

**Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ,
Тесты по математике
Переводной тест (второй семестр первого курса)**

Илья Щуров

Задача 1. Сформулируйте с помощью кванторов утверждение

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x + 5} = 3$$

и докажите его, пользуясь только алгеброй и преобразованием выражений с кванторами (никакими теоремами о пределах, непрерывностью и т.д. пользоваться нельзя).

Задача 2. На координатной плоскости Oxy изобразите фигуру, заданную неравенством, и найдите её площадь.

$$\log_{x^2+y^2}(x+y) > 1$$

Задача 3. В какой точке функция

$$f(x) = \int_0^x (e^{z^3} - e) dz$$

достигает своего минимального значения?

Задача 4. Сходится ли ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2 + \sqrt{n}}?$$

Ответ обосновать.

Задача 5. Рассмотрим функцию

$$f(x) = \sin(\sqrt[3]{3x}) - \sqrt[3]{3x}.$$

Дифференцируема ли она в точке $x = 0$? Если да, найти её производную в этой точке.