



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Киральные краевые моды и двумерные структуры из сверхпроводниковых кубитов

Игорь Тимошук

Научный руководитель Ю. Махлин

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (Москва)
Факультет физики, ОП Физика, 4-курс

1 июня 2021 г.



- Топологические квантовые компьютеры
- Шестиугольная модель Китаева
- Краевые состояния
- Операции обмена и переплетения
- Структура из сверхпроводниковых кубитов

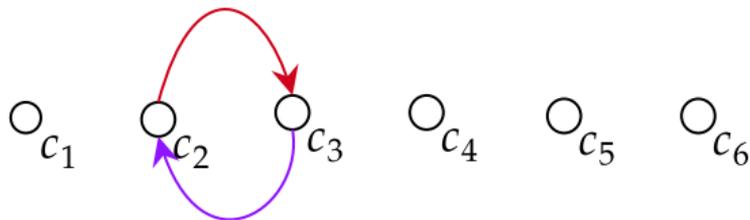


Коммутационные соотношения

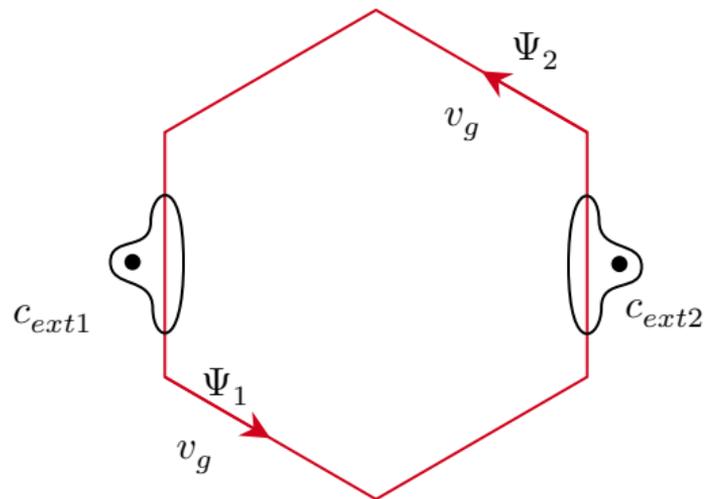
$$c_i = c_i^\dagger, \quad c_i^2 = 1, \quad \{c_j, c_i\} = 2\delta_{ij}$$

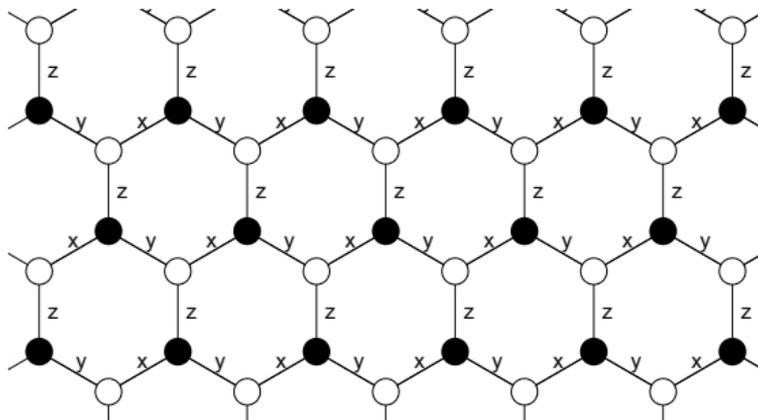
Выражение через фермионные операторы

$$c_{2k-1} = a_k + a_k^\dagger, \quad c_{2k} = \frac{a_k - a_k^\dagger}{i}, \quad ic_{2k-1}c_{2k} = 2a_k^\dagger a_k - 1$$



Перестановка операторов (braiding - переплетение)





$$\hat{H} = -J_x \sum_{x\text{-links}} \sigma_i^x \sigma_j^x - J_y \sum_{y\text{-links}} \sigma_i^y \sigma_j^y - J_z \sum_{z\text{-links}} \sigma_i^z \sigma_j^z$$

$$\sigma_j^x = ib_j^x c_j, \quad \sigma_j^y = ib_j^y c_j, \quad \sigma_j^z = ib_j^z c_j$$

$$\hat{H} = \frac{i}{4} \sum_{j,k} \hat{A}_{j,k} c_j c_k$$

Спектр фермионов

$$f(\mathbf{q}) = 2(J_x e^{i\mathbf{q}n_1} + J_y e^{i\mathbf{q}n_2} + J_z)$$

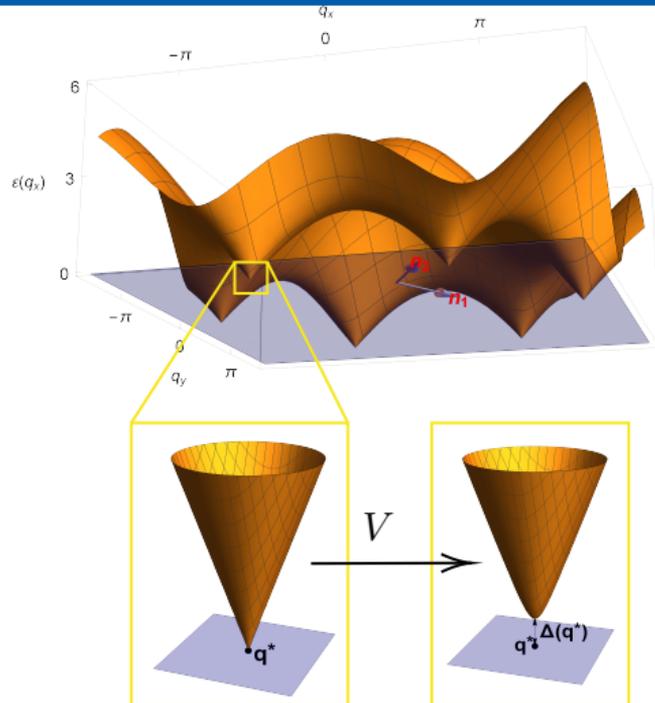
$$\varepsilon(\mathbf{q}) = \pm |f(\mathbf{q})|$$

Возмущение

$$V = - \sum_j (h_x \sigma_j^x + h_y \sigma_j^y + h_z \sigma_j^z)$$

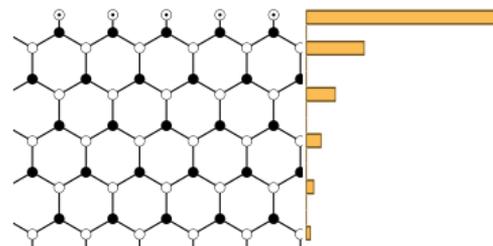
$$\varepsilon(\mathbf{q}) = \pm \sqrt{|f(\mathbf{q})|^2 + \Delta^2(\mathbf{q})}$$

$$|\varepsilon(\mathbf{q})| \geq \Delta(\mathbf{q}^*) \sim \frac{h_x h_y h_z}{J^2}$$



Гамильтониан с учетом края

$$H = \frac{i}{4} \sum_{j,k} \hat{A}_{j,k} c_j c_k + h_z \sum_j i b_j^z c_j + \kappa \sum_{j,k} \hat{B}_{j,k} c_j c_k$$



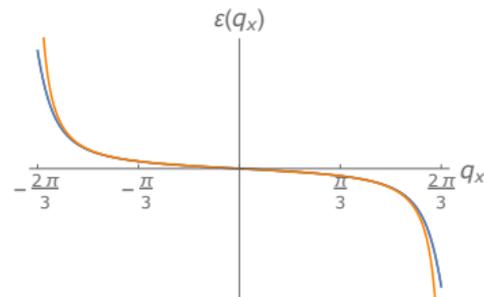
Распределение краевой моды

Спектр моды

$$\varepsilon(q_x) = -\frac{h_z^2 \kappa}{J^2} \frac{\sin q_x + \operatorname{tg} \frac{q_x}{2}}{\cos^2 \frac{q_x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{h_z^2}{4J^2}}, \quad \kappa \sim \frac{h_x h_y h_z}{J^2}$$

Групповая скорость

$$v_g = \left. \frac{d\varepsilon(q_x)}{dq_x} \right|_{q_x=0} = -\frac{h_z^2 \kappa}{2J^2}$$



Спектр краевой моды

$$|q_x| > 2\pi/3$$

$$H = \frac{i}{4} \sum_{j,k} \hat{A}_{j,k} c_j c_k + h_z \sum_j i b_j^z c_j + \kappa \sum_{j,k} \hat{B}_{j,k} c_j c_k$$

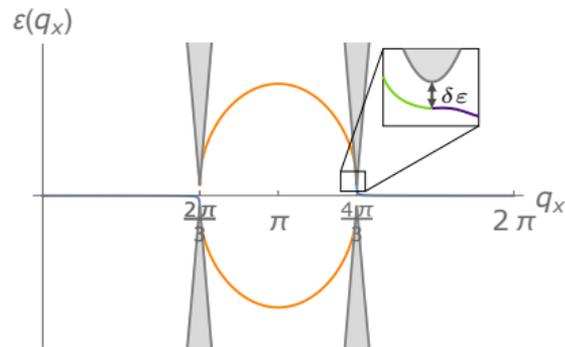
Спектр краевой моды

$$\varepsilon(q_x) = \pm 2h_z \sqrt{1 - 4 \cos^2 \frac{q_x}{2}}, \quad |q_x| > 2\pi/3$$

$$\varepsilon(q_x) = -\frac{h_z^2 \kappa}{J^2} \frac{\sin q_x + \operatorname{tg} \frac{q_x}{2}}{\cos^2 \frac{q_x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{h_z^2}{4J^2}}, \quad -2\pi/3 < q_x < 2\pi/3$$

$$\delta\varepsilon \sim h_z^5 / J^4$$

$$\kappa \sim \frac{h_x h_y h_z}{J^2}$$

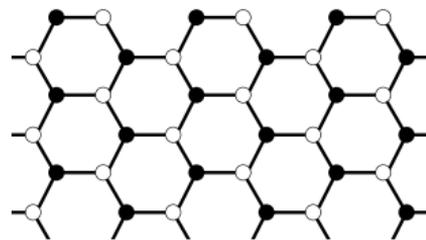


$$H = \frac{i}{4} \sum_{j,k} \hat{A}_{j,k} c_j c_k + h_x \sum_j i b_j^x c_j + h_y \sum_j i b_j^y c_j + \kappa \sum_{j,k} \hat{B}_{j,k} c_j c_k$$

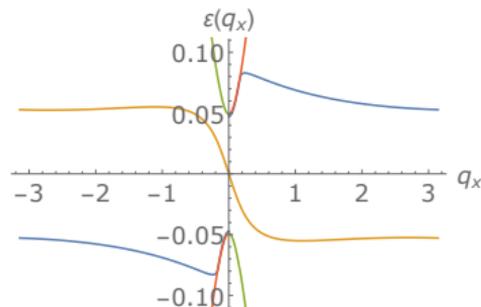
$$\kappa \sim \frac{h_x h_y h_z}{J^2}$$

Групповая скорость $v_g = -\sqrt{3}J$

Глубина проникновения $L = \frac{J}{6\kappa}$



Граница типа armchair



Численный спектр краевой моды

Управление скоростью моды

$$v_g = -\frac{\hbar^2 \kappa}{2J^2} = v_g(h_x, h_y, h_z)$$

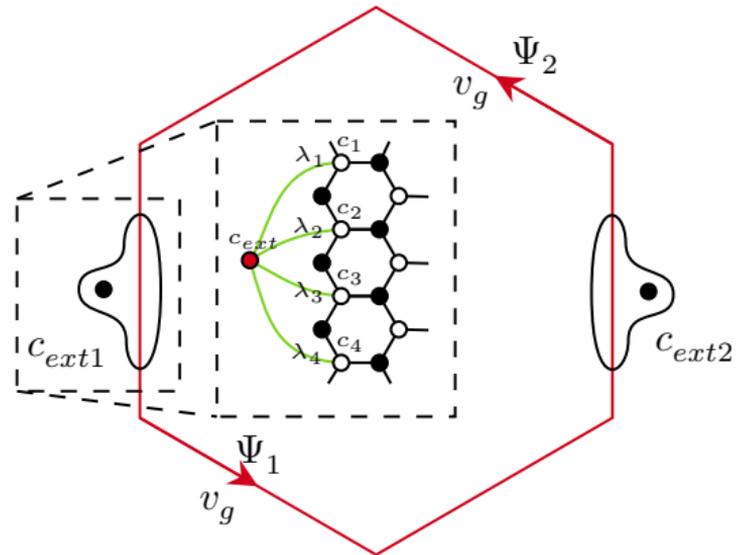
Взаимодействие с внешним кубитом

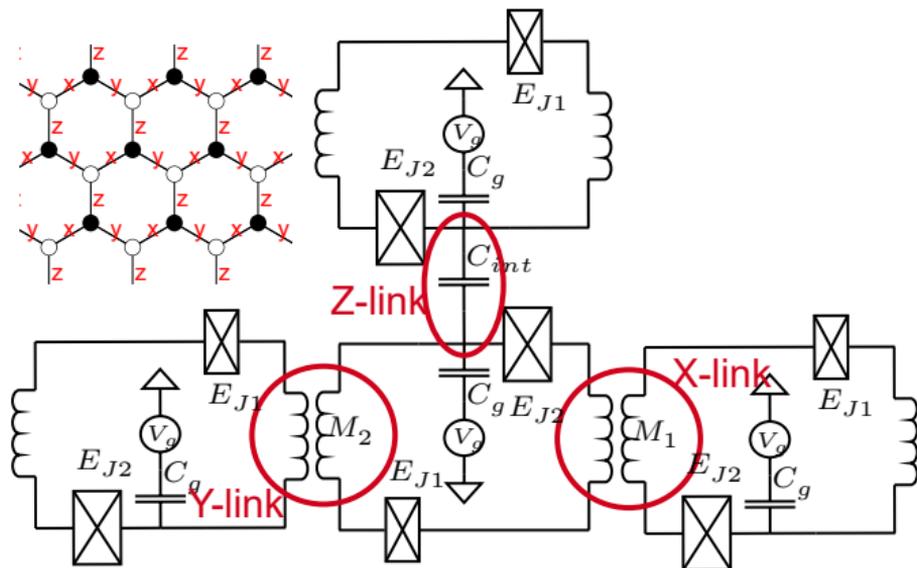
$$V = \sigma_{ext} \sum_j \lambda_j \sigma_j = i\alpha c_{ext} \Psi$$

Проведение обмена $U(t) = \exp(-iVt)$

$$U^\dagger(t^*) c_{ext} U(t^*) = \Psi$$

$$U^\dagger(t^*) \Psi U(t^*) = -c_{ext}$$





Использованные предположения

- Модель Китаева $h^5/J^4 \ll J$
- Теория возмущений $\kappa^2/J \sim h^6/J^5 \ll J$
- Проведение обмена $v_g/\alpha \sim h^4/J^4 \ll 1$
- Линейность спектра $q_x \ll 1$

Возможные параметры

- $J = 4 \text{ GHz}$
- $h = 2 \text{ GHz}$

You et al 2010

Оценки величин

- Групповая скорость $v_g \sim h^5/J^4 \sim 10^8 \text{ яч/с}$
- Время обмена $t^* \sim \pi/4h \sim 5 \cdot 10^{-10} \text{ с}$
- Длина пакета $S \sim \pi/\delta q_x \sim 10 \text{ яч}$



Результаты

- Спектр и пространственное распределение краевых состояний
- Проведение операций обмена и переплетения
- Структура из сверхпроводниковых кубитов

Открытые вопросы

- Влияние неоднородностей структуры
- Оценка влияния внешних шумов
- Учет конечной длины границы



Игорь Тимошук

Научный руководитель Ю. Махлин

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (Москва)
Факультет физики, ОП Физика, 4-курс

1 июня 2021 г.