

2. Рыхлов В.С. Разложение по собственным функциям квадратичных сильно нерегулярных пучков дифференциальных операторов второго порядка / В.С. Рыхлов // Изв. Сарат. ун–та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2013. — Т. 13, № 1, Ч. 1. — С. 21–26.
3. Рыхлов В.С. Решение начально–граничной задачи в полуполосе для гиберболического уравнения со смешанной производной / В.С. Рыхлов // Математика. Механика: сб. науч. тр. Вып. 24. — Саратов: Изд–во Сарат. ун–та, 2022. — С. 53–58.

**О КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ АСИМПТОТИКЕ  
СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА  
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ВБЛИЗИ НИЖНИХ  
ГРАНИЦ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАСТЕРОВ<sup>1</sup>**  
**А.В. Перескоков** (Москва, НИУ ВШЭ, НИУ МЭИ)  
*pereskokov62@mail.ru*

Рассмотрим нерелятивистский гамильтониан атома водорода в однородном электромагнитном поле

$$\mathbb{H} = \mathbb{H}_0 + \varepsilon \mathbb{M}_3 + \varepsilon e_1 x_1 + \varepsilon^2 \mathbb{W}, \quad (1)$$

где

$$\mathbb{H}_0 = -\Delta - |x|^{-1}, \quad \mathbb{M}_3 = ix_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - ix_1 \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad \mathbb{W} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{4}.$$

Здесь через  $x = (x_1, x_2, x_3)$  обозначены декартовы координаты в  $\mathbb{R}^3$ ,  $\Delta$  — оператор Лапласа, магнитное поле направлено вдоль оси  $x_3$ , а электрическое поле — вдоль оси  $x_1$ . Число  $e_1 > 0$  — напряженность электрического поля и  $\varepsilon > 0$  — малый параметр. Наличие в гамильтониане одновременно электрического и магнитного полей, ортогональных друг другу, приводит к образованию резонансных спектральных кластеров около собственных значений невозмущенного атома водорода [1].

В данной работе рассмотрены собственные значения вблизи нижних границ спектральных кластеров. Доказано [2], что вблизи нижних границ имеется серия собственных значений оператора (1) с

---

<sup>1</sup> Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (проект FSWF-2023-0012).

© Перескоков А.В., 2023

асимптотикой

$$E_k = -\frac{1}{4n^2} + \varepsilon m \sqrt{9n^2 e_1^2 + 1} + \frac{\varepsilon^2 n^4 e_1^2}{2} (-17n^2 + 3m^2) + \\ + \frac{\varepsilon^2 n^2}{2} (-10n^2 e_1^2 + \frac{7}{3}n^2 + m^2 + (n^2 - m^2)b_k) + O(\varepsilon^2 n^3) + O(\varepsilon^3 n^{10}), \quad (2)$$

при  $\varepsilon \rightarrow +0$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ , числа  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{Z}$  удовлетворяют условиям  $1 \ll n \ll \varepsilon^{-1/6}$ ,  $1 \ll |m| < n$ . Чтобы определить числа  $b = b_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , в (2), рассмотрим новое модельное уравнение

$$\bar{z}^2 \frac{d^2 Y_0}{d\bar{z}^2} - \beta (\bar{z} + \frac{1}{\bar{z}} + b) Y_0 = 0, \quad z \in \mathbb{C}. \quad (3)$$

Здесь константа  $\beta > 0$  имеет вид

$$\beta = \frac{a - 1}{36ae_1^2},$$

a

$$a = \frac{n^2}{|m|^2} > 1.$$

Числа  $b = b_k$  определяются как упорядоченные по возрастанию значения параметра  $b$ , при которых уравнение (3) имеет решения с асимптотиками

$$Y_0(\bar{z}) = \bar{z}^{1/4} e^{-2\sqrt{\beta}\sqrt{\bar{z}}} \left( 1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{\bar{z}}}\right) \right), \quad |\bar{z}| \rightarrow \infty,$$

$$Y_0(\bar{z}) = \lambda \bar{z}^{3/4} e^{-2\sqrt{\beta}/\sqrt{\bar{z}}} \left( 1 + O\left(\sqrt{\bar{z}}\right) \right), \quad |\bar{z}| \rightarrow 0.$$

Здесь  $\lambda = \lambda_k$  — некоторые константы.

Формула (2) описывает расщепление спектра (т.е. эффект Зеемана — Штарка) для атома водорода в ортогональных электрическом и магнитном поле. Поскольку гамильтониан (1) содержит параметр  $e_1$ , возникает однопараметрическое семейство уравнений Гойна, к которым сводится усредненная задача в неприводимом представлении алгебры  $\mathcal{F}_{quant}$  Карасева — Новиковой с квадратичными коммутационными соотношениями [1], [2]. Асимптотика решений уравнений Гойна строится с помощью комплексного метода ВКБ и метода согласования асимптотических разложений.

### Литература

1. Карасев М.В. Алгебра с полиномиальными коммутационными соотношениями для эффекта Зеемана — Штарка в атоме водорода /

М.В. Каравес, Е.М. Новикова // Теор. мат. физ. — 2005. — Т. 142, — № 3. — С. 530–555.

2. Pereskokov A.V. Semiclassical asymptotics of the spectrum of the hydrogen atom in an electromagnetic field near the lower boundaries of spectral clusters / A.V. Pereskokov // J. Math. Sci. — 2021. — V. 259, — № 2. — P. 244–263.

**ТЕХНОЛОГИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СИЛЬНЫХ ШКВАЛОВ  
И СМЕРЧЕЙ, А ТАКЖЕ СИЛЬНЫХ И ОПАСНЫХ  
ОСАДКОВ НА ТЕРРИТОРИИ РОССИИ В ТЕЧЕНИЕ  
АНОМАЛЬНО ТЕПЛЫХ ЛЕТНИХ СЕЗОНОВ**  
**2020–2022ГГ И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ**  
**Э.В. Переходцева (Москва, РТУ МИРЭА)**  
*elvperekhod@mail.ru*

Летние сезоны 2020–2022гг, как известно, на европейской части России были в среднем аномально теплыми. Положительные аномалии средней суточной температуры составляли иногда 5–7 градусов и более, что связано с общим потеплением климата. При этом антициклоны, обеспечивающие очень теплую погоду сменялись надвигающимися из Европы южными циклонами, приносящими достаточно теплый влажный воздух. Порой они приносили очень сильные осадки, которых также было достаточно много, как и в центральной Европе. При этом температура в российском регионе понижалась весьма незначительно, в среднем сохранялась ее положительная аномалия. Эти факторы наряду с изменением и некоторых других параметров атмосферы, предложенных Переходцевой Э.В. для прогноза сильных шквалов и смерчей, и включенных в гидродинамико–статистическую модель прогноза, привели к тому, что область возможного возникновения очень сильных шквалов со скоростью 25м/с (90км/ч) и даже смерчей протянулась на север до 65–ого градуса северной широты. Ранее такие явления наблюдались там крайне редко (в 2020–2021гг году были отмечены). Большинство этих явлений, несмотря на необычную географию их возникновения, были успешно предупреждены с заблаговременностью 12, 24 и даже 36ч в оперативном режиме на основе нашей гидродинамико–статистической модели прогноза и технологии представления цветных карт автоматизированного прогноза сильных и опасных явлений максимального летнего ветра и сильных и опасных дневных иочных осадков. Карты