

Программа переводного экзамена по геометрии за первый курс

Факультет математики НИУ ВШЭ

2018 г.

Формат экзамена

Экзамен проходит в форме письменной работы продолжительностью 3 часа (180 минут).

Вариант состоит из 6 задач.

Полное представление о содержании варианта дают задачи семинаров по геометрии 2017-2018 учебного года:

<https://math.hse.ru/geometry1718>.

Особого внимания при подготовке к экзамену заслуживают первые четыре задачи каждого семинара.

Темы экзаменационных задач

Тема 1. Определители и системы линейных уравнений. Определители второго и третьего порядков. Определитель порядка n . Свойства определителя. Определитель второго порядка как площадь параллелограмма. Миноры. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Системы линейных однородных уравнений. Ранг матрицы. Понятие о линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Пространство решений однородной системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Обратная матрица. [1, главы 1,2]

Тема 2. Абстрактное векторное пространство. Определение векторного пространства. Базис и размерность. Переход к новому базису. Подпространства векторного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Линейные функционалы и двойственное пространство. [1, глава 3, §§1,2,3,4,7]

Тема 3. Аффинное пространство. Определение аффинного пространства. Аффинная система координат. Переход к новой системе координат. k -мерные плоскости аффинного пространства и их взаимное расположение. [1, глава 8, §§1,2]

Тема 4. Измерения в векторном пространстве. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Ортогональность. Ортогональное дополнение. Линейные функционалы в евклидовом пространстве. Длина, углы, расстояния. Процесс ортогонализации семейства векторов по Граму-Шмидту. Матрица Грама системы векторов и ее свойства. Объем n -мерного параллелепипеда. Евклидово аффинное пространство. [1, глава 7, §1]

Тема 5. Линейные преобразования векторных пространств. Образ и ядро линейного преобразования. Матрица линейного преобразования. Переход к новым базисам в пространствах. Ранг и дефект линейного преобразования. Инвариантные подпространства. Сопряженное преобразование. Собственные векторы и собственные значения. [1, глава 3, §§3,6; глава 4, §1]

Тема 6. Линейные преобразования евклидова пространства. Самосопряженный оператор. Спектр самосопряженного оператора. Ортогональные операторы и их структура. Группа ортогональных преобразований. Унитарное пространство и эрмитовы операторы. Унитарный оператор. Группа движений аффинного евклидова пространства. [1, глава 7, §§2,5; глава 8, §4]

Тема 7. Квадратичные и билинейные формы. [1, глава 6]

Тема 8. Проективные пространства. Проективные и аффинные преобразования. [1, глава 9, §§1,2,3; глава 8, §3]

Тема 9. Квадрики. [1, глава 11, §§1-6]

Список литературы

[1] И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. Линейная алгебра и геометрия. Москва, Физматлит, 2009.