

Программа переводного экзамена по математическому анализу за первый курс

Факультет математики НИУ ВШЭ

2018 г.

Формат экзамена

Экзамен проходит в устной форме. Билет содержит два вопроса и задачу. Образцы задач можно найти в задачах к семинарам по соответствующим темам:

<https://math.hse.ru/calculus1-17>.

Программа экзамена

1. Предел последовательности. Критерий Коши сходимости (вывод из любой формы аксиомы полноты).
2. Предел функции по Коши и по Гейне (эквивалентность определений). Свойства пределов. Непрерывные функции.
3. Ряды. Признаки сходимости. Условная и абсолютная сходимость.
4. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции на отрезке. Максимум и минимум непрерывной функции на компакте. Равномерная непрерывность непрерывной функции на компакте
5. Открытые и замкнутые множества. Их объединения и пересечения. Предельные точки, внутренние точки. Замыкание. Компактные множества. Компактность отрезка. Критерий компактности подмножеств \mathbb{R} .
6. Производная. Непрерывность и дифференцируемость. Производная суммы, произведения, частного, композиции функций. Правило Лопиталя
7. (Одномерная) теорема об обратной функции: существование и дифференцируемость. Локальная теорема об обратной функции
8. Постановка задачи и вывод формулы для многочлена Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Локальное исследование функции на экстремум с помощью формулы Тейлора
9. Многочлен Тейлора суммы, произведения и частного. Многочлен Тейлора сложной функции
10. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа

11. Определённый интеграл Римана. Свойства. Интегрируемость непрерывных функций. Критерий Лебега (без доказательства)
12. Первообразная. Неопределённый интеграл.
13. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона—Лейбница
14. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании равномерно сходящихся последовательностей.
15. Степенные ряды. Круг сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость в меньшем круге. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
16. Отображения области в \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Непрерывные отображения.
17. Дифференцируемые отображения. Частные производные. Дифференциал отображения. Теорема о дифференциале сложной функции.
18. Теорема о независимости высших частных производных от порядка взятия.
19. Теорема о неявной функции. Теорема об обратной функции
20. Условный экстремум: постановка задачи, метод множителей Лагранжа, необходимое условие экстремума (условие первого порядка).

Список литературы

- [1] В. А. Зорич. Математический анализ. В 2 т. М.: МЦНМО, 2002 (или любое другое издание).
- [2] Ю. С. Ильяшенко. Записки лекций по математическому анализу.
<https://math.hse.ru/calculus1-17>.