

Демонстрационный вариант

Часть 1. Для задач этой части укажите только ответ — не приводите полные решения задач. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

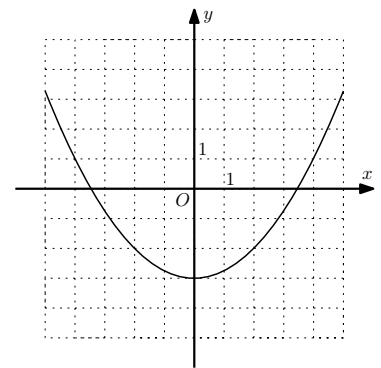
Задача 1. Известно, что $\cos t = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ для некоторого $t \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$. Найдите значение $\sin 2t$.

Ответ: -0.5

Задача 2. В одном отделе некоторой компании 60% сотрудников — социологи, а в другом отделе сотрудников в два раза больше, но из них только 30% социологов. Руководство компании объединило эти два отдела в один. Какой процент теперь составляют социологи среди сотрудников нового отдела?

Ответ: 40%

Задача 3. График квадратичной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ изображен на рисунке справа. В какой точке оси Ox будет достигаться максимум функции $y = 2 - 2f(2x + 2)$?

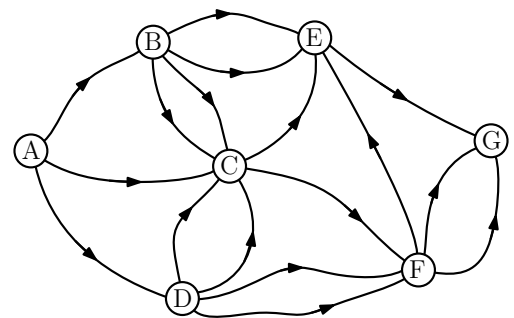


Ответ: -1

Задача 4. PIN-код состоит из четырёх произвольных цифр. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном PIN-коде встретится хоть одна цифра 0 в предположении, что все возможные PIN-коды равновероятны. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Ответ: 0.34

Задача 5. На рисунке изображена схема дорог, связывающих города A, B, C, D, E, F и G . По каждой дороге можно двигаться только в указанном стрелкой направлении. Сколько существует различных путей из города A в город G , проходящих через город C ?



Ответ: 20

Задача 6. Пусть x_1 и x_2 — различные корни уравнения $x^2 - 96x + 4$. Гарантируется, что $x_1, x_2 > 0$. Найдите $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}$.

Ответ: 5

Часть 2. Для задач этой части напишите полные решения.

Задача 7. Найдите все решения уравнения

$$\sin \frac{5x}{2} - \sin \frac{3x}{2} + 2 \cos 2x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0$$

на отрезке $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$.

Ответ: $-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}$

Задача 8. Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{4\sqrt{x+2}}{x^2 - 3 + \sqrt{x^2 - 3}} \right) - 2 \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{2x + \sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt{x+2}} \right) > 4.$$

Ответ: $x \in (\sqrt{3}; 3)$

Задача 9. Клетки полосы 1×1000 пронумерованы числами от 1 до 1000. Программа последовательно записывает в каждую из этих клеток одно число, руководствуясь следующим алгоритмом:

- в клетку с номером 1 записывается число 0;
- при $n > 1$ в клетку с номером n записывается число, полученное из числа в клетке с номером $(n - 1)$ прибавлением $(201 - 2n)$.

После завершения работы программы в каждой из 1000 клеток полосы оказалось записано число. Найдите наибольшее из этих чисел.

Ответ: 9801

Задача 10. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + yz = 3 \\ yz + zx = 4 \\ zx + xy = 5 \end{cases}$$

Ответ: $x = \sqrt{6}, y = \frac{\sqrt{6}}{3}, z = \frac{\sqrt{6}}{2}$ или $x = -\sqrt{6}, y = -\frac{\sqrt{6}}{3}, z = -\frac{\sqrt{6}}{2}$

Задача 11. Найдите область значений функции $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 2}$.

Ответ: $[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$

Задача 12. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|x^2 + (2\sqrt{3a+8})x + a^2| = a$$

имеет ровно три различных действительных корня.

Ответ: 4