } v_{fix} = 1. \end{cases}$$

Стоит отметить, что при вычислении индекса возможны, в зависимости от постановки исходной задачи и предполагаемых результатов количества полученных паттернов v_{fix} рассчитывать двумя разными способами. Первый предполагает разбиения объектов по разным паттернам вне зависимости от количества объектов в каждом паттерне. Другими словами, паттерн, образованный единым объектом, считается отдельно. Второй способ предполагает объединение всех «уникальных» паттернов, каждый из которых содержит всего один объект, в единое подмножество. В таком случае, все уникальные паттерны приравниваются к единому паттерну.

Порядково-фиксированный инновационный индекс обладает следующими свойствами:

- 1) $0 \leq I_{fix} \leq 1$;
- 2) $\forall v_{fix} > 1, I_{fix} > 0$;
- 3) $\forall v_{fix} = |Y|, I_{fix} = 0$;

$$4) \forall v''_{fix} > v'_{fix}, I''_{fix} > I'_{fix}.$$

По аналогии, предлагается метод расчёта порядково-инвариантного инновационного индекса, обладающего схожими с порядково-фиксированным инновационным индексом свойствами:

$$I_{inv} = \begin{cases} 1 - \frac{|Y| - v_{inv}}{|Y|}, & \text{если } v_{inv} \neq 1; \\ 0, & \text{если } v_{inv} = 1. \end{cases}$$

Очевидно, что значение порядково-фиксированного инновационного индекса всегда меньше либо равно значению порядково-инвариантного инновационного индекса, т.е. $I_{fix} \leq I_{inv}$.

Приведём пример расчёта индексов на примере данных Таблицы 4.8. При использовании порядково-фиксированной паттерн-кластеризации мы получим следующее разбиение: $\{y_1, y_2, y_4\}$ и $\{y_3, y_5\}$. Аналогичный результат, в данном конкретном случае, получится и при использовании порядково-инвариантной паттерн-кластеризации. Таким образом, $I_{fix} = I_{inv} = 0,25$.

Замечание 4.1. Поскольку предложенные индексы вычисляются исходя из количества исходных объектов и количества полученных паттернов, при сравнении индексов, полученных для различных систем, следует учитывать не только конечное, но и минимально возможное значение индексов для возможности их сопоставления.

4.5.4 Расчет инновационных индексов

В данном разделе приведены расчёты индексов неоднородности инновационного развития, предложенных в работе. Для численных расчетов используется данные Глобального индекса инноваций [236, 237, 238, 239]. Структуру индекса представлена на рисунке 4.9.

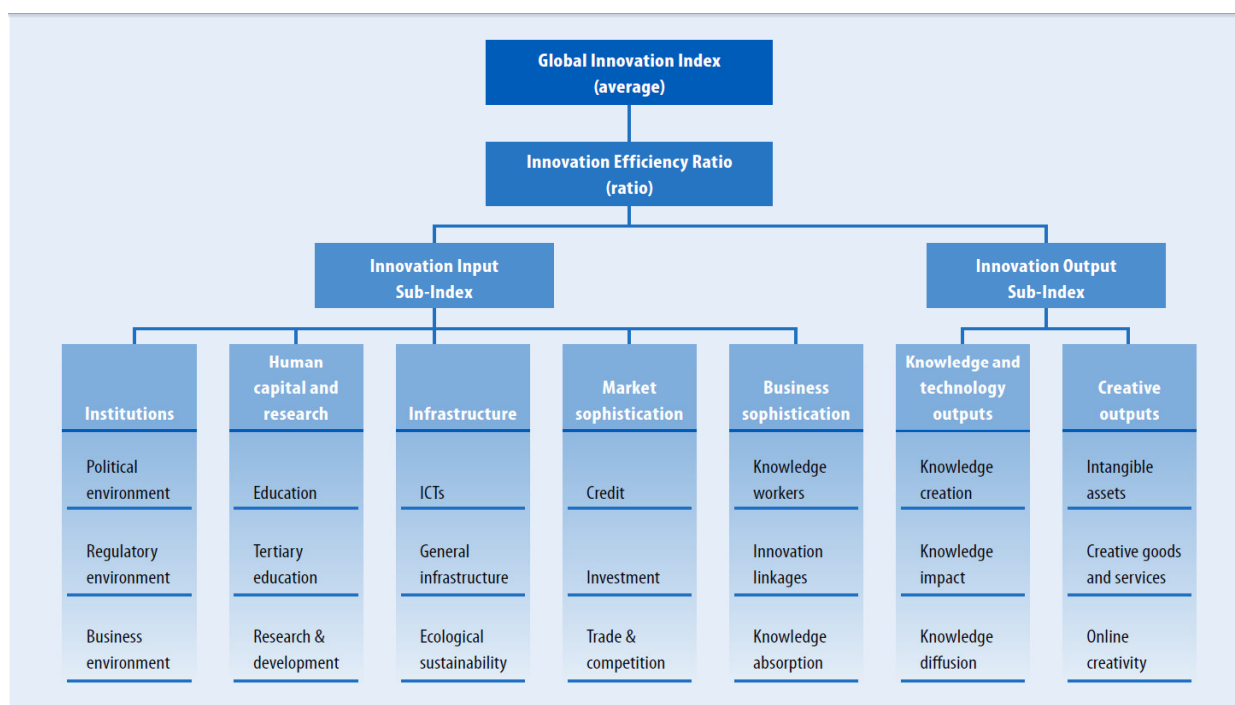


Рисунок 4.9 – Структура Глобального индекса инноваций. Рисунок взят из [237]

Данный индекс, являющейся совместной работой Cornell University, INSEAD и World Intellectual Property Organization (WIPO), был выбран в связи с охватом относительно большого числа показателей и исследованием большого числа экономик мира. Глобальный индекс инноваций рассчитывается на базе 7 агрегированных показателей, 5 из которых образуют Innovation Input Sub-Index: Учреждения (Inst), Человеческий капитал (Human Cap&R), Инфраструктура (Infr), Развитость и удобство внутреннего рынка (MS), Развитость и удобство ведения бизнеса (BS); 2 других – в Innovation Output Sub-Index. На базе данных показателей были получены паттерны при с использованием порядково-фиксированной и порядково-инвариантной паттерн-кластеризаций. Данные взяты за 2013-2016гг. При этом, исследовалось влияние 5 показателей Innovation Input Sub-Index на Глобальный индекс инноваций. Приведем пример некоторых полученных результатов.

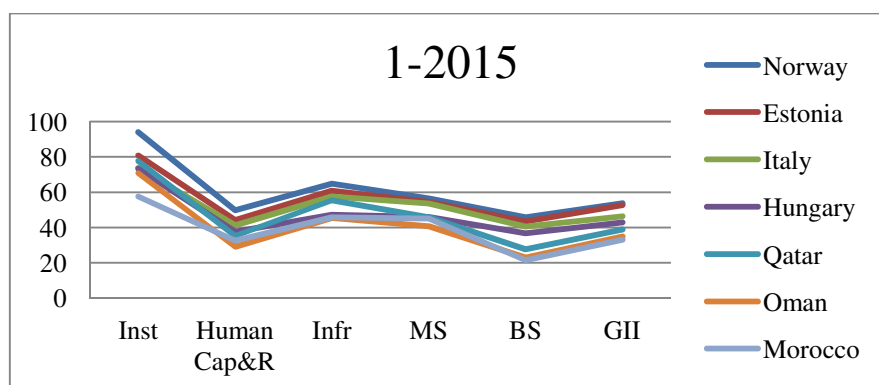


Рисунок 4.10 – Кусочно-линейные функции паттерна 1-2015

Паттерн на рисунке 4.10, содержащий данные 2015 года, характерен для 7 исследуемых стран. Его отличительной особенностью является преобладание показателя «Учреждения», а также относительно средние и невысокие значения показателя «Развитость и удобство ведения бизнеса».

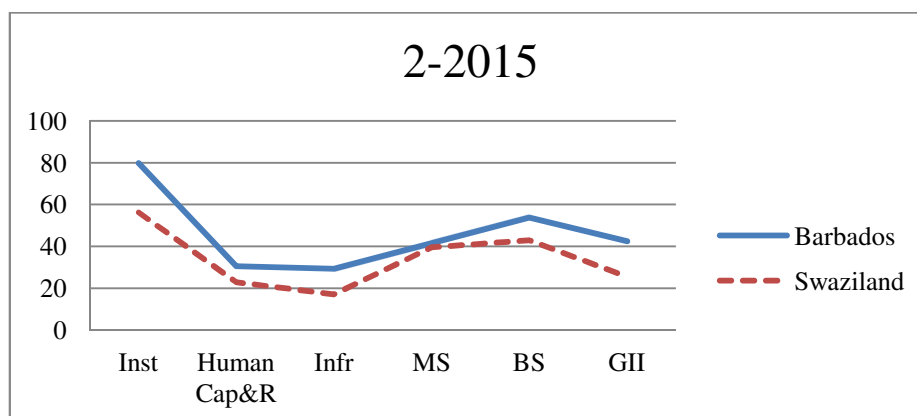


Рисунок 4.11 – Кусочно-линейные функции паттерна 2-2015

Паттерн 2_2015 на рисунке 4.11 содержит кусочно-линейные функции, описывающие 2 страны: Королевство Свазиленд и Барбадос. Характерным является близкие значения показателей «Человеческий капитал» и «Инфраструктура», а также «Развитость и удобство внутреннего рынка» и «Развитость и удобство ведения бизнеса».

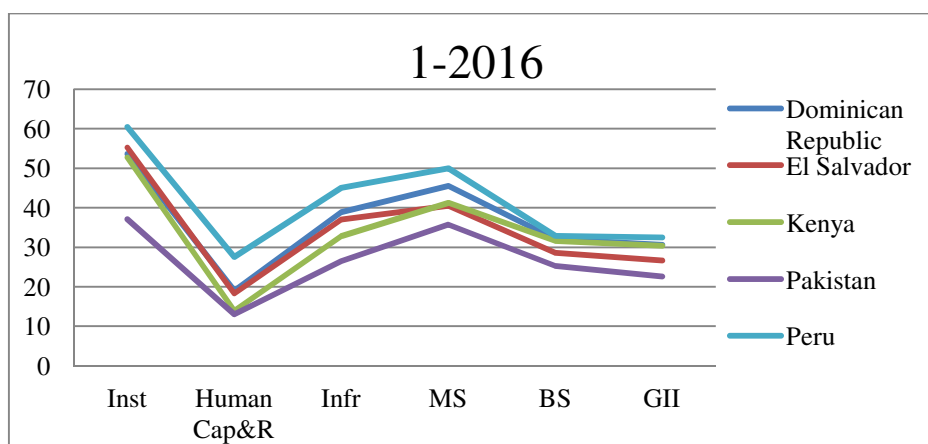


Рисунок 4.12 – Кусочно-линейные функции паттерна 1-2016, 5 стран

Паттерн 1-2016 на рисунке 4.12 характерен для 5 стран: Доминиканской Республики (76 место в рейтинге GPI-2016 при значении 30,6; ВВП составляет 67,5 млрд. долл.), Республики Эль-Сальвадор (104 место при значении 26,6; ВВП 25,8 млрд. долл.), Республики Кения (80 место при значении 30,4; ВВП 61,4 млрд. долл.), Исламской Республики Пакистан (119 место при значении 22,6; ВВП 270 млрд. долл.) и Республики Перу (71 место при значении 32,5; ВВП составляет 192,1 млрд. долл.). Отличительной особенностью данного паттерна является существенное преобладание показателей «Учреждения» и «Развитость и удобство внутреннего рынка» над показателем «Человеческий капитал и ресурсы». Соотношения Inst/Human Cap&R находятся в пределах [2,2; 3,79]; Infr/MS – [0,74; 0,91]; Infr/BS – [1,04; 1,37]; MS/BS – [1,3; 1,52]. Доминиканская Республика занимает 87 место по показателю «Учреждения», 103 – «Человеческий капитал и ресурсы», 77 – «Инфраструктура», 52 – «Развитость и удобство внутреннего рынка», 60 – «Развитость и удобство ведения бизнеса».

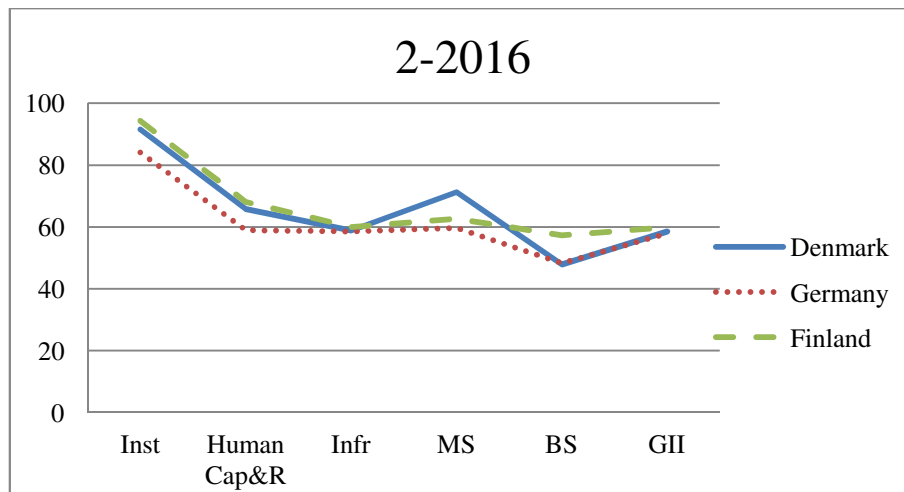


Рисунок 4.13 – Кусочно-линейные функции паттерна 2-2016: Дания, Германия и Финляндия

Паттерн 2-2016 на рисунке 4.13 состоит из 3 кусочно-линейных функций, описывающих страны с высоким уровнем дохода: Данию, Германию и Финляндию. ВВП Дании составляет 295 млрд. долл. при населении 5,7 млн. чел.; Германии – 3357,6 млрд. долл. при населении 80,7 млн. чел.; Финляндии – 229,7 млрд. долл. при населении 5,5 млн. чел. Германия занимает 10 место в рейтинге GII-2016 при значении 57,9; 18 место по показателю «Учреждения» при значении 84,1; 10 – «Человеческий капитал и исследования» (58,9); 22 – «Инфраструктура» (58,5); 16 – «Развитость и удобство внутреннего рынка» (59,7); 15 – «Развитость и удобство ведения бизнеса» (48,3). Аналогичные показатели Дании составляют: 7 (91,6); 4 (65,8); 21 (58,8); 6 (71,3); 17 (47,9). Характерным для данного паттерна являются близкие значения показателей «Человеческий капитал и исследования», «Инфраструктура» и «Развитость и удобство ведения бизнеса», а также преобладание показателя «Учреждения».

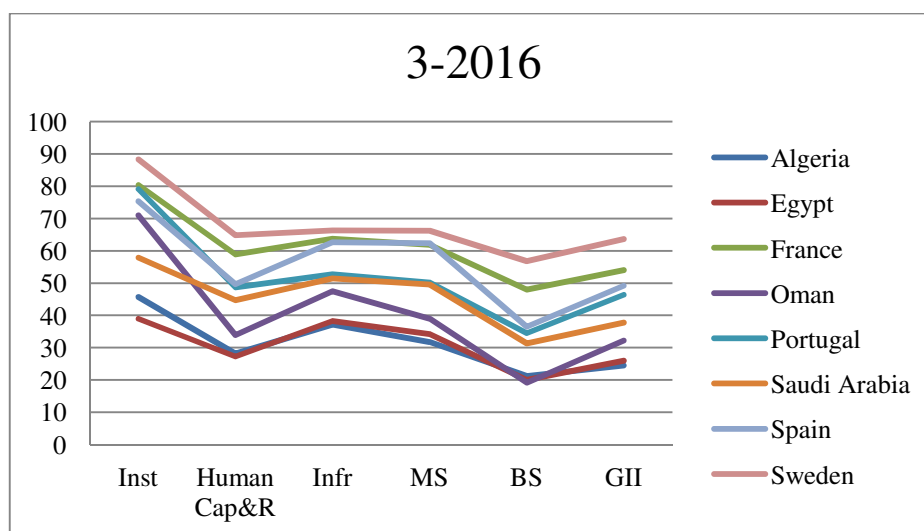


Рисунок 4.14 – Кусочно-линейные функции паттерна 3-2016, 8 стран

Паттерн 3-2016 на рисунке 4.14 характерен для 8 стран, 6 из которых относятся к группе с высоким уровнем дохода (Франция, Оман, Португалия, Саудовская Аравия, Испания и Швеция). Соотношения Inst/Infr находятся в пределах [1,02; 1,5]; Inst/MS – [1,14; 1,82]; Inst/BS – [1,55; 3,72]; MS/BS – [1,17; 2,04]. Максимальное значение GII-2016 у Швеции (занимает 2 место), минимальное – у Алжирской Народной Демократической Республики (113 место). ВВП Франции составляет 2421,6 млрд. долл. при населении 64,4 млн. чел.; ВВП Португалии – 199,1 млрд. долл. (10,3 млн. чел. населения). Испания занимает 10 место по показателю «Инфраструктура», и 43 – «Развитость и удобство ведения бизнеса».

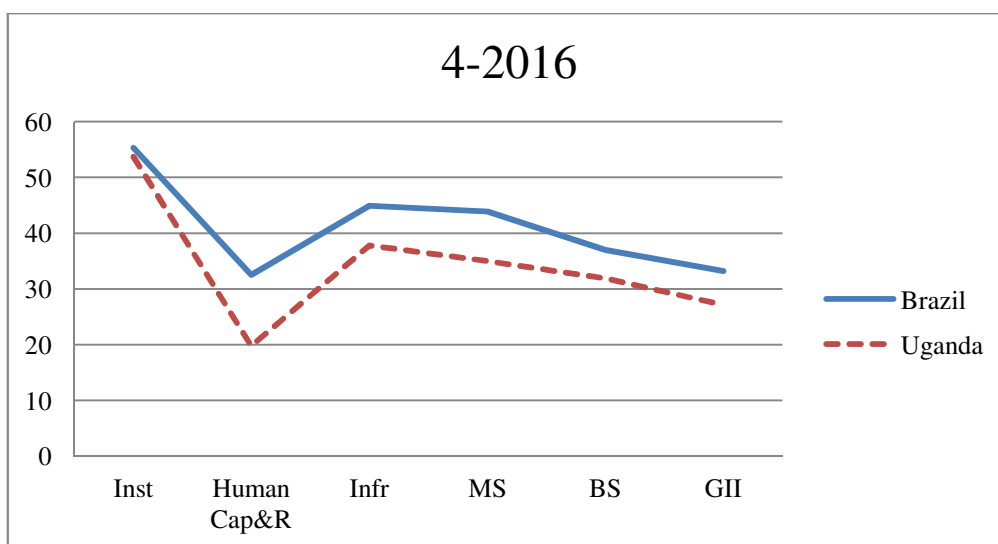


Рисунок 4.15 – Кусочно-линейные функции паттерна 4-2016: Федеративная Республика Бразилия и Республика Уганда

Паттерн 4-2016 на рисунке 4.15 описывает 2 страны: Федеративную Республику Бразилия (69 место в рейтинге ГИ-2016 при значении 33,2) и Республику Уганда (99 место при значении 27,1). Характерным является значительное преобладание показателей «Учреждения» и «Инфраструктура» над показателем «Человеческий капитал и исследования». Республику Бразилия относят к группе стран с уровнем дохода выше среднего (ВВП страны составляет 1772,6 млрд. долл. при 207.8 млн. чел. населения); Республику Уганда – к группе стран с низким уровнем дохода (24,7 млрд. долл. при 39 млн. чел. населения).

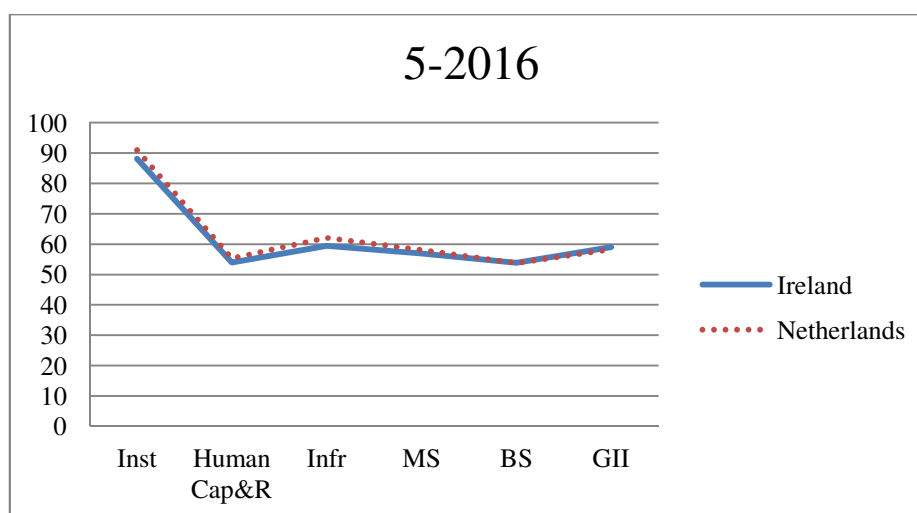


Рисунок 4.16 – Кусочно-линейные функции паттерна 5-2016: Республика Ирландия и Нидерланды

Паттерн 5-2016 на рисунке 4.16 состоит из 2 кусочно-линейных функций, описывающих Республику Ирландия и Нидерланды. Характерным являются весьма близкие значения показателей «Развитость и удобство ведения бизнеса», «Развитость и удобство внутреннего рынка», «Инфраструктура» и «Человеческий капитал и исследования». Республика Ирландия и Нидерланды относятся к европейским странам с высоким уровнем дохода. Республика Ирландия занимает 7 место в рейтинге ГИ-2016 (при значении 59); Нидерланды – 9 место (при значении 58,3). Наибольшее отличие двух стран наблюдается относительно показателей «Инфраструктура» (59,4 для Республики Ирландии и 62,1 для Нидерланд) и «Учреждения (88,1 и 91 соответственно).

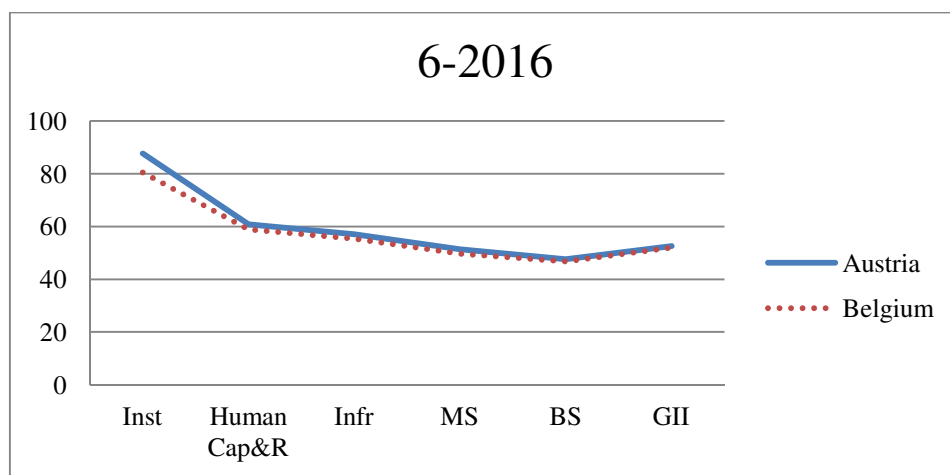


Рисунок 4.17 – Кусочно-линейные функции паттерна 6-2016: Австрийская Республика и Королевство Бельгия

Паттерн 6-2016 на рисунке 4.17 характерен для 2 европейских стран с высоким уровнем дохода: Австрийской Республики и Королевства Бельгии. Отличительной особенностью являются относительно высокие значения всех исследуемых показателей. Австрийская Республика занимает 8 место по показателю «Человеческий капитал и исследования», и 17 – по показателю «Учреждения». ВВП Королевства Бельгии составляет 454,7 млрд. долл.; занимает 37 место по показателю «Развитость и удобство внутреннего рынка» и 19 – по показателю «Развитость и удобство ведения бизнеса».

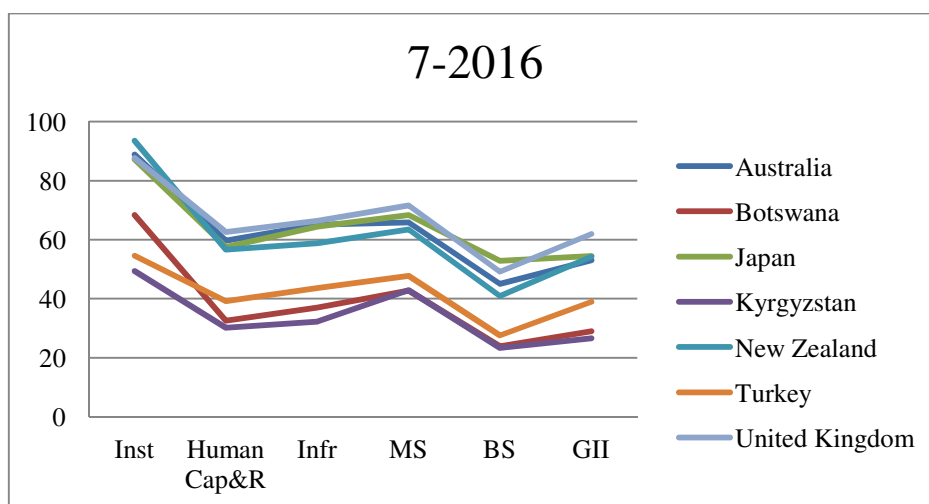


Рисунок 4.18 – Кусочно-линейные функции паттерна 7-2016, 7 стран

Паттерн 7-2016 на рисунке 4.18 содержит кусочно-линейные функции, описывающие 7 стран, 4 из которых относятся к группе с высоким уровнем дохода. Характерным являются относительно невысокие значения показателя «Развитость и удобство ведения бизнеса», а также средние и относительно высокие значения показателей «Человеческий капитал и исследование», «Инфраструктура» и «Развитость и удобство внутреннего рынка». Соотношения Inst/Human Cap&R находятся в пределах [1,39; 2,1]; Human Cap&R/Infr – [0,88; 0,96]; Infr/MS – [0,75; 0,99]; MS/BS – [1,29; 1,84]; Inst/Infr – [1,32; 1,85]; MS/BS – [1,29; 1,84].

Таким образом, были получено разбиение стран на базе данных Глобального индекса инноваций. Обобщенные результаты приведены в Таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Порядково-фиксированный и порядково-инвариантный инновационные индексы.

Год	I_{fix}	I_{inv}
2013	0,07	0,27
2014	0,08	0,33
2015	0,07	0,33
2016	0,06	0,31

4.5.5 Некоторые выводы

В работе представлены на основе двух методов анализа паттернов новые методы анализа неоднородности инновационного развития и сформированы численные методы расчета этих индексов. Проведены численные расчеты с использованием данных Глобального индекса инноваций. Показано, что за 2013-2016 неоднородность исследуемой системы менялась незначительно, что можно связать с широким территориальным охватом и относительно небольшим временным промежутком. Возможно использование предложенных методов не только в инновационной сфере, но и в ряде других областей, где требуется поиск структурно близких объектов и общая оценка их схожести.

4.6 Алгоритм дихотомии графа и его применение к анализу фондового рынка

4.6.1 Актуальность исследования

Представленный подраздел отчёта посвящён развитию нового подхода к понятию сложности графа и приложениям этого понятия, предложенного в [1, 250, 251, 252, 253] и цитированных в них работах. Основное отличие между данной и предшествующими работами заключается в следующем:

- 1) основная конструкция, названная в упомянутых работах «агломеративно-дивизимным алгоритмом», существенно упрощена: вместо чередующейся последовательности дивизимных и агломеративных шагов рассматривается только одно деление графа (на две части); этот шаг и назван здесь «дихотомией»;
- 2) выполнен подробный экспериментальный анализ стабильности и воспроизводимости результатов, относящихся к семейству дихотомий;
- 3) паттерн в виде системы линейных неравенств был существенно модифицирован и упрощен, что позволило предложить алгоритм крат-

косрочного прогноза больших кризисов на фондовом рынке, который приводит к значительно меньшему числу ошибок, чем метод, описанный в предыдущих работах.

Выражение «большой кризис» формально не определяется. Условно можно считать кризис «большим», если так он воспринимается большинством участников рынка.

В настоящем подразделе отчета все упомянутые понятия и определения (так же, как некоторые новые) введены и рассмотрены для полноты изложения.

В данном подразделе основное внимание сфокусировано на вопросах стабильности, которые не были рассмотрены ранее. Некоторые естественные требования к стабильности возникают при каждой разумной попытке практического применения предложенного алгоритма. Поэтому сделанное продвижение в этом направлении представляется целесообразным и полезным.

4.6.2 Дихотомическая сложность графа

Точное определение центрального понятия отчёта – понятия дихотомической сложности – требует расчёта по специальному алгоритму, результаты которого являются исходными данными для её определения. Этот алгоритм был впервые предложен в [250] и подробно рассмотрен в [251, 252]. В подпункте 4.6.2.1 приводится только сжатое описание алгоритма, достаточное для полной разработки программ. Точное определение и построение семейства индексов, названных «дихотомической сложностью графа», даётся в подпункте 4.6.2.2.

4.6.2.1 Частотный алгоритм дихотомии

Произвольный простой неориентированный граф может являться входом частотного алгоритма дихотомии (далее, для краткости, ЧАД). Простота графа означает, что никакая пара вершин не может быть соединена более чем

одним ребром. Случай графов, содержащих несколько компонент связности, не исключается. Выход ЧАД состоит из двух подграфов исходного графа, таких, что их множества вершин образуют разбиение множества вершин исходного графа. Эта пара подграфов названа дихотомией входного графа. Параметры ЧАД обсуждаются далее.

Допустим, что выбрана пара различных вершин входного графа. Опишем основной шаг ЧАД.

1. Конструкция минимального пути, соединяющего две выбранные вершины алгоритмом Дейкстры. Длиной ребра является его текущая частота. Длина пути равна длине его самого длинного ребра, а не сумме длин всех его рёбер. Хорошо известно, что алгоритм Дейкстры применим в подобных случаях.

2. Модификация частот. Число 1 прибавляется к частотам всех рёбер пути, найденного на подшаге 1.

Пояснения к основному шагу. Выбранная пара вершин $\{a, b\}$ соединена путём (показанным жирной линией), частоты в рёбрах которого увеличиваются на 1 (см. рисунок 4.19):

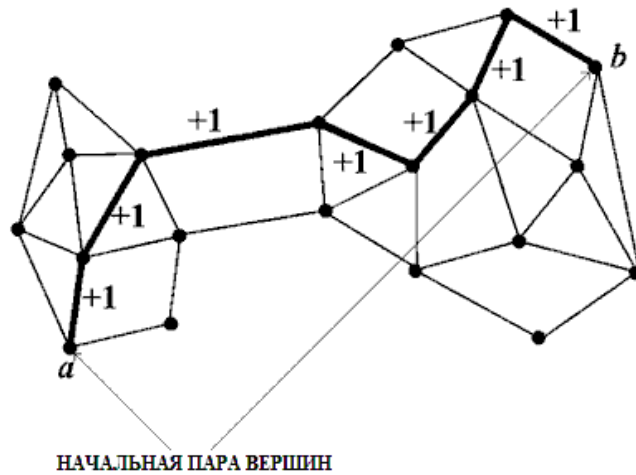


Рисунок 4.19 – Иллюстрация основного шага

Непосредственно перед выполнением любого основного шага может иметь место одна из трёх ситуаций, обозначенных как случаи А, В, С. На рисунках 4.20а – 4.20с жирные линии представляют рёбра с максимальной (по

всем рёбрам графа) частотой, а тонкие линии представляют собой все остальные рёбра графа.

В случае А (рисунок 4.20а) множество всех рёбер с максимальной частотой не содержит ни одного разреза графа. Поэтому найденный путь не содержит ни одного ребра с максимальной частотой, в силу минимаксного определения длины пути. Следовательно, после выполнения основного шага максимальная из частот рёбер не изменится.

В случае В (рисунок 4.20b) множество всех рёбер с максимальной частотой содержит разрез графа, но найденный путь не содержит ни одного ребра с максимальной частотой (обе вершины расположены по одну сторону от разреза). Следовательно, после выполнения основного шага максимальная из частот рёбер не изменится.

В случае С (рисунок 4.20c) множество всех рёбер с максимальной частотой содержит разрез графа, и обе вершины расположены по разные стороны разреза. Поэтому путь, соединяющий эти две вершины, должен содержать хотя бы одно ребро с максимальной частотой. Следовательно, после выполнения основного шага максимальная из частот должна увеличиться на 1.

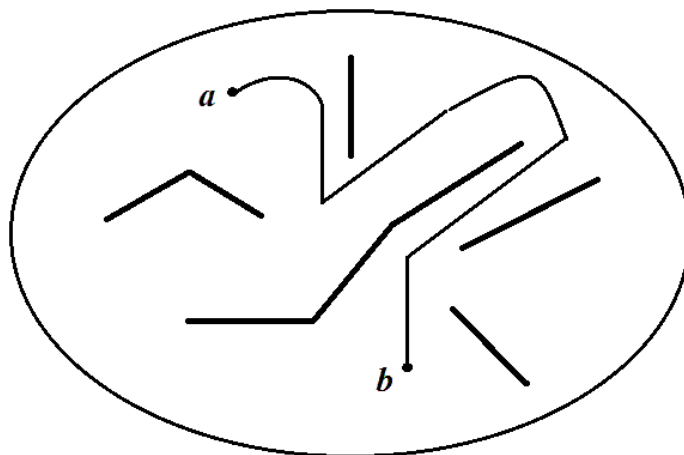


Рисунок 4.20а – Случай А

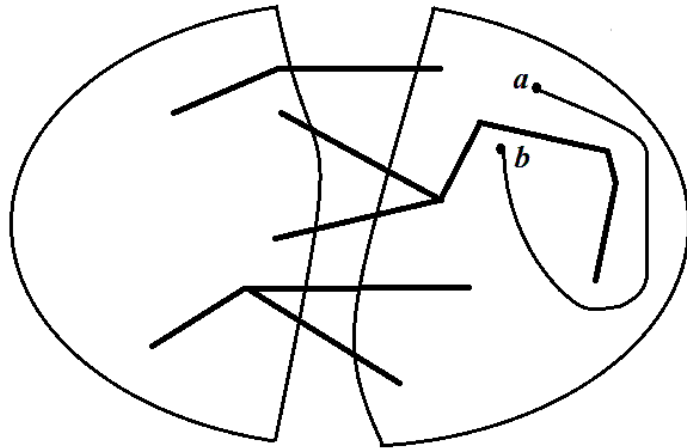


Рисунок 4.20b – Случай В

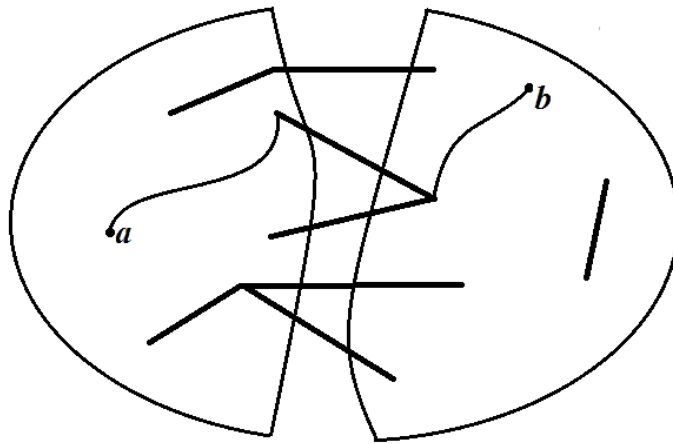


Рисунок 4.20c – Случай С

Рассмотрим теперь основные этапы ЧАД.

1. Инициализация.

1.1 Найти связные компоненты данного графа G (любым стандартным алгоритмом).

1.2 Если число компонент больше 1 (т.е. граф G не связан), то компонента с максимальным числом вершин объявляется первой частью строящейся дихотомии; все остальные компоненты образуют её вторую часть; таким образом, дихотомия построена и алгоритм прекращает работу. В противном случае идём на следующий подшаг 3.

1.3 Положить частоту в каждом ребре равной 1.

2. Накопительный этап.

2.1 Случайно выбрать пару различных вершин графа G .

2.2 Выполнить вышеописанный основной шаг.

Повторять эти два подшага T раз.

3. Правило остановки.

3.1 Продолжать оба подшага накопительного этапа накопительного этапа до момента увеличения максимальной частоты в рёбрах F_{\max} .

См. описание случая C на рисунок 4.20с.

3.2 Вычесть 1 из частот во всех рёбрах, образующий последний найденный путь.

3.3 Удалить все рёбра, частота в которых равна F_{\max} .

3.4 Компонента графа, полученного на предыдущем подшаге 3.3, с максимальным числом вершин объявляется первой частью строящейся дихотомии; все остальные компоненты образуют её вторую часть. ■

Имеется только один параметр ЧАД: число T повторений основного шага.

Следующее простое утверждение гарантирует построение дихотомии предложенным алгоритмом.

Утверждение 4.1. В графе, полученном после удаления рёбер на подшаге 3.3, число связных компонент превосходит 1.

4.6.2.2 Семейство дихотомий и его свойства

Для каждого значения единственного параметра T , как и для каждого прогона вышеописанного ЧАД, его результатом будет некоторая дихотомия, т.е. разбиение исходного графа на две части. Для многих графов результат будет одним и тем же для всех прогонов ЧАД, но это неверно в общем случае. Напомним, что ЧАД многократно использует датчик случайных чисел для последовательного выбора пар вершин. Поэтому в некоторых случаях, особенно практически важных, различные прогоны ЧАД производят не всегда совпадающие дихотомии. Эти случаи не являются досадными ошибками

или недостатками метода. Более того, можно утверждать, что различные дихотомии естественно возникают при исследовании многих сложных систем, особенно тех, чьё функционирование определяется человеческой деятельностью. Следовательно, представляется целесообразным рассмотреть – как важное обобщение обычной задачи дихотомии – построение *семейства дихотомий* вместо единственной дихотомии. Построенное семейство характеризует исходную систему, моделируемую графом. Более того, в таких ситуациях сами по отдельные дихотомии, формирующие указанное семейство, не вызывают интереса. Оказалось более целесообразным сосредоточить внимание на свойствах построенного семейства дихотомий, как целостного объекта.

Начнём с простого алгоритма построения вышеупомянутого семейства дихотомий (АПС). Произвольный простой неориентированный граф G может быть входом АПС. Его выход будет определён ниже.

АПС состоит в M последовательных прогонах вышеописанного основного ЧАД, вход которого совпадает с тем же графом G , являющемся входом АПС. Таким образом, АПС использует два целочисленных параметра – единственный параметр T ЧАД и число M повторений ЧАД. Выходом АПС является построенное семейство M дихотомий входного графа G .

Введём необходимые понятия и определения, позволяющие описать интересующие нас свойства построенного семейства дихотомий. Семейство всех дихотомий, найденных при всех прогонах, состоит из M элементов. Некоторые из них могут совпадать, а некоторые – быть различными. Пусть среди M дихотомий дихотомия d_p встречается m_p раз ($p = 1, \dots, t$), где

$$\sum_{p=1}^t m_p = M. \quad (4.3)$$

Числа m_p ($p = 1, \dots, t$), входящие в (4.3) подсчитываются непосредственно по семейству M дихотомий, найденных АПС. Для этого достаточно воспользоваться очевидным алгоритмом сравнения двух дихотомий. Расположим числа m_p ($p = 1, \dots, t$) в невозрастающем порядке. Этот упорядоченный

набор представляет собой распределение дихотомий для данного графа G при параметрах T и M .

Интуитивно понятно, что свойства этих распределений отражают свойства исходных графов и, следовательно, свойства рассматриваемых систем, представленных этими графами. Они имеют различные содержательные интерпретации, но, в общем, описывают сложность, запутанность, неясность, неопределенность и другие трудно формализуемые, хотя и весьма важные свойства разнообразных систем.

Предположим, что исходный граф имеет две связные компоненты. В соответствии с подшагами 1.1 и 1.2 этапа инициализации ЧАД, в этом случае строится единственная дихотомия, части которой соответствуют этим двум компонентам, и датчик случайных чисел совсем не используется. Поэтому все построенные дихотомии совпадают друг с другом, независимо от параметров M и T . Распределение состоит из единственного числа M .

Теперь рассмотрим другой крайний случай. Пусть G является полным графом с n вершинами. Из симметричности этого графа следует, что каждый новый прогон ЧАД строит новую дихотомию на две части с равным числом вершин для чётных n и на две части с k и $k+1$ вершиной ($n = 2k+1$) для нечётных n . При достаточно больших n , например, при $n > 50$, шанс получить две совпадающие дихотомии практически равен нулю. Поэтому все M построенных дихотомий различны, и распределение состоит из M единиц.

Можно сказать, что крайние ситуации 1-го типа, в которых может быть построена только одна дихотомия, встречаются в графах, имеющих специальную «бинарную» структуру – есть два подмножества вершин, соединённых сравнительно небольшим числом рёбер. Вышеописанный ЧАД как раз выявляет эту структуру, если она есть.

Крайняя ситуация 2-го типа соответствует графам, имеющим «хаотическую» структуры. Это значит только то, что все возможные выходы вышеописанного ЧАД равноправны и равновероятны. Эта структура также выявляется при использовании ЧАД.

Имеются и другие, менее очевидные, примеры обоих крайних случаев, также выявляемые с помощью ЧАД. Но в большинстве графов, которые возникают в практических и теоретических задачах, обе структуры представлены частично и одновременно. Введём формальный показатель, который количественно выражает присутствие структур обоих типов в одном графе. Положим

$$E = -\sum_{p=1}^t \mu_p \ln(\mu_p), \text{ where } \mu_p = m_p/M. \quad (4.4)$$

Число E представляет собой обычную энтропию разбиения M элементов на t частей, состоящих из совпадающих элементов. Очевидно, что минимально возможное значение E равно 0, в то время как максимально возможное значение равно $\ln(M)$. В первом случае имеется только одна группа совпадающих элементов, во втором случае имеется M групп, состоящих из одного элемента каждый.

Положим

$$I = E/\ln(M), \quad (4.5)$$

где E определено формулой (4.4). I является случайной величиной, поскольку случайный датчик многократно использовался на каждом из M прогонов ЧАД. По построению, $0 \leq I \leq 1$. Обратим внимание на то, что I является случайной величиной, но не средним значением. Формула (4.4) ясно показывает, что E не равно никакому среднему значению, относящемуся к отдельному прогону ЧАД, и то же самое верно и для I . Чтобы подчеркнуть зависимость I от двух рассматриваемых параметров, будет использоваться обозначение $I(T, M)$. Математическое ожидание $\bar{I}(T, M)$ этой случайной величины названо дихотомической сложностью исходного графа G на уровне (T, M) .

Предполагается, что введённое понятие дихотомической сложности графа отражает важные свойства, упомянутые ранее в этом разделе. Но само это значение неизвестно и предложенный алгоритм построения семейства дихотомий (АПС) даёт только его аппроксимацию $I(T, M)$. Центральный вопрос касается дисперсии этой аппроксимации. Сравнительно низкие значе-

ния дисперсии обеспечивают воспроизводимость и надёжность экспериментальных результатов, описывающих поведение фондовых рынков. Более подробно эта тематика рассмотрена в следующем пункте.

4.6.3 Анализ фондового рынка

Оставшаяся часть настоящего отчёта посвящена экспериментальным оценкам. Хотя все введённые понятия носят общий характер и относятся к произвольным неориентированным графам, специальные – так называемые рыночные графы, порождённые фондовыми рынками, рассмотрены подробнее. Во-первых, эти графы описывают реальные процессы в финансовой сфере – одной из очень важных сфер человеческой деятельности. Во-вторых, они обладают многими нетривиальными свойствами в реальной размерности. Наконец, разработанные методы и алгоритмы позволяют анализировать фондовый рынок, и, в частности, предложить эффективный подход к краткосрочному предсказанию больших кризисов на этом рынке.

В подпункте 4.6.3.1 описана известная конструкция рыночного графа. Она сопоставляет неориентированный граф каждому дню рассматриваемого периода, основываясь на ценах на все акции данного фондового рынка на момент закрытия в этот день и в несколько предыдущих дней. Поэтому, используя алгоритмы из предыдущего пункта, мы можем сопоставить каждому дню нормализованную энтропию (см. формулы (4.4) и (4.5)). Это сделано для рынка S&P-500 (500 крупнейших компаний в США) для 10-летнего периода – с 01.01.2001 по 31.12. 2010.

В подпункте 4.6.3.2 проанализированы найденные значения энтропии и предложен паттерн, основанный на линейных неравенствах между этими значениями в течение 7 последовательных дней. Оказалось, все эти неравенства выполняются для 7 дней, оканчивающихся 04.03.2001 и 22.09.2008, т.е. за 5 и 7 дней до начала двух больших кризисов. Для любого другого дня среди оставшихся 3650 дней, по крайней мере, одно из неравенств не выполняется. Более того, это свойство стабильно в следующем смысле: для типичных

вычисленных значений разброса, по крайней мере, одно из неравенств остаётся ложным. Поэтому предложенная система неравенств может быть рассмотрена как паттерн, который работает в течение данного 10-летнего периода без ошибок.

4.6.3.1 Ежедневные значения сложности для рынка S&P-500

Рассмотрен рынок S&P-500 (500 крупнейших компаний в США). Прежде всего, дадим описание хорошо известной графовой модели произвольного фондового рынка. Объекты соответствуют рассматриваемым (в течение некоторого периода) акциям. Расстояние между двумя акциями определяется следующим образом.

1. Определим базисный минимальный период, состоящий из l последовательных дней. Все данные, найденные для периода $x, x-1, \dots, x-l+1$, сопоставляются дню x . Положим длину l рассматриваемого периода равной 16. Такой выбор определен содержательными соображениями: для короткого периода данные слишком вариативны, для длинного периода - слишком сглажены.

2. Цены всех акций на момент закрытия биржи рассмотрены для дней $x, x-1, \dots, x-l+1$. Матрица R попарных коэффициентов корреляции считается, исходя из этих цен.

3. Расстояния d_{ij} между двумя акциями (например, i и j) определяется формулой $d_{ij} = 1 - r_{ij}$, где r_{ij} - соответствующий элемент матрицы R . Указанное расстояние d близко к 0 для «очень похожих» акций и близко к 2 для «очень непохожих» акций. Поэтому матрица $D = (d_{ij})$ рассматривается как матрица непохожести.

4. Устанавливается взаимно-однозначное соответствие между вершинами графа и рассматриваемыми акциями. Для каждого объекта a все остальные вершины упорядочиваются в порядке убывания расстояния до a . Определяются первые четыре вершины в этом списке, а также все вершины, расстояния от которых до a совпадают с расстоянием от четвертого в этом

списке объекта. Вершина, соответствующая объекту a , соединяется ребрами со всеми этими вершинами. Легко видеть, что при указанном построении граф не зависит от конкретной нумерации объектов в упорядоченном указанным образом списке. Число ближайших вершин (здесь 4) является параметром при построении графа.

Рыночный граф построен для каждого дня 10-летнего периода от 01.01.2001 до 31.12.2010. Оценки $I(T, M)$ дихотомической сложности при параметрах $T = 10000$ и $M = 1000$ вычислены по формулам (4.3)–(4.5), применённым к семействам дихотомий, найденных вышеописанным АПС.

Для того чтобы полагаться на полученные данные, необходимо иметь оценки разброса. Для этого были проведены вычислительные эксперименты: ежедневные данные вычислялись 5 раз для 6 случайно выбранных дней (при тех же параметрах $T = 10000$ and $M = 1000$). Результаты экспериментов показывают, представленные в Таблице 4.12 показывают, что разброс (разность между максимальным и минимальным значением) не превышает 0.03.

Таблица 4.12 – Оценки дихотомической сложности за 6 дней

1	0.263157	0.374670	0.000000	0.788328	0.305912	0.314111
2	0.285477	0.378985	0.000000	0.795698	0.303997	0.327307
3	0.276258	0.384670	0.000000	0.793323	0.297838	0.315890
4	0.278195	0.372934	0.000000	0.777154	0.307115	0.322806
5	0.279098	0.381546	0.000000	0.798290	0.306610	0.314019

Рассмотрим другой вычислительный эксперимент. Он относится к двум специальным периодам, состоящим из 7 последовательных дней: 26.02.2001 – 04.03.2001 и 16.09.2008 – 22.09.2008. Первая семёрка кончается 04.03.2001 – за 5 дней до начала «острого» периода так называемого «доткомовского» кризиса; вторая семёрка кончается 22.09.2008 – за несколько дней до начала «острого» периода так называемого «ипотечного» кризиса. Результаты трёх независимых прогонов вышеописанных алгоритмов представлены в Таблице 4.13. Разбросы указаны там же.

Таблица 4.13 – Дихотомическая сложность перед двумя большими кризисами

	26.02.2001	27.02.2001	28.02.2001	01.03.2001	02.03.2001	03.03.2001	04.03.2001
1a	0.1697	0.6978	0.8313	0.6256	0.9541	0.3815	0.3028
2a	0.1727	0.6978	0.8274	0.6218	0.9613	0.3740	0.3089
3a	0.1818	0.6899	0.8241	0.6190	0.9567	0.3930	0.3141
Δa	0.0121	0.0079	0.0072	0.0066	0.0072	0.0190	0.0102
	16.09.2008	17.09.2008	18.09.2008	19.09.2008	20.09.2008	21.09.2008	22.09.2008
1b	0.2816	0.1738	0.8262	0.4806	0.9546	0.5419	0.1922
2b	0.2820	0.1809	0.8363	0.4763	0.9560	0.5437	0.1903
3b	0.2694	0.1764	0.8304	0.5033	0.9516	0.5434	0.1922
Δb	0.0122	0.0071	0.0101	0.0270	0.0044	0.0018	0.0019

Наблюдается стабильность и воспроизводимость общих результатов, относящихся к каждому дню десятилетнего периода. Формально, во всех экспериментах разброс не превосходил 0.03. Можно заключить, что с большой степенью достоверности то же самое верно для каждого дня. Предложенный в следующем подпункте простой алгоритм краткосрочного прогноза больших кризисов на фондовом рынке основан на надёжных данных, полученных выше.

4.6.3.2 Краткосрочный прогноз больших кризисов

Рассмотрим данные из Таблицы 4.12 более детально. Графики энтропии для указанных двух семидневных периодов показаны на рисунке 4.21. Они похожи: оба имеют М-образную форму. Для лучшего понимания похожести этих графиков, рассмотрим следующую систему линейных неравенств, построенную на основе данных из Таблицы 4.12. Сопоставим правому столбцу Таблицы 4.12 переменную Z_0 , стоящему слева от него столбцу – переменную Z_1 , и т.д., вплоть до левого столбца, которому сопоставим переменную Z_6 . Следующая система линейных неравенств выражает отношения порядка между значениями этих переменных:

$$\begin{aligned}
& Z_2 > Z_0, Z_2 > Z_1, Z_2 > Z_3, Z_2 > Z_4, Z_2 > Z_5, Z_2 > Z_6, Z_2 > 0.95; \\
& Z_4 > Z_0, Z_4 > Z_1, Z_4 > Z_3, Z_4 > Z_5, Z_4 > Z_6, Z_4 > 0.82; \\
& Z_3 > Z_0, Z_3 > Z_6, Z_3 < 0.7, Z_3 > 0.45; \\
& Z_1 > Z_0, Z_1 < 0.60, Z_5 > Z_6 - 0.15, Z_5 < 0.75; \\
& Z_0 < 0.33, Z_6 < 0.30.
\end{aligned}
\tag{4.6}$$

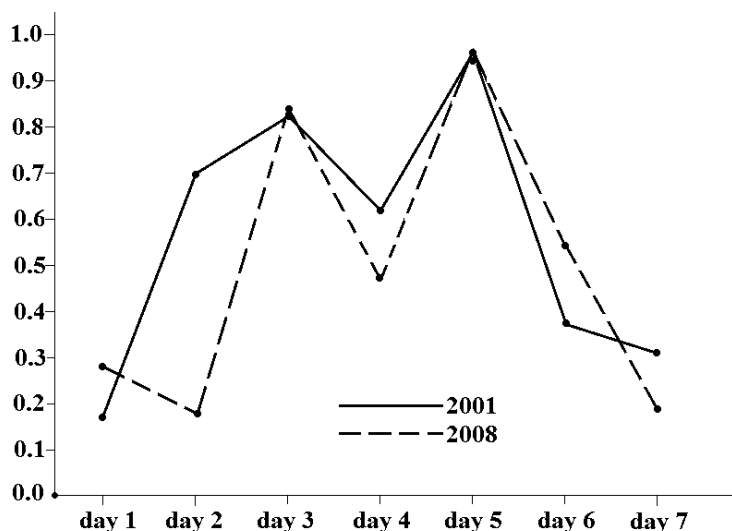


Рисунок 4.21 – Графики ежедневной энтропии перед большими кризисами

По построению, любая строка Таблицы 4.12, рассматриваемая как вектор размерности 7, удовлетворяет системе (4.6). Таким образом, семёрки для периодов в 7 дней, заканчивающиеся 04.03.2001 и 22.09.2008, удовлетворяют системе неравенств (4.6) при всех прогонах АПС.

Что можно сказать о семёрках, кончающихся во все другие дни рассматриваемого 10-летнего периода? Для ответа на этот вопрос были взяты и проверены все вычисленные ранее значения нормализованной энтропии. Результат выглядит неожиданным: ни одна из оставшихся 3664 семёрок не удовлетворяет системе (4.6).

Система (4.6) включает 23 неравенства. Некоторые из них являются следствиями других. Произвольная семёрка чисел X_0, X_1, \dots, X_6 удовлетворяет некоторым из этих неравенств и не удовлетворяет другим. Допустим, что неравенство $X_i > X_j$ нарушено. Это означает, что на самом деле $X_i \leq X_j$. Нару-

шенное неравенство $X_i > C$ означает, что на самом деле $X_i \leq C$. Заметим, что в систему (4.6) входят только неравенства с одним или двумя переменными. Положим $S_{ij} = X_j - X_i$, $S_{iC} = C - X_i$ для всех нарушенных неравенств и

$$S = \max\{\max S_{ij}, \max S_{iC}\}.$$

Минимальное по всем дням (кроме двух указанных особых дней) значение S равно 0.0886. Оно достигнуто 12.08.2006. Вычислительные эксперименты показали, что разброс каждой случайной величины не превосходит 0.03. Поскольку каждое неравенство в системе (4.6) содержит не более двух переменных, суммарное отклонение не может превосходить $0.06 = 0.03 \times 2$. В то же время, по меньшей мере, одно отклонение в каждый день превосходит минимальное значение 0.0886. Это означает, что соответствующая величина S остаётся положительной при всех технически возможных отклонениях найденных значений дихотомической сложности.

Поэтому система (4.6) может быть использована, как надёжный паттерн для краткосрочного прогноза больших кризисов. Алгоритм прогноза таков.

1. Каждый день после закрытия биржи цены всех акций рассмотреть совместно с ценами всех акций на момент закрытия в предыдущие 15 дней и посчитать корреляционную матрицу за 16 дней.

2. Выполнить операции, описанные в подпункте 4.6.3.1. В результате будет вычислена дихотомическая сложность для текущего дня.

3. Рассмотреть семёрку чисел, где X_0 – новое найденное значение, X_1 – дихотомическая сложность для предыдущего дня, подсчитанная накануне, и т.д., вплоть до значения X_6 , найденного 6 дней назад.

4. Подставить числа X_0, \dots, X_6 в систему (4.6). Если хотя бы одно неравенство будет нарушено, заключаем, что большого кризиса в течение ближайших 5 дней не будет. В противном случае заключаем, что большой кризис может начаться через 5 – 8 дней.

Предложенный алгоритм работает правильно в течение рассматриваемого 10-летнего периода. Конечно, любые предсказания в такой области не могут быть всегда правильными.

4.6.4 Некоторые выводы

Имеется два параметра в общем алгоритме построения семейства дихотомий и два параметра в его применении к анализу фондового рынка: число дней в минимальном базисном периоде (16) и число ближайших вершин в конструкции рыночного графа (4). Выбор этих параметров – эмпирический.

Некоторые элементы предложенной общей схемы могут быть улучшены. В частности, возможно определить параметры T и M в зависимости от сходимости соответствующих значений сложности (адаптивно). Такой вариант может существенно уменьшить время вычислений. Это предполагается в дальнейшем сделать.

Существуют и другие подходы к краткосрочному прогнозированию больших кризисов (см., например, [254, 255]). Имеется значительная разница между предложенным в наших работах подходом и ранее известными. В отличие от них, никаких предположений о поведении рынка здесь не делается. В частности, рыночная деятельность не может быть адекватно описана никаким видом случайных процессов, так же как сетевыми моделями и дифференциальными уравнениями – особенно в моменты кризисов. Наконец, практически нет работ с долгим периодом ежедневных предсказаний.

5 Исследование связей между полярностью и отсутствием конфликтов (стабильностью) в политических и социальных системах

5.1 Актуальность проблемы

В настоящее время анализ мировой политики на глобальном уровне невозможен без учета сложных взаимосвязей между акторами, к которым мы, в первую очередь, относим государства. Конфигурация международной системы строится на взаимодействиях различного характера: политических, экономических, дипломатических, военных, культурных и многих других. Создаются различные альянсы и военные блоки, государства объединяются под эгидой международных организаций для совместного решения экономических задач и борьбы с терроризмом.

Поведение акторов внутри системы, с одной стороны, зависит от силы самих государств и их возможностей влиять на ситуацию в мире, с другой стороны, «правила игры» во многом зависят от сложившейся ситуации, текущего баланса сил, сетей отношений между государствами.

С 60-х годов прошлого века исследователи международных отношений предпринимали попытки объяснить и предсказать поведение государств на основе полярности мировой системы. Они искали связь между полярностью и стабильностью мировой системы, а также вероятностью возникновения конфликтов.

Полярность в международных исследованиях – это структурная характеристика. Полюс в данном случае – это наиболее сильный актор международной системы. Полюсов также может быть два или более. Кроме того, существует альтернативное представление о полюсе как альянсе стран, во главе которого находится наиболее сильное государство (полюсом в данном случае считают не одну страну, а весь альянс).

Существуют разногласия относительно определения порогов полярности, т.е. того, какой мощностью должна обладать страна, чтобы считаться полярным актором. Распределение власти может рассматриваться с помощью вы-

явления наиболее влиятельных стран в международной системе (предполагается, что их возможности примерно одинаковы между собой, а мощь неполярных акторов несоизмеримо мала) или через измерение концентрации власти.

В зависимости от количества полярных акторов и распределения сил между ними международную систему можно классифицировать как униполярную, биполярную или мультиполярную.

Сила государства по-разному определяется исследователями, от непосредственно военной мощи, до комплексных индикаторов, включающих политическое влияние, экономические и технологические показатели возможностей государства.

В целом, полярность означает, что один или несколько акторов международной системы настолько важны, что изменение баланса сил между ними (снижение мощи великой державы или появление новой сверхдержавы) изменяет структуру международной системы.

Основная проблема исследований, посвящённых взаимосвязи полярности и стабильности мировой системы, состоит в том, что у исследователей нет единого понимания того, что считать полярностью и как операционализировать силу государства. Это приводит к тому, что в работах можно встретить противоположные выводы по одному и тому же вопросу, в частности тому как полярность международной системы влияет на наличие или отсутствие конфликтов и есть ли взаимосвязь между межгосударственными конфликтами и типом полярности международной системы.

Далее мы рассмотрим связь между полярностью и стабильностью или, напротив, вероятностью возникновения межгосударственных конфликтов.

5.2 Исследование взаимосвязи стабильности международной системы и типа полярности

Впервые вопрос о связи полярности и стабильности международной системы был поднят в 1964 году, когда в авторитетных журналах о междуна-

родных отношениях вышло две статьи с противоположным содержанием. Уолтс [261] утверждал, что системной стабильности способствует биполярность, а Дойч и Сингер [260], что мультиполярность способствует миру. Множество ученых присоединились к дискуссии, и постепенно сформировались две разные академические школы. Были разработаны новые классификации полярности, появились такие понятия как триполярность и униполярность, но основная дискуссия оставалась вокруг вопроса о том, какая форма полярности наиболее благоприятна для мировой системы. Под благоприятностью в данном случае подразумевается, что эта полярность создает условия для мира и не способствует войнам и конфликтам.

Результаты многочисленных работ на эту тему очень разные и во многом не согласованы между собой. Это можно объяснить тем, что изначально понятие полярности было двусмысленным, затем последовали совершенно различные способы операционализации и концептуализации этого понятия и теоретические гипотезы, которые проверялись на отличающихся наборах данных с использованием разной методологии. Все это значительно затрудняет возможности сопоставления и анализа результатов работ разных авторов и школ [258, 259, 264, 265, 267, 269, 270, 273, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300].

Большая часть затруднений связана с тем, что изначально часть исследователей определяли полярность мировой системы по числу стран-полюсов, а другая группа исследователей считала полюсом кластер стран, объединенных в один альянс. По мнению Геллера, второй способ все-таки стоит называть не полярностью, а поляризацией и это поможет избежать недопонимания. Поскольку единого мнения по данному вопросу нет, каждый автор в своей работе самостоятельно определяет, что понимать под полярностью в каждом конкретном исследовании.

В целом можно разделить все работы на тему связи полярности и системной стабильности, относительно того, какую разновидность полярности авторы считают наиболее предпочтительной (способствующей стабильно-

сти). Речь идет не о полярности или поляризации, а о количестве полюсов, т.е. униполярности, биполярности или многополярности. Далее мы рассмотрим эти работы по группам. Также в приложении приводится таблица с кратким описанием эмпирических работ с указанием типа полярности (полярность или поляризация); сути исследования; метода анализа данных и источника данных.

5.2.1 Однополярная система наиболее стабильна

Исследователи, которые придерживаются этой гипотезы, в том числе в [258, 267, 284], утверждают, что униполярные системы являются наименее подверженными военным конфликтам среди прочих системных структур. Кроме того, они утверждают, что униполярность или приближенное к ней состояние более устойчиво, чем биполярность и мультиполярность. Большинство из исследователей при этом предполагают, что униполярность способствует миру больше биполярности, а биполярность, в свою очередь, больше, чем мультиполярность. В своих эмпирических исследованиях Хаас [269], Мидларски [285], Томпсон [307] и Спиезио [286] находят аргументы, подтверждающие эту гипотезу.

Хаас [269] рассматривал не всю международную систему, а три подсистемы: Европейская (1649-1963 гг.), Восточноазиатская (1689-1963 гг.) и Гаванская (1738-1898гг.). Он пытался обнаружить связь между полярностью и стабильностью, сравнивая распределение мощи, конфигурации альянса и количество международных конфликтов во всех трех подсистемах.

На основе своего исследования им сделан ряд интересных выводов:

- 1) униполярные системы являются наиболее мирными по сравнению с остальными;
- 2) в биполярной системе войны между государствами более длительные;
- 3) в триполярных или многополярных системах войны более быстрые, но их больше и число жертв военных конфликтов самое большое.

- 4) изучение конфигураций альянсов, а не количества полюсов более продуктивно для установления связи между полярностью и войной.

Мидларски [285] изучает влияние снижения и ограничения мощи на стабильность международной системы и, как и Хаас [269], считает, что частота боевых действий наименьшая при униполярности, возрастает при биполярности и становится все чаще с увеличением числа полюсов в системе.

Томсон в [307] анализирует отношения между распределением потенциальных возможностей и войной, основываясь на подходе Уолтса (1964) и его анализе системной стабильности и длинных циклов глобального лидерства [273]⁹⁾. Временной промежуток исследования с 1494 по 1983 гг. На эмпирических данных Томпсон демонстрирует, что глобальная война менее вероятна, если мировая система униполярна или почти униполярна (Томпсон вводит это понятие, как одну из разновидностей полярности), чуть более вероятна в биполярные периоды, и ее вероятность значительно выше в мультиполярной системе. При этом, он указывает на то, что в некоторые периоды и биполярные и мультиполярные системы были одинаково склонны к войне.

В более поздней работе Спицео [286] протестировал ряд гипотез, основанных на теории гегемонистической стабильности¹⁰⁾ [258], на примере Британского цикла гегемонии с 1815 г. по 1939 г. Тест сравнивает частоту всех войн и войн с участием сверхдержавы в различных временных интервалах, и изменение (повышение или понижение) военно-экономических потенциальных возможностей Великобритании относительно других ведущих стран. Спицео в [286] делает вывод о том, что есть связь между увеличением числа войн в международной системе и снижением потенциальных военно-

⁹⁾ Глобальные экономические процессы по времени сопряжены с длинными мировыми политическими циклами, называемыми «циклами лидерства». Смена таких циклов периодически изменяет структуру мирового политического устройства, способствуя выдвижению новых великих держав и географических зон их влияния. В основе глобального лидерства лежат такие факторы, как мобильные военные силы, передовая экономика, открытое общество, реагирование на мировые проблемы при помощи нововведений.

¹⁰⁾ Теория гегемонистской стабильности – концепция, предложенная в рамках парадигмы политического реализма, согласно которой присутствие гегемона в мировой экономической системе является одновременно неотъемлемым и достаточным условием появления и сохранения либерального устройства в международной экономике.

экономических возможностей сверхдержавы. Таким образом, он также поддерживает идею о том, что униполярная система более стабильна, а ослабление гегемона и, соответственно, усиление других стран ведет к увеличению числа конфликтов.

В дополнение к этим работам, которые исследуют связь между полярностью и войной напрямую, есть исследования, подтверждающие тезис о стабильности униполярности иным способом. Эмпирическое исследование [287] указывает на связь между разницей обязательств в международных альянсах и поляризацией в международной системе. Они рассматривают трансформацию обязательств в международных альянсах с 1820 по 1969 гг. и выбор между двумя принципами международного права: «*pacta sunt servada*»¹¹⁾ и «*clausula rebus sic stantibus*»¹²⁾ при разной полярности международной системы.

Когда военные возможности стран сильно сконцентрированы (например, в периоды сразу после глобальных войн) государства склонны к использованию дипломатических методов во взаимоотношениях и созданию альянсов основанных на принципе «*pacta sunt servada*». Однако, когда военные возможности менее сконцентрированы, статусу сверхдержавы бросают вызов. Если разделение стран на кластеры поддерживающих друг друга государств и противостояние между различными военными блоками не такое явное, то государства предпочитают придерживаться принципа «*clausula rebus sic stantibus*». На основе этих результатов исследователи приходят к заключению, что «*pacta sunt servada*» имеет тенденцию обеспечивать порядок и предсказуемость в международных отношениях. Это исследование не похоже на другие работы, которые пытаются доказать прямую связь между полярно-

¹¹⁾ С латинского «договоры должны соблюдаться», основополагающий принцип гражданского и международного права. Принцип позволяет обеспечить предсказуемость, которая выгодна участникам договора, поскольку позволяет внятно планировать действия и тратить минимум сил на подстраховку.

¹²⁾ С латинского «оговорка неизменных обстоятельств» – условие договора, подразумеваемое или прямо оговорённое, согласно которому договор остается в силе до тех пор, пока остаются неизменными обстоятельства, обусловившие его заключение и действие.

стью и войной, но в нем также делается вывод, который подтверждает связь между высокой поляризацией и международной стабильностью.

5.2.2 Биполярная система наиболее стабильна

Наиболее влиятельное теоретическое исследование о корреляции между полярностью и стабильностью – это работа Вальтса [261], в которой он представляет четыре объяснения того, что биполярность способствует миру. Во-первых, в биполярной системе у обоих государств есть интерес в поддержке статус-кво и равновесию сил. Во-вторых, при биполярности международное поведение более предсказуемо, соответственно снижается вероятность ошибок при соотнесении потенциальных возможностей и намерений государств. В-третьих, в биполярной системе возможно более эффективное управление эскалацией постоянных кризисов, чем в мультиполярной. В-четвертых, в биполярной системе действия третьих государств на периферии оказывают лишь незначительное воздействие на стабильность международной системы.

В работе [265] Джеймс и Брекэр предлагают новую концепцию полярности, в которой полюс – это не великая держава или альянс стран, а центр власти и принятия решений. Стабильность в их исследовании не просто количество и частота войн, а серьезность международных кризисов. В работе сравнивается стоимость поддержания стабильности в трех системах: биполярной, мультиполярной и полицентричной системе (системе двух ведущих держав и множества центров принятия решений), а также эффективность каждой из систем. В результате Джеймс и Брекэр приходят к выводу, что биполярность наиболее стабильная и выгодная форма международной системы.

Вилкенфельд и Брекэр в [289] предлагают идею о том, что международные системы варьируются с точки зрения прочности стабильности. Стабильность самая прочная в системе двух великих держав (биполярность), несколько более слабая в системе с большей дисперсией власти (мультиполярность) и самая низкая в системе двух ведущих держав и многократных центров принятия решений (полицентризм). Их рейтинг основан на сравнении

затрат на поддержание безопасности государства при каждом из типов полярности. Вилкенфельд и Брекэр утверждают, что каждый тип международной структуры влечет за собой различные связанные с безопасностью затраты для своих участников: затраты на принятие решения и затраты на реализацию решений. Затраты увеличиваются, когда у системы будет неравное количество ведущих держав и центров принятия решения, следовательно, стабильность при биполярности выше. Основным аргумент этой работы очень похож на выводы из [265].

Другой автор, Саперштейн [288], строит нелинейную математическую модель международного соревнования, чтобы сравнить условия стабильности биполярной и трехполюсной системы. Он исследует, как участие дополнительного игрока в борьбе за власть между двумя ведущими державами влияет на системную стабильность. Его результаты показывают, что стабильность биполярной системы понизится, когда появится третий игрок, и она понизится значительно, как только третий игрок становится значимым фактором в системе. Он полагает, что это исследование подтверждает выводы работы [257] и биполярная система более стабильна, чем триполярная система – вариант мультиполярности.

В работе Леви [301] исследуется связь стабильности (отсутствия войн между великими державами) и полярности (концентрации власти у великих держав) с 1495 по 1975 год. Данное исследование является одним из самых масштабных по временному охвату. Для измерения стабильности Леви использует такие показатели как частота войн, продолжительность, масштабы военных действий и тяжесть последствий войны. На основе множества эмпирических тестов Леви делает вывод о том, что униполярные системы наименее устойчивы и подвержены крупномасштабным войнам, а биполярные системы устойчивее многополярных, таким образом, биполярные системы наиболее стабильные.

Буэно де Мескита в своих работах [270, 297, 298, 299] изучает системную поляризацию (полюс – это кластер стран, а не одна страна) и ее связь со

стабильностью. В работе 1975г. он рассматривает как распределение сил между кластерами стран и возможности взаимодействия между ними, так и дискретность полюсов, и плотность взаимодействий внутри альянсов. Буэно де Мескита приходит к выводу о том, что вероятность войны в биполярной системе ниже, чем в мультиполярной, а увеличение числа кластеров приводит к высокой вероятности масштабной войны между великими державами в следующие пять лет. Данные этого исследования также подтверждают тезис Уолтса о стабильности биполярности.

5.2.3 Мультиполярная система способствует отсутствию межгосударственных конфликтов

Сторонников стабильности мультиполярной системы значительно меньше, чем биполярной. Каплан [259] одним из первых, предположил, что мультиполярная система наиболее стабильная.

Одно из самых значимых исследований, отстаивающих эту точку зрения – работа [260]. Авторы изучают возможности взаимодействия между странами (interaction opportunity). Идея состоит в том, что чем больше у каждой отдельной страны возможностей для взаимодействия с другими странами, тем меньше внимания (attention) она может уделить каждой отдельной стране или кластеру стран. Для возникновения межстранового конфликта, в свою очередь, необходим некоторый минимальный уровень внимания. Соответственно, увеличение числа независимых акторов снижает внимание, которое каждая страна может уделить другой, и это оказывает стабилизирующее воздействие на систему. Кроме того, в мультиполярных системах сокращается число двусторонних отношений, т.к. взаимоотношения между странами трансформируются в более крупные альянсы, соответственно снижается возможность для серьезных двусторонних противоречий. Также Дойч и Сингер утверждают, что трансформация альянсов в мультиполярной системе более подвижна, чем в биполярной, соответственно гонка вооружений будет меньше, а значит и напряженность в отношениях между странами.

В [290] исследуют полярность и конфликты между великими державами. Проводится исследование системной неопределенности путем оценки склонности национальных лидеров к риску при принятии политических решений. Они не согласны с утверждением Уолтса о том, что увеличение неопределенности в международной системе ведет к конфликтам между странами (идея Уолтса состоит в том, что склонность к риску в принятии политических решений приводит к конфликтам). Вместо этого они делают вывод о том, что рост неопределенности отрицательно влияет на инициирование конфликта (поскольку никто из лидеров не знает, как поведут себя другие, то сложно оценить риск инициации конфликта, соответственно конфликт не начинается). По мнению авторов неопределенность в мультиполярной системе выше, чем в биполярной, соответственно вероятность инициирования конфликта снижается, а значит мультиполярные системы более стабильны.

В исследовании [291], основанном на анализе исторических данных, сделан вывод о том, что стабильность многополярной системы зависит от ее конфигурации. Авторы считают, что мировая система может быть только мультиполярной, но распределение сил между государствами различно в разные временные промежутки. Некоторые многополярные системы более склонны к военным конфликтам, чем биполярные, а некоторые, напротив, способствуют миру. Поэтому нельзя делать однозначный вывод о нестабильности многополярных систем.

5.2.4 Связь между полярностью международной системы и межгосударственными конфликтами отсутствует

Наряду с исследованиями, которые говорят о корреляции между полярностью мировой системы и ее стабильностью, существует ряд работ, в которых, напротив, отрицается связь между полярностью и наличием или отсутствием войн и вооруженных конфликтов.

Лиска в [292] утверждает, что поляризация и конфигурации альянсов, а также распределение влияния между государствами, никак не связаны с войнами. А формы альянсов и количество этих альянсов никак не коррелируют.

Моделски в [273] при изучении концентрации и распределения власти в мировой системе, отмечает, что ни биполярность, ни мультиполярность нельзя рассматривать как предпочтительное состояние международной системы. Он связывает это с тем, что обе системы, по сути, являются системами с небольшим числом мощных стран, с четко определенными национальными интересами, которые настроены против друг друга.

Харт в [293] отмечает, что количество ведущих держав и поляризация не влияют на конфликты в международной системе. Напряженность зависит скорее от легитимности глобального порядка, а не от его структурных характеристик. Хопф в [294] на эмпирическом материале мультиполярной Европы 1495-1521 гг. и биполярной Европы 1521-1559 гг. также приходит к выводу о том, что полярность не позволяет предсказывать войны и причинно-следственная связь между полярностью и войной отсутствует.

В исследовании взаимосвязи между силой обязательств в альянсах и возникновением международной войны [296] делают вывод о том, что нет никакой связи между тем, какое количество альянсов приходится на страну и количеством двусторонних войн, в которых участвует эта страна.

Кроме того попыткам обнаружения взаимосвязи между поляризацией и войной посвящен ряд работ Буэно де Мескита. В первом исследовании [297] он ищет связь между системной поляризацией и возникновением и продолжительностью войн. Во втором исследовании [298] он ищет взаимосвязь между распределением власти и вероятностью войны. Его третье исследование в соавторстве с Лалманом [302] направлено на выявление влияния на войну трех структурных изменений международной системы: баланса сил, силы полюсов и разных модификаций полярности.

В своей первой работе Буэно де Мескита, помимо данных о войнах между ведущими державами, которые используются во многих исследованиях

[256, 268, 271, 274, 285, 286, 294, 303, 304, 307, 300], использует данные обо всех межстрановых конфликтах. По его мнению, такой подход более точно отражает влияние полярности на разную степень тяжести конфликта. Кроме того, он использует четыре переменные для измерения возможности взаимодействия (interaction opportunity) из [260]. Используя данные за последние полтора века, он приходит к выводу, что ни число полюсов, ни изменение числа полюсов (уменьшение или увеличение) не коррелируют с возникновением войны. Во второй статье [298] исследуется влияние распределения власти на возникновение войны и делается вывод о том, что война не зависит ни от равновесия сил, ни от перекоса в распределении власти в сторону одного из альянсов. Третья работа [302] также опровергает влияние поляризации на войну.

5.3 Некоторые выводы

Анализ работ, посвященных взаимосвязи полярности и стабильности мировой системы или, напротив, вероятности возникновения конфликта наглядно демонстрирует, что из-за больших различий, связанных с определением и операционализацией полярности, различиями в понимании мощи государств и измерении распределения власти, исследователи получают совершенно разные результаты – от наличия положительной или отрицательной связи между полярностью и конфликтами, до ее полного отсутствия. Сравнение результатов исследований также затруднено большой разницей в используемых методологиях.

Можно предположить, что совмещение концепта полярности и сетевой методологии позволит более точно определить полярность мировой системы и установить число ведущих держав при помощи анализа сетей отношений, которые могут быть построены как совокупность различных отношений между государствами (конфликтами между странами, дипломатическими отношениями, торговыми и миграционными потоками и т.д.). Кроме того, сетевой анализ дает возможность для более точного измерения силы государств и

определения их влияния в сети при помощи индексов центральности. Нужно отметить, что примеры такого рода исследований уже появились не только в западной, но и в российской политической науке (см. например, [305, 306]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении проекта получены следующие основные результаты, могут быть сделаны следующие выводы и рекомендации:

- в рамках решения задачи размещения транспортных узлов с подъездными путями в некоторой региональной транспортной системе представлена классификация моделей используемых при решении подобных задач; предложена математическая модель, учитывающая наличие существующей транспортной системы региона; на основе представленной модели сформулированы оптимизационная (в случае известных цен на транспортировку и строительство) и робастная задачи (точные значения цен не известны); обе задачи протестированы на данных о транспортной системе части России;
- представлены результаты по модификации разработанной в 2016 году математической модели и на основе этой модификации сформулирована задача об оценке: а) требуемого объема инвестирования в проект по строительству заводов по переработке твердых бытовых отходов в биомассу, используемую как топливо в системах электроснабжения и отопления; б) начальных цен двух контрактов на строительство заводов по переработке отходов в топливную биомассу в рамках концессионного соглашения между частными инвесторами и городскими властями в виде игры трех лиц; доказана возможность отыскания точек равновесия Нэша этой игры из решения трех вспомогательных задач линейного программирования;
- разработана математическая модель и сформулирована оптимизационная задача оценки объема инвестиций, необходимых для разработки цепочки зарядных станций на автомобильных магистралях при линейных ограничениях; доказано, что оптимальное решение этой задачи может быть найден из решения вспомогательной задачи смешанного математического программирования;
- в рамках моделирования предпочтений при помощи функций ценности выделен и исследован новый интересный для приложений специальный вид

- функций, представляющих отношения полного порядка на конечных множествах – реперные функции; рассмотрены реперные функции полезности и реперные функции вредности;
- предложена постановка задачи анализа чувствительности многокритериального выбора к изменению оценок параметрической важности критериев и, в частности, к изменению интервалов неопределенности замещений критериев; предложен общий метод проведения такого анализа для отдельных недоминируемых альтернатив и для множества альтернатив в целом;
 - в рамках сравнительного исследования функций коллективного выбора, зависящих от коллективных предпочтений, проведено исследование функций коллективного выбора, основанных на принципе устойчивости; для этих решений установлены некоторые свойства и их теоретико-множественные соотношения; установлены некоторые свойства процедур построения агрегированных ранжирований, основанных на рассмотренных правилах;
 - исследованы индексы поляризованности мнений и разнородности предпочтений в группе; проведено сравнение существующих подходов к измерению разнообразия и выделены аксиоматические свойства индексов; построены новые аксиоматически обоснованные индексы измерения поляризованности и разнообразия предпочтений;
 - в рамках исследования коалиционного манипулирования при неполной информации показано, что: а) для правил подсчета очков вероятность коалиционного манипулирования равна вероятности индивидуального манипулирования при публичной информации о победителях голосования; б) коалиционное манипулирование при неполной информации всегда безопасно для правила относительного большинства и правила вето и может быть небезопасно для правила Борда; проведена серия экспериментов для вычисления оценок вероятностей коалиционного манипулирования при неполной информации;

- на основе 24 200 гипотетических портфелей, отличающихся уровнем риска, рассчитан мультипликатор риск-веса, корректирующий требования Базельского комитета для покрытия рисков, возникающих вследствие концентрации портфеля и корреляции вероятности дефолта (PD) и доли потерь при дефолте (LGD);
- построена модель вероятности дефолта методом бинарной и категориальной логистической регрессии на выборке из 192 судоходных компаний 36 стран за период с 2001 по 2016;
- предложена модель анализа финансовых показателей с помощью процессов Хоукса с целью выявления кризисов на фондовом рынке и предупреждения их появления; модель протестирована на данных фондового индекса S&P500 и валютной пары USD/RUB;
- исследовано агрегирование рекомендаций финансовых аналитиков в рамках теории функций доверия на примере российского фондового рынка; показано, что правила комбинирования, которые широко развиты в теории функций доверия, позволяют агрегировать рекомендации аналитиков с учетом исторической надежности источников информации, характера принимаемых решений (пессимистичность-оптимистичность), конфликта между прогнозами и рекомендациями и т.д.; показано, что полученные агрегированные прогнозы в большинстве случаев оказываются точнее консенсус-прогнозов;
- в рамках анализа международной миграции разработана сетевая модель и проанализированы индексы центральности; исследована взаимосвязь численности международных мигрантов по странам и социально-экономических показателей стран (ВВП, уровень образования, интенсивность конфликтов);
- предложены новые модели распределения конфликтных зон между заинтересованными участниками, которая была апробирована для Арктического региона; проведен анализ потенциальных конфликтных зон в Баренцевом

- море и их сравнение с распределением, предложенным в международных договорах;
- изучены модели распространения нефтепродуктов в море, с помощью которых будет возможно прогнозировать данный процесс; построена динамическая модель распространения нефти в море с учётом различных природных факторов на основе предлагаемых нами моделей; разработан вычислительный комплекс, позволяющий визуализировать процесс распространения нефти во времени;
 - в рамках анализа сети продовольствия проанализированы сети международной торговли по 10 типам продуктов; выявлены страны, имеющие наибольшее влияние на других участников сети по каждой категории продуктов; исследовано изменение со временем ключевых стран в сетях продовольствия;
 - на основе предложенных ранее двух новых методов анализа паттернов разработаны численные методы расчета индексов неоднородности инновационного развития с использованием данных Глобального индекса инноваций;
 - в рамках разработки методов анализа структурной сложности рассмотрены и исследованы новые модификации алгоритма анализа структурной сложности графа, основанные на нормализованном значении энтропии; эта модификация позволила ускорить и увеличить точность вычисления сложности данных фондового рынка в задаче прогнозирования кризисных периодов;
 - исследована взаимосвязь между полярностью международной системы и ее стабильностью, а также связь полярности с вероятностью возникновения конфликтов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Отчет МНУЛ анализа и выбора решений, ТЗ-79 за 2016г.

Раздел 1

2 Revelle C., Swain R. Central facilities location// Geographical Analysis, 1970, 2, 30-42.

3 Garey M., Johnson D. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness// San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1979, 109–120.

4 Hakimi S. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph// Operations research, 1964, 12, 450-459.

5 O’Kelly M. A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities// Transportation Science, 1986, 20, 92–106.

6 Campbell J.F. Integer programming formulations of discrete hub location problems// European Journal of Operational Research, 1994, 72, 387-405.

7 Wagner B. Model formulations for hub covering problems// Journal of the Operational Research Society, 2008, № 59, 932-938.

8 O’Kelly M. The location of interacting hub facilities// European Journal of Operational Research, 1987, 32, 393–404.

9 Aykin T. The hub location and routing problem//European Journal of Operational Research, 1995, 83, 200-219.

10 Haluk D., Derya D., Nur E.O., Cem I. A genetic algorithm for the uncapacitated single allocation planar hub location problem// Computers & Operations Research, 2015, 62, 224-236.

11 Contreras I., Cordeau J.-F., Laporte G. Stochastic uncapacitated hub location// European Journal of Operational Research, 2011, 212, 518-528.

12 Zetina C.A., Contreras I., Cordeau J.- F., NIKBAKHS E. Robust uncapacitated hub location// Transportation Research Part B, 2017.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2017.06.008>

- 13 Kara B.Y., Tansel B.C. On the single assignment p-hub center problem// *European Journal of Operational Research*, 2000, 125(3), 648–655.
- 14 Yaman H., Elloumi S. Star p-hub center problem and star p-hub median problem with bounded path lengths// *Computers and Operations Research*, 2012, 39(11), 2725–2732.
- 15 Gao Y., Qin Z. A chance constrained programming approach for uncertain p-hub center location problem// *Computers & Industrial Engineering*, 2016, 102, 10-20.
- 16 Merakli M., Yaman H. A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty// *Computers & Operations Research*, 2017, 88, 58-70.
- 17 Alumur S.A., Kara B.Y., Karasan O.E. Multimodal hub location and hub network design//*Omega*, 2012, 40, 927–939.
- 18 Chen J.F. A hybrid heuristic for the uncapacitated single allocation hub location problem// *Omega*, 2007, 35, 211–220.
- 19 Costa M.G., Captivo M.E., Climaco J. Capacitated single allocation hub location problem – a bi-criteria approach// *Computers & Operations Research*, 2008, 35(11), 3671-3695.
- 20 Jankovic O., Stanimirovic Z. A general variable neighborhood search for solving the uncapacitated r-allocation p-hub maximal covering problem// *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 2017, 58, 23–30.
- 21 Peiro J., Corberan A., Marti R. GRASP for the uncapacitated r-allocation p-hub median problem// *Computers & Operations Research*, 2014, 43, 50-60.
- 22 Talbi E-G., Todosijevic R. The robust uncapacitated multiple allocation p-hub median problem// *Computers & Industrial Engineering*, 2017, 110, 322–332.
- 23 Correia I., Nicke S., Saldanha-Da-Gama F. A stochastic multi-period capacitated multiple allocation hub location problem: Formulation and inequalities// *Omega*, 2017.

- 24 Yaman H. Star p-hub median problem with modular arc capacities// Computers and Operations Research, 2008, 35(9), 3009–3019.
- 25 Contreras I., Fernandez E., Marin A. The Tree of Hubs Location Problem// European Journal of Operational Research, 2010, 202, 390–400.
- 26 Martins E., Contreras I., Cordeau J.-F. Exact and heuristic algorithms for the design of hub networks with multiple lines// European Journal of Operational Research, 2015, 246, 186–198.
- 27 Silva M.R., Cunha C.B. A tabu search heuristic for the uncapacitated single allocation p-hub maximal covering problem// European Journal of Operational Research, 2017, 262, 954–965.
- 28 Adibi A., Razmi J. 2-Stage stochastic programming approach for hub location problem under uncertainty: A case study of air network of Iran//Journal of Air Transport Management, 2015, 47, 172-178.
- 29 Yang K., Yang L., Gao Z. Planning and optimization of intermodal hub-and-spoke network under mixed uncertainty// Transportation Research Part E , 2016, 95, 248-266.
- 30 Беленький А.С. Минимаксные задачи планирования с линейными ограничениями и методы их решения// Автоматика и телемеханика, 1981, 10, 157–170.
- 31 Merakli M., Yaman H. Robust intermodal hub location under polyhedral demand uncertainty// Transportation Research Part B, 2016, 86, 66-85.
- 32 Serper E., Alumur S. The design of capacitated intermodal hub networks with different vehicle types// Transportation Research Part B, 2016, 86, 51-65.
- 33 Kara B.Y., Tansel B.C. The single-assignment hub covering problem: Models and linearizations// Journal of the Operational Research Society, 2003, 54(1), 59–64.
- 34 Alumur S.A., Kara B.Y. Network hub location problems: The state of the art//European Journal of Operational Research, 2008, 190, 1–21.

- 35 Contreras I. Hub location problems// Location Science, Laporte G., Saldanha da Gama F., Nickel S. (eds.), Springer, 2015, 311-344.
- 36 Daskin M., Maas K. The p-Median Problem// Location Science, Laporte G., Saldanha da Gama F., Nickel S. (eds.), Springer, 2015, 21-46.
- 37 Farahani R., Hekmatfar M., Arabani A., Nekkakhsh E. Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications// Computer & Industrial Engineering, 2013, 64, 1096-1109.
- 38 Hoff A., Peiro J., Corberan A., Marti R. Heuristics for the capacitated modular hub location problem// Computers & Operations Research, 2017, 86, 94-109.
- 39 Tanash M., Contreras I., Vidyarthi N. An exact algorithm for the modular hub location problem with single assignments// Computers & Industrial Engineering, 2017, 85, 32-44.
- 40 Correia I., Nicke S., Saldanha-Da-Gama F. Hub and spoke network design with single-assignment, capacity decisions and balancing requirements// Applied Mathematical Modelling, 2011, 35, 4841-4851.
- 41 Belenky A., Fedin G., Kornhauser A. An example of the application of a robust approach to choosing an optimal regional freight transportation infrastructure// ITEA 2017 Programme, Barcelona, 2017.
- 42 Energy from Municipal Solid Waste// US Energy Information Administration, November 2016.
- 43 Solid Waste Management Alternatives for the City of New York// School of International and Public Affairs, Columbia University, August 16, 2017.
- 44 Cohen S. More people, more trash? Rethinking waste from New York to Beijing// GreenBiz, May 11, 2017.
- 45 Rao N.N., Sultana R., Kota S.H. Handbook of Solid Waste Management// Chapter 2, Solid and Hazardous Waste Management, Elsevier, 2017, 2-120.
- 46 Schneider D., Ragossnig A. Editorial: Recycling and incineration, contradiction or coexistence?// Waste Management & Research, 2015, 33(8), 693-695.

- 47 Fact and Figures about Municipal Solid Waste in America// <http://hsagolden.com/facts-figures-municipal-solid-waste-america>.
- 48 Municipal Waste Management in EU DG Environment European Commission// <http://study-slide.com/doc/350157/municipal-waste-management-in-eu>.
- 49 Nagpure A.S., Ramaswami A., Russel A. Characterizing the spatial and temporal patters of open burning of municipal solid waste (MSW) in Indian cities// *Environmental Science and Technology*, 2017, 8, 1-14.
- 50 Kumari K., Kumar S., Rajagopal V., Khare A., Kumar R. Emission from open burning of municipal solid waste in India// *Environmental Science and Technology*, 2015, 40 (21), 12904-12912.
- 51 Ripa M., Florentino G., Gianib H., Clausen A., Giani H., Ulgiati S. Refuse recovered biomass fuel from municipal solid waste: a life cycle assessment// *Applied Energy*, 2017, 186 (2), 211-225.
- 52 Hodge G., Greve C., Boardman A. *International Handbook on Public-Private Partnerships*. Edward Elgar Publishing: Camberley Surrey, UK, Northampton, MA, USA, 2011.
- 53 Massoud M., El-Fadel M. Public-private partnership for solid management services// *Environment Management*, 2002, 30 (2), 621-630.
- 54 *Public Private Partnerships in Municipal Solid Waste Management. Potential and Strategies*// Athena Infonomics Private Limited, India, May 2012.
- 55 Lynch J.A. *Public Procurement and Contract Administration (Procurement Classroom Series). A Brief Introduction. – Second Edition*, Independently published, April 2017.
- 56 Belenky A.S. A decision-support tool for managing landfills with large volumes of municipal solid waste// submitted to "Journal of Cleaner Production", 32 pages.
- 57 Belenky A.S., Kornhauser A.L. Estimating the cost of developing a chain of charging stations from electric vehicles on a highway// to be submitted to "Transportation Science" In December 2017-January 2018.

- 58 Li S., Huang Y., Mason S.J. A multi-period optimization model for the deployment of public electric vehicle charging stations on network// *Transportation Research Part, 2016, C 65, 128-143.*
- 59 Daskin, M.S, *Network and discrete location: models. Algorithms and Applications.* – New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.
- 60 Hodgson M.J. A flow-capturing location-allocation model// *Geograph. Anal.*, 1990, 22, 270-279,
- 61 Berman O., Larson R.C., Fouska N. Optimal location of discretionary service facilities// *Transport. Sci.*, 1992, 26, 201-211.
- 62 Ip A., Fong S., Liu E. Optimization for allocating BEV recharging stations in urban areas by using hierarchical clustering// In: *2010 6th International Conference on Advanced Information Management and Service (IMS)*, Springer, 2010, 460-465.
- 63 Momtazpour M., Butler P., Ramakrishnan N., Hossain M.S., Bozchalui M.C., Sharma R. Charging and storage infrastructure design for Electric vehicles// *ACM Trans. Intell. Syst. Technol. (TIST)*, 2014, 5, p.42.
- 64 Kuby M., Lim S., The flow-refueling location problem for alternative-fuel vehicles// *Socio-Econ. Plan. Sci.*, 2005, 39, 125-145.
- 65 MirHassani S.A., Ebrazi R. A flexible reformulation of the refueling station location problem// *Transport. Sci.*, 2013, 47 (4), 617-628.
- 66 Huang Y., Li S., Qian Z. Optimal deployment of alternative fueling stations on transportation networks considering deviation paths// *Networks Spatial Econ.*, 2015, 15, 183-204.
- 67 Li, S., Huang, Y., 2015. Development of electric vehicle charging corridor for South Carolina// *Int. J. Transport. Sci. Technol.*, 2015, 4, 395-412.
- 68 Belenky A., Fedin G., Kornhauser A. Robust mathematical models associated with negotiating financial investments in large-scale transportation projects// *IFORS 2017 Technical Program.*, Quebec - 2017, C. 115.

Раздел 2

- 69 Подиновский В.В., Потапов М.А. Метод взвешенной суммы критериев в анализе многокритериальных решений: pro et contra// Бизнес-информатика, 2013, 3, 41–48.
- 70 Пфанцагль И. Теория измерений. – М.: Мир, 1976.
- 71 Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями// Журнал вычислительной математики и математической физики, 1975, 2, 330–344.
- 72 Подиновский В.В. Принцип гарантированного результата для частичных отношений предпочтения// Журнал вычислительной математики и математической физики, 1979, 6, 1436–1450.
- 73 Подиновский В.В. Задача оценивания коэффициентов важности как симметрически-лексикографическая задача оптимизации// Автоматика и телемеханика, 2003, 3, 150–162.
- 74 Podinovski V.V. Interval articulation of superiority and precise elicitation of priorities// European journal of operational research, 2007, 180, 406–417.
- 75 Sen A.K. Collective choice and social welfare. – San Francisco: Holden Day, 1970.
- 76 Алескеров Ф.Т., Катаева Е.С., Писляков В.В. Якуба В.И. Оценка вклада научных работников методом порогового агрегирования// Управление большими системами: сборник трудов, 2013, 44, 172–189.
- 77 Гончаров А.А., Чистяков В.В. Агрегирование предпочтений без учета компенсаций и рейтингование// Препринт WP7/2010/04. М.: Изд. Дом ГУ ВШЭ, 2010.
- 78 Гончаров А.А., Чистяков В.В. Рейтингования без компенсаций и их применение// Проблемы управления, 2012, 2, 45–52.
- 79 Aleskerov F.T., Chistyakov V.V. The threshold decision making effected by the enumerating preference function// International Journal of Information Technology and Decision Making, 2013, 12, 1201–1222.

- 80 Подиновский В.В. Количественные оценки важности критериев в многокритериальной оптимизации// Научно-техническая информация. Серия 2. Информационные процессы и системы, 1999, 5, 22–25.
- 81 Подиновский В.В. Количественная важность критериев// Автоматика и телемеханика, 2000, 5, 110–123.
- 82 Podinovski V.V. The quantitative importance of criteria for MCDA// Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 2002, 11, 1–15.
- 83 Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2007.
- 84 Подиновский В.В. Реперные функции// Управление большими системами: сборник трудов, 2017, 68, 30–46.
- 85 Подиновский В.В. Реперные функции для многокритериальных задач// Информационные технологии в науке, образовании и управлении, 2017, 2, 57–62.
- 86 Insua D.A., French S. A framework for sensitivity analysis in discrete multi-objective decision-making// European Journal of Operational Research, 1991, 54, 176–190.
- 87 French S. Mathematical programming approaches to sensitivity calculations in decision analysis// Journal of the Operational Research Society, 1992, 43, 813–819.
- 88 Подиновский В.В. Анализ устойчивости результатов выбора при частичном отношении предпочтения// Искусственный интеллект и принятие решений, 2009, 4, 45–52.
- 89 Podinovski V.V. Sensitivity analysis for choice problems with partial preference relations// European Journal of Operational Research, 2012, 221, 198–204.
- 90 Нелюбин А.П. Анализ устойчивости многокритериального выбора методами теории важности критериев при изменении интервальных оценок важности критериев// Открытое образование, 2012, 2, 47–51.

- 91 Nelyubin A.P. Criteria importance theory: sensitivity analysis of multicriterial choice using interval importance information// *American Journal of Control Systems and Information Technology*, 2013, 1, 13–17.
- 92 Подиновский В.В. Об относительной важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений// *Многокритериальные задачи принятия решений* / Под ред. Емельянова С.В. М.: Машиностроение, 1978, 48–82.
- 93 Меньшикова О.Р., Подиновский В.В. Построение отношения предпочтения и ядра в многокритериальных задачах с упорядоченными по важности неоднородными критериями// *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1988, 5, 647–659.
- 94 Men'shikova O.R., Podinovskii V.V. Construction of the preference relation and the core in multicriterial problems with inhomogeneous criteria that are ordered with respect to importance// *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1988, 28, 15–22.
- 95 Подиновский В.В. Параметрическая важность критериев и интервалы неопределенности замещений в анализе многокритериальных задач// *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2008, 48, 1979–1998.
- 96 Podinovski V.V. Parametric importance of criteria and intervals of value tradeoffs uncertainty in the analysis of multicriteria problems// *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2008, 48(11), 1981–1998.
- 97 Подиновский В.В. Чувствительность многокритериального выбора к изменению оценок важности неоднородных критериев// *Информационные технологии в науке, образовании и управлении*, 2017, 4 (в печати).
- 98 Arrow K.J. *Social Choice and Individual Values*. – New York: Wiley, 1951.
- 99 Laslier J.F. *Tournament Solutions and Majority Voting*. – Berlin: Springer, 1997.

100 May K.O. A set of independent necessary and sufficient conditions for simple majority decisions// *Econometrica*, 1952, 20(4), 680–684.

101 Condorcet Marquis de. *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix.* – Paris: L'imprimerie royale, 1785.

102 Duggan J. General conditions for the existence of maximal elements via the uncovered set// *Journal of Mathematical Economics*, 2011, 47(6), 755–759.

103 von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of Games and Economic Behavior.* – Princeton: Princeton University Press, 1944.

104 Aleskerov F., Subochev A. Matrix-vector representation of various solution concepts// Working paper WP7/2009/03. Moscow: SU – Higher School of Economics. 2009.

105 Aleskerov F., Kurbanov E. A Degree of Manipulability of Known Social Choice Procedures// *Current Trends in Economics: Theory and Applications* / Eds. Alkan A., Aliprantis Ch., Yannelis N. N.Y.: Springer-Verlag, 1999, 13–27.

106 Wuffle A., Feld S.L., Owen G., Grofman B. Finagle's Law and the Finagle Point, a New Solution Concept for Two-Candidate Competition in Spatial Voting Games Without a Core// *American Journal of Political Science*, 1989, 33(2), 348–375.

107 Subochev A. Dominant, Weakly Stable, Uncovered Sets: Properties and Extensions// Working paper WP7/2008/03. Moscow: SU – Higher School of Economics. 2008.

108 Aleskerov F., Subochev A. Modeling optimal social choice: matrix-vector representation of various solution concepts based on majority rule// *Journal of Global Optimization*, 2013, 56(2), 737–756.

109 Субочев А.Н. О возможности имплементации такой функции коллективного выбора, как объединение минимальных внешнеустойчивых множеств, и о других ее полезных свойствах и возможностях применения// В кн.: XVII Апр. межд. научная конф. по проблемам развития экономики и об-

щества: в 4 кн. / Отв. ред.: Е. Г. Ясин. Кн. 1. – М.: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2017, 111–120.

110 Miller N. A new solution set for tournaments and majority voting: Further graph-theoretical approaches to the theory of voting// *American Journal of Political Science*, 1980, 24, 68–96.

111 Fishburn P.C. Condorcet Social Choice Functions// *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1977, 33(3), 469–489.

112 Sen A.K. Choice functions and revealed preferences// *Review of Economic Studies*, 1971, 38, 307–317.

113 Aizerman M., Aleskerov F. *Theory of Choice*. – Amsterdam: North-Holland/Elsevier, 1995.

114 Nash J.F. The Bargaining Problem// *Econometrica*, 1950, 18(2), 155–162.

115 Алескеров Ф.Т., Писляков В.В., Субочев А.Н., Чистяков А.Г. Построение рейтингов журналов по менеджменту с помощью методов теории коллективного выбора// препринт WP7/2011/04. Москва: НИУ ВШЭ. 2011.

116 Алескеров Ф.Т., Писляков В.В., Субочев А.Н. Построение рейтингов журналов по экономике с помощью методов теории коллективного выбора// препринт WP7/2013/03. Москва: НИУ ВШЭ. 2013.

117 Aleskerov F. T., Pislyakov V., Subochev A. Ranking Journals In Economics, Management And Political Science By Social Choice Theory Methods// Working papers by NRU Higher School of Economics. Series WP BRP "Science, Technology and Innovation". 2014. No. WP BRP 27/STI/2014.

118 Maskin E. Nash equilibrium and welfare optimality// *The Review of Economic Studies*, 1999, 66(1), 23–38.

119 Özkal-Sanver İ., Sanver M.R. A new monotonicity condition for tournament solutions// *Theory and Decision*, 2010, 69(3), 439–452.

120 Lepelley D., Valognes F. Voting rules, manipulability and social homogeneity// *Public Choice*, 2003, 116(1), 165–184.

- 121 Gehrlein W.V., Moyouwou I., Lepelley D. The impact of voters' preference diversity on the probability of some electoral outcomes// *Mathematical Social Sciences*, 2013, 66(3), 352–365.
- 122 Gehrlein W.V., Lepelley D. *Voting Paradoxes and Group Coherence: The Condorcet Efficiency of Voting Rules*. Springer, 2011.
- 123 Gehrlein W.V., Lepelley D. Refining measures of group mutual coherence// *Quality & Quantity*, 2016, 50(4), 1845–1870.
- 124 Hałaburda H. Unravelling in two-sided matching markets and similarity of preferences// *Games and Economic Behavior*, 2010, 69(2), 365–393.
- 125 Boudreau J.W., Knoblauch V. Preferences and the price of stability in matching markets// *Theory and Decision*, 2013, 74(4), 565–589.
- 126 Manea M. Asymptotic ordinal inefficiency of random serial dictatorship// *Theoretical Economics*, 2009, 4(2), 165–197.
- 127 Alcalde-Unzu J., Vorsatz M. Measuring the cohesiveness of preferences: an axiomatic analysis// *Social Choice and Welfare*, 2013, 41(4), 965–988.
- 128 Alcalde-Unzu J., Vorsatz M. Do we agree? Measuring the cohesiveness of preferences// *Theory and Decision*, 2016, 80(2), 313–339.
- 129 Can B., Ozkes A.I., Storcken T. Measuring polarization in preferences// *Mathematical Social Sciences*, 2015, 78, 76–79.
- 130 Hashemi V., Endriss U. Measuring Diversity of Preferences in a Group// *Series Frontiers in Artificial Intelligence and Applications Ebook*, 263, ECAI 2014, 423–428.
- 131 Karpov A. Preference diversity orderings// *Group Decision and Negotiation*, 2017, 26(4), 753–774.
- 132 Bubboloni D., Gori M. Symmetric majority rules// *Mathematical Social Sciences*, 2015, 76, 73–86.
- 133 Veselova Y. The difference between manipulability indices in the IC and IANC models// *Social Choice and Welfare*, 2016, 46(3), 609–638.
- 134 Elkind E., Faliszewski P., Slinko A. Distance rationalization of voting rules// *Social Choice and Welfare*, 2015, 45(2), 345–377.

- 135 Meskanen T., Nurmi H. Closeness counts in social choice// in Braham, M., F. Steffen (eds). Power, Freedom, and Voting. Springer, Berlin, 2008, 289-306.
- 136 Gibbard A. Manipulation of voting schemes: a general result// *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1973, 587-601.
- 137 Satterthwaite M.A. Strategy-proofness and Arrow's conditions: Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions// *Journal of economic theory*, 1975, 10(2), 187-217.
- 138 Reijngoud A., Endriss U. Voter Response to Iterated Poll Information// in Proc. of the 11th Intern. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2012), June 2012.
- 139 Веселова Ю.А. Манипулирование при неполной информации// В кн.: XVII Апрельская международная научная конференция по проблемам развития экономики и общества: в 4 кн. / Отв. ред.: Е. Г. Ясин. Кн. 1. М: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2017, 78-90.

Раздел 3

- 140 Witzany J. A two factor model for PD and LGD// SSRN Working Paper. Retrieved from SSRN, 1476305, 2009.
- 141 Hu Y.T., Perraudin W. The dependence of recovery rates and defaults// Working paper of Birkbeck College, 2002.
- 142 Chava S., Stefanescu C., Turnbull S. Modeling the loss distribution// *Management Science*, 2011, 57(7), 1267–1287.
- 143 Carey M., Gordy M. Systematic risk in recoveries on defaulted debt. – Federal Reserve Board, Washington, 2003.
- 144 Altman E.I., Brady B., Resti A., Sironi A. The link between default and recovery rates: Theory, empirical evidence, and implications// *The Journal of Business of the University of Chicago*, 2005, 78(6), p.2203.

- 145 Giese G. The impact of PD/LGD correlations on credit risk capital// Risk, 2005, 18(4), p.79.
- 146 BCBSWP13. Bank Failures in Mature Economies// Basel Committee on Banking Supervision, 2004, 1-69.
- 147 Acharya V., Steffen S. The “greatest” carry trade ever? Understanding eurozone bank risks// Journal of Financial Economics, 2015, 115, 215–236.
- 148 Tabak B.M., Fazio D.M., Cajueiro D.O. The effects of loan portfolio concentration on Brazilian banks’ return and risk// Journal of Banking & Finance, 2011, 35, 3065–3076.
- 149 Loutskina E., Strahan P.E. Informed and uninformed investment in housing: The downside of diversification// Review of Financial Studies, 2011, 24, 1447–1480.
- 150 Fischer M., Köstler C., Jakob K. Modeling stochastic recovery rates and dependence between default rates and recovery rates within a generalized credit portfolio framework// Journal of Statistical Theory and Practice, 2016, 10, 342–356.
- 151 Meng Q. Implications of PD-LGD correlation in a portfolio setting. Modeling. Methodology. – Moody's KMV, 2010.
- 152 Miu P., Ozdemir B. Basel requirement of downturn LGD: Modeling and estimating PD & LGD correlations// Journal of Credit Risk, 2006, 2(2), 43–68.
- 153 Ozdemir B., Miu P. Basel II implementation: a guide to developing and validating a compliant, internal risk rating system. – McGraw Hill Professional, 2008.
- 154 BCBSWP15. Studies on credit risk concentration: An overview of the issues and a synopsis of the results from the Research Task Force project// Basel Committee on Banking Supervision, 2006.
- 155 BCBS Consultative Document – Regulatory Consistency Assessment Programme (RCAP) – Analysis of risk-weighted asset for credit risk in the banking book// July 2013, Section 3.2.2 / [Electronic resource] / <http://www.bis.org/publ/155.pdf>

- 156 Gordy, M. B., & Lütkebohmert, E. Granularity adjustment for regulatory capital assessment// *International Journal of Central Banking*, 2013, 9(3), 33–70.
- 157 Goulielmos A.M., Psifia M. Shipping Financero. Timeto Follow a New Track?// *Maritime Policy and Management*, 2006, 33(3), 301–320.
- 158 Gong S.X., Heng-Qing Y., Zeng Y. Impacts of the Recent Financial Crisis on Ship Financing in Hong Kong. Aresearch Note// *Maritime Policy and Management*, 2013, 40(1), 1–9.
- 159 Grammenos C.T., Nomikos N.K., Papapostolou N.C. Estimating the Probability of Default for Shipping High Yield Bond Issues// *Transportation Research Part E, Logistics and Transportation Review*, 2008, 44(6), 1123–1138.
- 160 Kavussanos M.G., Tsouknidis D.A. The Determinants of Credit Spreads Changes in Global Shipping Bonds// *Transportation Research Part E. Logistics and Transportation Review*, 2014, 70, 55–75.
- 161 Kavussanos M.G., Tsouknidis D.A. Default Risk Drivers in Shipping Bank Loans// *Transportation Research Part E. Logistics and Transportation Review*, 2016, 94, 71–94.
- 162 Mitroussi K., Abouarghoub W., Haider J.J., Pettit S.J., Tigka N. Performance Drivers of Shipping Loans: An Empirical Investigation// *International Journal of Production Economics*, 2016, 171(3), 438–452.
- 163 Lozinskaia A.M., Merikas A., Merika A., Penikas H.I. Determinants of the probability of default: the case of the internationally listed shipping corporations// *Maritime Policy and Management*, 2017, 44(7), 837–858.
- 164 Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes// *Journal of the American Statistical Association*, 1988, 83(401), 9–27.
- 165 Hewlett P. Clustering of order arrivals, price impact and trade path optimisation// *Workshop on Financial Modeling with Jump processes, Ecole Polytechnique*, 2006, 6–8.

- 166 Bauwens L., Hautsch N. Modelling financial high frequency data using point processes. – Handbook of financial time series, 2009, 953–979.
- 167 Aït-Sahalia Y., Cacho-Diaz J., Laeven R.J.A. Modeling financial contagion using mutually exciting jump processes// Journal of Financial Economics, 2015, 117(3), 585–606.
- 168 Mohler G.O., Short M.B., Brantingham P.J., Schoenberg F.P., Tita G.E. Self-exciting point process modeling of crime// Journal of the American Statistical Association, 2011, 106(493), 100–108.
- 169 Balderama E., Schoenberg F.P., Murray E., Rundel P.W. Application of branching models in the study of invasive species// Journal of the American Statistical Association, 2012, 107(498), 467–476.
- 170 Tressa L.F., Tara L.J., Brown B.G. Introduction to Forecast Verification// National Center for Atmospheric Research Thesis, 2012.
- 171 Lewis P.A.W., Shedler G.S. Simulation of Nonhomogeneous Poisson processes by thinning// Naval Research Logistics Quarterly, 1979, 26(3), 403–413.
- 172 Ozaki T. Maximum Likelihood Estimation of Hawkes' Self-Exciting Point Process// Ann. Inst. Statist. Math., 1979, 31(Part B), 145–155.
- 173 Simon G. Hawkes processes in finance: a review with simulations. – University of Oregon, 2016.
- 174 Faias J. Predicting Influential Recommendation Revisions// (January 6, 2015). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2712021>
- 175 Brown L.D., Kim K. Timely aggregate analyst forecasts as better proxies for market earnings expectations// Journal of Accounting Research, 1991, 29, 382–385.
- 176 Pacelli J. Integrity Culture and Analyst Forecast Quality// Kelley School of Business Research Paper, May, 2016, 15-57. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2641041>
- 177 Ertimur Y., Sunder J., Sunder S.V. Measure for measure: The relation between forecast accuracy and recommendation profitability of analysts// Journal of Accounting Research, 2007, 45(3), 567–606.

- 178 Marinelli C., Weissensteiner A. On the relation between forecast precision and trading profitability of financial analysts// *Journal of Financial Markets*, 2014, 20, 39–60.
- 179 Clement M.B. Analyst forecast accuracy: Do ability, resources, and portfolio complexity matter?// *Journal of Accounting and Economics*, 1999, 27(3), 285–303.
- 180 Barber B.M., Lehavy R., Trueman B. Comparing the stock recommendation performance of investment banks and independent research firms// *Journal of Financial Economics*, 2007, 85, 490–517.
- 181 Barber B., Lehavy R., McNichols M., Trueman B. Buys, holds, and sells: The distribution of investment banks' stock ratings and the implications for the profitability of analysts' recommendations// *Journal of Accounting and Economics*, 2006, 41, 87–117.
- 182 Farooq O. Information Content of Analyst Recommendations: Evidence from the Danish Biotechnology Sector// *The Journal of Applied Business Research* 2016, 32(2), 379–386.
- 183 Hsieh J., Ng L.K., Wang Q. How Informative are Analyst Recommendations and Insider Trades?// (April 12, 2005). AFA 2006 Boston Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=687584>
- 184 Bradley D., Clarke J., Cooney J. The impact of reputation on analysts' conflicts of interest: Hot versus cold markets// *Journal of Banking & Finance*, 2012, 36, 2190–2202.
- 185 Ramnath S., Rock S., Shane P. Financial analysts' forecasts and stock recommendations: A review of the research// *Foundations and Trends in Finance*, 2008, 2(4), 311–421.
- 186 Заверский С., Кононова В. Рекомендации аналитиков на рынке корпоративных облигаций// *Рынок ценных бумаг*, 2006, 3.
- 187 Болотин Г. Анализ прогнозирующей способности финансовых аналитиков на российском фондовом рынке// *Вестн. Чуваш. ун-та*, 2010, 4, 307–315.

- 188 Bronevich A., Lepskiy A., Penikas H. The Application of Conflict Measure to Estimating Incoherence of Analyst's Forecasts about the Cost of Shares of Russian Companies// Proc. Comp. Sc., 2015, 55, 1113–1122.
- 189 Bronevich A., Lepskiy A., Penikas H. An Analysis of Coherence of Financial Analysts' Recommendations in the Framework of Evidence Theory// Proc. of the 2nd Int. Workshop on Soft Comp. Appl. Knowledge Discov. (SCAKD 2016), HSE, Moscow, 18 July 2016, CEUR-Workshop, 1687, 12–23.
- 190 Berkman H., Yang W. Analyst Recommendations and International Stock Market Returns// July 1, 2016. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2811871>
- 191 Howe J.S., Unlu E., Yan X. The Predictive Content of Aggregate Analyst Recommendations// Journal of Accounting Research, 2009, 47(3), 799–821.
- 192 Huang J., Mian G.M., Sankaraguruswamy S. The value of combining the information content of analyst recommendations and target prices// Journal of Financial Markets, 2009, 12, 754–777.
- 193 Евстратчик С.В., Мегорская О.В. Сравнение эконометрических и экспертных прогнозов динамики финансовых показателей// Вестн. С.-Петерб. ун-та, 2011, 5(1), 130–139.
- 194 Baumeister C., Kilian L. Forecasting the Real Price of Oil in a Changing World: A Forecast Combination Approach// Journal of Business & Economic Statistics, 2015, 33(3), 338-351.
- 195 Kim O., Lim S.C., Shaw K.W. The inefficiency of the mean forecast as a summary forecast of earnings// Journal of Accounting Research, 2001, 39, 329–336.
- 196 Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping// Ann. Math. Stat., 1967, 38(2), 325–339.
- 197 Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence. – Princeton Univ. Press, 1976.

- 198 Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. – СПб.: Наука, 2007.
- 199 Kanjanatarakul O., Sriboonchitta S., Denoeux T. Forecasting using belief functions: An application to marketing econometrics// *International Journal of Approximate Reasoning*, 2014, 55(5), 1113–1128.
- 200 Autchariyapanitkul K., Chanaim S., Sriboonchitta S., Denoeux T. Predicting Stock Returns in the Capital Asset Pricing Model Using Quantile Regression and Belief Functions// F. Cuzzolin (Ed.): *BELIEF 2014*, LNAI 8764, Springer, 2014, 219–226.
- 201 Xu Y., Wu L., Wu X., Xu Z. Belief Fusion of Predictions of Industries in China's Stock Market// Cuzzolin (Ed.): *BELIEF 2014*, LNAI, 2014, 8764, 348–355.
- 202 Sentz K., Ferson S. Combination of evidence in Dempster-Shafer theory// Report SAND 2002-0835, Sandia National Labor., 2002.
- 203 Dubois D., Prade H. On the combination of evidence in various mathematical frameworks// Flamm, J., Luisi, T. (eds.) *Reliability Data Collection and Analysis*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1992, 213–241.
- 204 Kanne S., Klobucnik J., Kreutzmann D., Sievers S. To buy or not to buy? The value of contradictory analyst signals// *Financ. Mark. Portf. Manag.*, 2012, 26, 405–428.
- 205 Kutynina E., Lepskiy A. Aggregation of Forecasts and Recommendations of Financial Analysts in the Framework of Evidence Theory// in: Kacprzyk J., Szmidt E., Zadrożny S., Atanassov K., Krawczak M. (eds) *Advances in Fuzzy Logic and Technology 2017. IWIFSGN 2017, EUSFLAT 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018, vol. 642. Springer, Cham, p.370-381.

206 United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2015). International Migrant Stock by origin and destination// <http://www.un.org/en/development/desa/population/migration/data/estimates2/estimates15.shtml>. [Accessed: 05.04.2017].

207 United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2013). International Migrant Stock by origin and destination// <http://www.un.org/en/development/desa/population/migration/data/estimates2/estimatesorigin.shtml> [Accessed: 05.04.2017].

208 OECD. Stat. International Migration Database, 2016// <http://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=MIG> [Accessed: 05.04.2017]

209 Migration and migrant population statistics// http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Migration_and_migrant_population_statistics [Accessed: 05.04.2017]

210 Aleskerov F.T., Andrievskaya I.K., Permjakova E.E. Key borrowers detected by the intensities of their short-range interactions// Working papers by NRU Higher School of Economics. Series FE "Financial Economics". 2014, WP BRP 33/FE/2014.

211 Aleskerov F., Meshcheryakova N., Shvydun S. Centrality Measures in Networks based on Nodes Attributes, Long-Range Interactions and Group Influence// WP7/2016/04. – Moscow: Higher School of Economics Publ. House, 2016.

212 Gautier D.L. et. al. Assessment of Undiscovered Oil and Gas in the Arctic// Science, 2009, 324, 1175–1179.

213 Bird K.J., Charpentier R.R., Gautier D.L., Houseknecht D.W., Klett T.R., Pitman J.K., Moore T.E., Schenk C.J., Tennyson M.E., Wandrey C.J. Circum-Arctic resource appraisal; estimates of undiscovered oil and gas north of the Arctic Circle U.S.// Geological Survey Fact Sheet 2008-3049, 4 p. [<http://pubs.usgs.gov/fs/2008/3049/>].

- 214 Aleskerov F., Victorova E. An analysis of potential conflict zones in the Arctic Region// Working paper WP7/2015/05. – Moscow: HSE Publishing House, 2015.
- 215 Northern Sea Route Information Office. Transit Statistics// http://www.arctic-lio.com/nsr_transits.
- 216 Brams S.J., Taylor A.D. Fair division. From cake-cutting to dispute resolution. – Cambridge University Press, 1996.
- 217 Aleskerov F.T., Shvydun S.V. A Mathematical Approach to Conflict Resolution in the Arctic Region// in 3rd IEEE International Conference on Cybernetics (CYBCON). – Exeter: IEEE, 2017, 145–151.
- 218 Demin S.S., Shvydun S.V. Example of Rational Solution in the Barents Sea// in IEEE 11th International Conference on Application of Information and Communication Technologies Vol.2. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2017, 251–255.
- 219** Павленко В.И., Муангу Ж., Коробов В.Б., Лохов А.С. Актуальные проблемы предотвращения, ликвидации разливов нефти в Арктике и методы оценки экологического ущерба прибрежным территориям// Арктика: экология и экономика, 2015, 3(19), 4–11.
- 220 Ovsienko S., Zatsepa S., Ivchenko A. Study and Modeling of Behavior and Spreading of Oil in Cold Water and in Ice Conditions// 15th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions, 1999.
- 221 Stanovoy V.V., Lavrenov I.V., Neelov I.A. Oil Spill Simulation System for the Arctic Seas// Problems of the Arctic and Antarctic, 2007, 77.
- 222 Aleskerov F. Taxation for improving regional ecological situation// Ecological economics of sustainability conference, 1990.
- 223 World Bank, World Integrated Trade Solution// <http://wits.worldbank.org/> [Accessed: 06.02.2017].
- 224 Freeman L.C. Centrality in social networks: conceptual clarification// Social Networks, 1979, 1, 215–239.

- 225 Newman M.E.J. The mathematics of networks. – The New Palgrave Encyclopedia of Economics, 2nd edition, 2008.
- 226 Brin S., Page L. The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine// Comput. Netw., 1998, 30, 107–117.
- 227 Freeman L.C. A set of measures of centrality based upon betweenness// Sociometry, 1977, 40, 35–41.
- 228 Rochat Y. Closeness Centrality Extended to Unconnected Graphs: The Harmonic Centrality Index// ASNA, 2009.
- 229 Borg I., Groenen P.J.F. Modern Multidimensional Scaling: Theory and Applications. – 2005.
- 230 Chernoff H. The use of faces to represent points in k-dimensional space graphically// Journal of the American Statistical Association, 1973, 68, 361–368.
- 231 Chernoff H., Rizvi M. H. Effect on classification error of random permutations of features in representing multivariate data by faces// Journal of American Statistical Association, 1975, 70, 548–554.
- 232 Elmqvist N., Dragicevic P., Fekete J.-D. Rolling the dice: Multidimensional visual exploration using scatterplot matrix navigation// IEEE Trans. Vis. Comput. Graph, 2008, 14(6), 1141–1148.
- 233 Myachin, A. New methods of pattern analysis in the study of Iris Anderson-Fisher Data// IEEE Proceedings of 2016 6th International Conference on Computers Communications and Control, 2016, 94–99.
- 234 Few S. Multivariate Analysis Using Parallel Coordinates// 2006, URL: https://www.perceptualedge.com/articles/b-eye/parallel_coordinates.pdf
- 235 Inselberg A. Parallel Coordinates: Visual Multidimensional Geometry and Its Applications. – Springer, 2009.
- 236 Dutta S., Lanvin B., (ed.). The Global Innovation Index 2013. The Local Dynamics of Innovation. – Fontainebleau: INSEAD, 2013, URL: http://www.wipo.int/edocs/pubdocs/en/economics/gii/gii_2013.pdf

- 237 Dutta S., Lanvin B., Wunsch-Vincent S. (ed.). The Global Innovation Index 2014. The Human Factor in Innovation. – Fontainebleau: INSEAD, 2014, URL: <https://www.globalinnovationindex.org/userfiles/file/reportpdf/GII-2014-v5.pdf>
- 238 Dutta S., Lanvin B., Wunsch-Vincent S. (ed.). The Global Innovation Index 2015. Effective Innovation Policies for Development. – Fontainebleau: INSEAD, 2015, URL: <https://www.globalinnovationindex.org/userfiles/file/reportpdf/gii-full-report-2015-v6.pdf>
- 239 Dutta S., Lanvin B., Wunsch-Vincent S. (ed.). The Global Innovation Index 2016. Winning with Global Innovation. – Fontainebleau: INSEAD, 2016, URL: http://www.wipo.int/edocs/pubdocs/en/wipo_pub_gii_2016.pdf
- 240 Schwab K. The Global Competitiveness Report 2015-2016. Full Data Edition. World Economic Forum// 2015, URL: http://www3.weforum.org/docs/gcr/2015-2016/Global_Competitiveness_Report_2015-2016.pdf
- 241 Hollanders H. and Es-Sadki N. European Innovation Scoreboard 2017// 2017, URL: <http://ec.europa.eu/DocsRoom/documents/24829>
- 242 Aleskerov F., Alper C. Inflation, Money, and Output Growths: Some Observations// Bogazici University Research Paper, SBE 96-06, 1996.
- 243 Aleskerov F., Alper C. A clustering approach to some monetary facts: a long-run analysis of cross-country data// The Japanese Economic Review, 2000, 51(4), 555–567.
- 244 Aleskerov F., Ersel H., Gundes C., et al. Environmental Grouping of the Bank Branches and their Performances// Yapi Credit Bank. Discussion Paper Series, 97-03, 1997, 24 p.
- 245 Aleskerov F., Gokhberg L., Egorova L., Myachin A., Sagieva G. Pattern Analysis in the Study of Science, Education and Innovative Activity in Russian Regions// Procedia Computer Science, 2013, 17, 687–694.

- 246 Aleskerov F., Ersel H., Yolalan R. Multicriterial Ranking Approach for Evaluating Bank Branch Performance// International Journal of Information Technology and Decision Making, 3(2), 2004, 321–335.
- 247 Aleskerov F., Ersel H, Gundes C., et al. A Multicriterial Method for Personnel Allocation among Bank Branches// Yapi Kredi Bank. Discussion Paper Series, Istanbul, 98–01, 1998.
- 248 Mirkin, B.G. Clustering for Data Mining: A Data Recovery Approach. – Taylor and Francis Group, 2005.
- 249 Mirkin, B.G. Summary and semi-average similarity criteria for individual clusters, in: Models, Algorithms, and Technologies for Network Analysis// Ed. by B.I. Goldengorin, V.A. Kalyagin, P.M. Pardalos, 59, NY: Springer, 2013, 101–126.
- 250 Rubchinsky A. Divisive-Agglomerative Classification Algorithm Based on the Minimax Modification of Frequency Approach: Preprint// WP7/2010/07. – Moscow: HSE Publ. House, 2010, 48 p. Available in Internet at the address: www.hse.ru/en/org/hse/wp/wp7en.
- 251 Rubchinsky A. Divisive-Agglomerative Algorithm and Complexity of Automatic Classification Problems// WP7/2015/09. – Moscow: HSE Publ. House, 2015, 44 p.
- 252 Rubchinsky A. Family of Graph Decompositions and Its Applications to Data Analysis// WP7/2016/09. – Moscow: HSE Publ. House, 2016, – 60 p.
- 253 Rubchinsky A. A New Approach to Network Decomposition Problems// in “Models, Algorithms, and Technologies for Network Analysis”, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2017, 127–152.
- 254 Kim M., Sayama H. Predicting stock market movements using network science: An information theoretic approach// arXiv:1705.07980v1 [cs.SI] 22 May 2017, 1705.07980.pdf
- 255 Reider R. Volatility Forecasting I: GARCH Models// Vol_Forecast1.pdf, 2009.

Раздел 5

- 256 Mansfield E.D. Concentration, Polarity, and the Distribution of Power// *International Studies Quarterly*, 1993, 37, 105–128.
- 257 Waltz K.N. *Theory of International Politics*. Reading.– Mass.: Longman Higher Education, 1979.
- 258 Gilpin R. *War and change in world politics*. – New York: Cambridge University Press, 1981.
- 259 Kaplan M. *Systems and Process in World Politics*. – New York: Wiley, 1957.
- 260 Deutsch K.W., Singer J.D. Multipolar Power Systems and International Stability// *World Politics*, 1964, 16(3), 390–406.
- 261 Waltz K.N. The Stability of a Bipolar World// *Daedalus*, 1964, 93(Summer), 882–886.
- 262 Gilpin R. *U.S. Power and the Multinational Corporation: the Political Economy of Foreign Direct Investment*. – New York: Basic Books, 1975.
- 263 Hart J.A. Power and Polarity in the International System// In *Polarity and War: the Changing Structure of International Conflict*, edited by a. N. Sabrosky, 1985, 25-40. Boulder, CO: Westview Press.
- 264 Levy S.J. The Polarity of the System and International Stability: An Empirical Analysis// In *Polarity and War: The Changing Structure of International Conflict*; ed. Alan Ned Sabrosky. Boulder and London: Westview, 1985, 41–66.
- 265 James P., Brecher M. Stability and Polarity: New Paths for Inquiry// *Journal of Peace Research*, 1988, 25(1), 31–42.
- 266 Midlarsky M.I. *The Onset of World War*. – Boston: Allen and Unwin, 1988.
- 267 Thompson W.R. *On Global War: Historical-Structural Approaches to World Politics*. – Columbia, SC: University of South Carolina Press, 1988.

- 268 Singer J.D., Small M. Alliance Aggregation and the Onset of War, 1815-1945// In Quantitative International Politics: Insights and Evidence, ed. David Singer. New York: Free Press, 1968.
- 269 Haas M. International Subsystems: Stability and Polarity// The American Political Science Review, 1970, 64(1), 98–123.
- 270 Bueno de Mesquita B. Measuring Systemic Polarity// Journal of Conflict Resolution, 1975, 19(June), 187–216.
- 271 Stoll R.J., Champion M. Capability Concentration, Alliance bonding, and Conflict Among the Major Powers// in Polarity and War: the Changing Structure of International Conflict, edited by N. Sabrosky, 1985, pp. 67–94. Boulder, CO: Westview Press.
- 272 Dean P.D.Jr., Vasquez J.A. From Power Politics to Issue Politics: Bipolarity and Multipolarity in Light of a New Paradigm// Western Political Quarterly, 1976, 29(March), 7–28.
- 273 Modelski G. World Power Concentrations: Typology, Data, Explanatory Framework. Morristown. – NJ: General Learning Press, 1974.
- 274 Wayman F.W. Bipolarity and War: The Role of Capability Concentration and Alliance Patterns among Major Powers, 1816-1965// Journal of Peace Research, 1984, 21(1), 61–78.
- 275 Buzan B. From International To World Society?// English School Theory And The Social Structure Of Globalisation, 2004.
- 276 Singer D.J., Bremer S., Stuckey J. Capability Distribution, Uncertainty and Major Power War, 1820-1965// In Peace, War, and Numbers, ed. Bruce Russett. Beverly Hills: Sage, 1972, 19–48.
- 277 Клаузевиц К. О войне. – М.: Эксмо; Спб.: Мидгард, 1999.
- 278 Morgenthau H. New Foreign Policy for the United States. – New York: Praeger, 1969.
- 279 Cline R. World Power Trends And U.S. Foreign Policy For The 1980s. – Boulder: Westview Press, 1980.

- 280 Singer J.D., Small M. *The Wages Of War, 1816-1965: A Statistical Handbook*. – New York: John Wiley, 1972.
- 281 Singer J. *Inter–Nation Influence: A Formal Model*// *American Political Science Review*, 1963, 57, 420–430.
- 282 Ray J.L., Singer A.D. *Measuring the Concentration of Power in The International System*// *Sociological Methods and Research*, 1973, 1, 403–437.
- 283 Hirschman A.O. *National Power and the Structure of Foreign Trade*. – Berkeley: University of California Press, 1945.
- 284 Organski A.F.K. *World Politics*. – New York: Knopf, 1958.
- 285 Midlarsky M.I. *On War: Political Violence in the International System*. – New York: The Free Press, 1975.
- 286 Spiezio K.E. *British Hegemony and Major Power War, 1815-1939: An Empirical Test of Gilpin’s Model of Hegemonic Governance*// *International Studies Quarterly*, 1990, 34(2), 165–181.
- 287 Kegley C.W.J., Raymond G.A. *Polarity, Polarization, and the Transformation of Alliance Norms*// *The Western Political Quarterly*, 1990, 43(1), 9–38.
- 288 Saperstein A.M. *The ‘Long Peace’—Result of A Bipolar Competitive World?*// *The Journal of Conflict Resolution*, 1991, 35(1), 68–79.
- 289 Wilkenfeld J., Brecher M. *Interstate Crises and Violence: Twentieth-Century Findings*// *In Handbook of War Studies II*, ed. Manus I. Midlarsky. Ann Arbor: University of Michigan Press, 2000.
- 290 Huth P.K., Bennett D.S, Gelpi C. *System Uncertainty, Risk Propensity, and International Conflict among the Great Powers*// *The Journal of Conflict Resolution*, 1992, 36(3), 478–517.
- 291 Kegley C.W.J., Raymond G.A. *Must We Fear a Post-Cold War Multipolar System?*// *Journal of Conflict Resolution*, 1992, 36(3), 573–585.
- 292 Liska G. *Nations in Alliance: The Limits of Interdependence*. – Baltimore: The John Hopkins Press, 1962.
- 293 Hart J. *Three Approaches to the Measurement of Power in International Relations*// *International Organization*, 1976, 30(2), 289–305.

- 294 Hopf T. Polarity, the Offense Defense Balance, and War// *The American Political Science Review*, 1991, 85(2), 475–493.
- 295 Midlarsky M.I., Hopf T. Polarity and International Stability// *American Political Science Review*, 1993, 87(1), 173–180.
- 296 Ostrom C.W.J., Hoole F.W. Alliances and Wars Revisited: A Research Note// *International Studies Quarterly*, 1978, 22(2), 215–236.
- 297 Bueno de Mesquita B. Systemic Polarization and the Occurrence and Duration of War// *Journal of Conflict Resolution*, 1978, 22(June), 241–267.
- 298 Bueno de Mesquita B. Risk, Power Distribution, and the Likelihood of War// *International Studies Quarterly*, 1981, 25(4), 541–568.
- 299 Bueno de Mesquita B. The Contribution of Expected Utility Theory to the Study of International Conflict// *The Journal of Interdisciplinary History*, 1988, 18(4), 629–652.
- 300 Moul W.B. Polarization, Polynomials, and War// *Journal of Conflict Resolution*, 1993, 37(4), 735–748.
- 301 Levy S.J. Theories of General War// *World Politics*, 1985, 37(3), 344–374.
- 302 Bueno de Mesquita B., Lalman D. Empirical Support for Systemic and Dyadic Explanations of International Conflict// *World Politics*, 1988, 41(1), 1–20.
- 303 Ostrom C.W.Jr., Aldrich J.H. The Relationship Between Size and Stability in the Major Power International System// *American Journal of Political Science*, 1978, 22(4), 743–770.
- 304 Wayman F.W. Bipolarity, Multipolarity, and the Threat of War// In *Polarity and War: The Changing Structure of International Conflict*, ed. Alan Ned Sabrosky. Boulder and London: Westview, 1985, 115–144.
- 305 Алескерев Ф.Т., Курапова М.С., Мещерякова Н.Г., Миронюк М.Г., Швыдун С.В. Сетевой подход в изучении межгосударственных конфликтов// *Политическая наука*, 2016, 4, 111–136.

306 Алескеров Ф.Т., Мещерякова Н.Г., Резяпова А.Н., Швыдун С.В.
Анализ влияния стран в сети международной миграции// Политическая нау-
ка, 2016, 4, 137–158.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица к подразделу 3.4

Таблица А.1 – Результаты расчёта ошибок MAE_{stock} и MAE

MAE_{stock}	БКП	КП	\bar{E} , ПДНЦ	\bar{E} , ПДНЦ	E_0 , ПДНЦ	\bar{E} , ПДПЦ	\bar{E} , ПДПЦ	E_0 , ПДПЦ	E , ВНИ	\bar{E} , ВНИ	E_0 , ВНИ	E , ВДИ	\bar{E} , ВДИ	E_0 , ВДИ
GAZP	0,941	0,456	0,752	0,757	0,700	0,708	0,853	0,726	0,572	0,632	0,600	0,601	0,769	0,642
LKOH	0,499	0,270	0,231	0,918	0,523	0,255	0,907	0,501	0,242	0,557	0,399	0,232	0,933	0,583
ROSN	0,587	0,412	0,196	0,529	0,264	0,351	0,499	0,170	0,157	0,480	0,302	0,157	0,480	0,302
SBER	0,550	0,413	0,176	0,627	0,345	0,256	0,677	0,318	0,146	0,569	0,351	0,166	0,488	0,308
MAGN	0,298	0,205	0,347	1,014	0,681	0,277	0,978	0,628	0,436	0,862	0,649	0,436	0,862	0,649
SNGSP	0,485	0,332	0,265	1,039	0,610	0,114	0,884	0,432	0,337	0,701	0,483	0,337	0,701	0,483
GMKN	0,512	0,460	0,349	0,672	0,345	0,328	0,702	0,290	0,336	0,404	0,290	0,390	0,575	0,402
VTBR	0,637	0,249	0,525	0,273	0,286	0,633	0,184	0,333	0,441	0,400	0,341	0,441	0,400	0,341
TRNFP	0,330	0,234	0,199	0,416	0,180	0,259	0,517	0,203	0,138	0,333	0,181	0,138	0,333	0,181
TATN	0,568	0,300	0,210	1,080	0,636	0,204	1,081	0,589	0,243	0,781	0,505	0,243	0,781	0,505
MTSS	0,516	0,371	0,390	0,397	0,259	0,545	0,417	0,311	0,309	0,289	0,299	0,309	0,289	0,299
CHMF	0,311	0,203	0,194	0,406	0,221	0,203	0,567	0,286	0,230	0,364	0,297	0,222	0,356	0,280
ALRS	0,216	0,140	0,155	0,309	0,159	0,211	0,351	0,159	0,114	0,318	0,188	0,114	0,318	0,188
NVTK	0,236	0,395	0,280	0,495	0,149	0,316	0,612	0,221	0,314	0,242	0,240	0,256	0,244	0,212
AFLT	0,123	0,033	0,552	0,365	0,193	0,642	0,612	0,208	0,454	0,088	0,262	0,454	0,088	0,262
URKA	0,600	0,523	0,654	0,285	0,339	0,746	0,413	0,326	0,396	0,446	0,355	0,495	0,257	0,376
MAE	0,463	0,312	0,342	0,599	0,368	0,378	0,641	0,356	0,304	0,467	0,359	0,312	0,492	0,376

MAE_{stock}	БКП	КП	\underline{E} , ПДО	\bar{E} , ПДО	E_0 , ПДО	\underline{E} , ПДН	\bar{E} , ПДН	E_0 , ПДН	\underline{E} , ПДП	\bar{E} , ПДП	E_0 , ПДП	\underline{E} , ПДОЦ	\bar{E} , ПДОЦ	E_0 , ПДОЦ
GAZP	0,941	0,456	0,686	0,715	0,653	0,745	0,772	0,711	0,774	0,806	0,743	0,694	0,700	0,642
LKOH	0,499	0,270	0,190	0,990	0,590	0,234	0,918	0,524	0,248	0,908	0,510	0,187	0,990	0,588
ROSN	0,587	0,412	0,153	0,486	0,302	0,194	0,529	0,265	0,269	0,520	0,218	0,153	0,485	0,301
SBER	0,550	0,413	0,137	0,539	0,330	0,178	0,633	0,349	0,213	0,668	0,342	0,136	0,534	0,327
MAGN	0,298	0,205	0,385	0,937	0,661	0,347	1,014	0,681	0,303	1,011	0,657	0,385	0,937	0,661
SNGSP	0,485	0,332	0,327	0,840	0,546	0,243	1,037	0,598	0,155	1,134	0,600	0,327	0,840	0,546
GMKN	0,512	0,460	0,382	0,673	0,447	0,349	0,672	0,345	0,339	0,715	0,300	0,382	0,673	0,447
VTBR	0,637	0,249	0,451	0,376	0,344	0,525	0,273	0,286	0,586	0,219	0,289	0,451	0,376	0,344
TRNFP	0,330	0,234	0,146	0,356	0,180	0,199	0,416	0,180	0,230	0,462	0,185	0,146	0,356	0,180
TATN	0,568	0,300	0,198	0,998	0,589	0,183	1,027	0,596	0,170	1,037	0,595	0,230	1,047	0,630
MTSS	0,516	0,371	0,268	0,352	0,249	0,390	0,397	0,259	0,473	0,435	0,277	0,268	0,352	0,249
CHMF	0,311	0,203	0,170	0,369	0,227	0,196	0,405	0,222	0,200	0,472	0,248	0,170	0,369	0,227
ALRS	0,216	0,140	0,119	0,204	0,116	0,156	0,308	0,160	0,186	0,348	0,167	0,119	0,204	0,116
NVTK	0,236	0,395	0,280	0,396	0,196	0,280	0,495	0,149	0,305	0,583	0,198	0,280	0,396	0,196
AFLT	0,123	0,033	0,477	0,186	0,222	0,552	0,365	0,193	0,612	0,533	0,183	0,477	0,186	0,222
URKA	0,600	0,523	0,504	0,216	0,357	0,654	0,285	0,339	0,713	0,370	0,332	0,504	0,216	0,357
MAE	0,463	0,312	0,305	0,539	0,376	0,339	0,597	0,366	0,361	0,639	0,365	0,307	0,541	0,377

ВКП – взвешенный консенсус-прогноз;

КП – консенсус-прогноз;

ПДО – правило дисконтирования при оптимистичном сценарии без цензуры;

ПДН – правило дисконтирования при нейтральном сценарии без цензуры;

ПДП – правило дисконтирования при пессимистичном сценарии без цензуры;

ПДОЦ – правило дисконтирования при оптимистичном сценарии с цензурой ($\alpha = 0.75$);

ПДНЦ – правило дисконтирования при нейтральном сценарии с цензурой ($\alpha = 0.75$);

ПДПЦ – правило дисконтирования при пессимистичном сценарии с цензурой ($\alpha = 0.75$);

ВНИ – выбор неконфликтных источников;

ВДИ – выбор достоверных источников.