

## Программа учебной дисциплины «Высшая математика»

Утверждена  
Академическим советом ОП  
Протокол № от \_\_.\_\_.2019

Разработчик	Гончаренко В.М., к.ф.-м.н., доцент ( <a href="mailto:vgoncharenko@hse.ru">vgoncharenko@hse.ru</a> ) Мышкис П.А., к.ф.-м.н., доцент ( <a href="mailto:p.myshkis@yandex.ru">p.myshkis@yandex.ru</a> )
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	70
Самостоятельная работа (час.)	120
Курс, Образовательная программа	1 курс, Логистика и управление цепями поставок
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

### ***1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты.***

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются

- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической экономической деятельности;
- развитие логического мышления, умения оперировать абстрактными объектами и навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений;
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области экономики и менеджмента.

Для реализации поставленных целей в ходе изучения курса «Высшая математика» решается задача обеспечения широкого, общего и

достаточно фундаментального математического образования студентов экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

В результате изучения курса «Высшая математика» студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач экономики и управления;
- иметь представление о математическом моделировании простейших экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- овладеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и навыках, полученных в рамках курса «Алгебра» и «Геометрия» школьной программы.

Основные положения дисциплины используются в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика;
- экономическая теория;
- системный анализ;
- методы анализа данных и эконометрика;

## **2. Содержание программы.**

### **Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.**

#### **Тема 1.1. Векторы. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис.**

Векторы. Линейные операции над векторами. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг системы векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

#### **Тема 1.2. Системы линейных уравнений.**

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

#### **Тема 1.3. Матрицы и определители.**

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков и способы вычисления. Понятие определителей  $n$ -го порядка, их свойства. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы и способы его вычисления. Условие существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Существование и нахождение обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.

#### **Тема 1.4. Элементы аналитической геометрии.**

Различные формы уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

#### **Тема 1.5. Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.**

Отображения линейных пространств. Линейные отображения, их матрицы. Преобразование координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

### **Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.**

#### **Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.**

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.

#### **Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.**

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции. Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей  $0/0$  и  $\infty/\infty$ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков. Приложения производных в экономической теории.

### **Тема 2.3. Интегральное исчисление.**

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование кусочно-непрерывных функций. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

### **Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.**

#### **Тема 3.1. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.**

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования.

#### **Тема 3.2. Экстремумы функций нескольких переменных.**

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

### **3. *Оценивание.***

Дисциплина включает следующие элементы контроля знаний: текущие домашние задания, контрольные домашние задания, аудиторские проверочные работы, две контрольные работы и экзаменационная работа. Его продолжительность – 120 минут. Контрольные работы проводятся в конце первого и второго модулей, их продолжительность не превышает 80 минут. Переписывание контрольных работ не предусмотрено.

По всем формам контроля оценки ставятся по 10-бальной шкале. При выставлении итоговой оценки производится округление до ближайшего целого по правилам Excel (если дробная часть равна 0.5 то округление производится в большую сторону) оценки  $S$ , полученной по следующей формуле:

$$S=0,2*C1+0,2* C2+0,25*W+0,35*E,$$

где

- $E$  – оценка, полученная на экзамене.
- $C1$  и  $C2$  – оценки за первую и вторую контрольные работы;
- $W$  – оценка за выполнение аудиторских проверочных работ, контрольных домашних заданий и активности на занятиях. Выставляется как среднее арифметическое всех полученных в течение семестра оценок.

Переписывание контрольных работ или их написание в дополнительное время не допускается. Примеры экзаменационных заданий представлены в следующем разделе программы курса.

В случае получения оценки «0» на экзамене (по причине сдачи письменной работы, не содержащей ответов на экзаменационные задания, списывания, использования мобильных устройств и т.д.), за курс выставляется оценка «0».

В случае получения неудовлетворительной оценки по курсу, студент имеет право на пересдачу. Первая и вторая пересдачи экзамена предусматривают выполнение письменной работы по заданиям, схожим с экзаменационной работой по курсу. На пересдачах окончательная оценка по дисциплине выставляется по той же формуле, что и на основном экзамене.

#### **4. Примеры оценочных средств**

##### **Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.**

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис, координаты, размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель квадратной матрицы и его свойства.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Методы решения систем линейных уравнений.
12. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
13. Обратная матрица.
14. Матричные уравнения.



15. Собственные значения и собственные векторы.
16. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
17. Предел функции.
18. Основные теоремы о пределах функции.
19. Бесконечно малые функции. Их свойства.
20. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
21. Бесконечно большие функции. Их свойства.
22. Непрерывность функции. Основные понятия.
23. Точки разрыва, их классификация. Примеры.
24. Свойства функций, непрерывных в точке.
25. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
26. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
27. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
28. Производные основных элементарных функций.
29. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
30. Правило Лопиталю.
31. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
32. Производные высших порядков функции одной переменной.
33. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
34. Методы интегрирования: замена переменной.
35. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
36. Методы интегрирования некоторых классов элементарных функций: элементарные дроби, рациональные функции.

37. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
38. Свойства определенного интеграла.
39. Формула Ньютона-Лейбница.
40. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
41. Линии (поверхности) уровня функции нескольких переменных.
42. Производные функции нескольких переменных.
43. Производная по направлению. Градиент, его свойства.
44. Производные сложной функции многих переменных.
45. Производные высших порядков функции многих переменных.
46. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
47. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

## ***5. Ресурсы***

### **5.1. Рекомендуемая основная литература.**

1. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело АНХ, 2008.
2. Красс М. С. Математика в экономике. Базовый курс: Учебник. М.: Юрайт, 2017.
3. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике: Учебное пособие для студентов социально-управленческих специальностей. - М.: МЦНМО, 2014. - 176 с.

### **5.2. Рекомендуемая дополнительная литература.**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Физматлит, 2008.
2. Гончаренко В.М., Липагина Л.В., Рылов А.А. Элементы высшей математики: Учебник. М.: Кнорус, 2019.
3. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов. Ч. 1-2: учебник и практикум. М.: Юрайт, 2018.
4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / Под ред. Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1978.
5. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
6. Малыхин В.И Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
7. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1-2. М.: Финансы и статистика, 2000.
8. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Юрайт, 2009.
9. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2009.
10. Anthony M., Biggs N. Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. Cambridge: CUP, 1996.
11. Simon C.P., Blume Z. Mathematics for Economists. W.W. Norton and Company, 1994.

#### **6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) предлагаются

следующие варианты восприятия учебной информации, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

*6.1 для лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; индивидуальные задания и консультации.

*6.2 для лиц с нарушениями слуха:* в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания и консультации.

*6.3 для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:* в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания и консультации.