

# Решение уравнений Узаделя для контакта ферромагнитный изолятор–сверхпроводник–ферромагнитный изолятор в линейном приближении

Сеидов С.С., Селезнёв Д.В., Пугач Н.Г.

НИУ ВШЭ

10.04.2024

Работа выполнена в рамках НУГ 24-00-038

“Квазиклассическая динамика квантовых систем: хаотических и пространственно-неоднородных, типа гетероструктур сверхпроводник-магнетик”.

## Спиновый вентиль



FI — ферромагнитный  
изолятор  
S — сверхпроводник

- Применение в сверхпроводящей спинтронике
- Контроль спинового тока
- Эффект близости с ферромагнетиком
- Генерация триплетных корреляций

## Уравнения Узаделя и граничные условия

Матричная функция Грина:

$$\hat{g}(x) = \begin{pmatrix} g_{\uparrow\uparrow} & g_{\uparrow\downarrow} & f_{\uparrow\uparrow} & f_{\uparrow\downarrow} \\ g_{\downarrow\uparrow} & g_{\downarrow\downarrow} & f_{\downarrow\uparrow} & f_{\downarrow\downarrow} \\ -f_{\uparrow\uparrow} & -f_{\uparrow\downarrow} & -g_{\uparrow\uparrow} & -g_{\uparrow\downarrow} \\ -f_{\downarrow\uparrow} & -f_{\downarrow\downarrow} & -g_{\downarrow\uparrow} & -g_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix} \quad g_{\alpha\beta} \propto \langle c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta} \rangle \quad f_{\alpha\beta} \propto \langle c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} \rangle$$

Уравнения Узаделя:

$$\mathcal{F}(x) = \frac{|\Delta|^2}{2} + \int \text{Tr} \left[ \frac{i\hbar}{4} D(\partial_x \hat{g})^2 + (\varepsilon \tau_3 \otimes \sigma_0 - \hat{V}) \hat{g} \right] d\varepsilon$$

$$\hat{V} = \hat{\Delta} = \text{antidiag}(+\Delta, -\Delta, +\Delta^*, -\Delta^*)$$

$$iD\partial_x(\hat{g}\partial_x\hat{G}) = [\varepsilon\tau_3 \otimes \sigma_0 + \hat{\Delta}, \hat{g}]$$

## Уравнения Узаделя и граничные условия

Наложение граничных условий на уравнения Узаделя нетривиально! Их общий вид

$$G_L L_L(\hat{g}_L \partial_x \hat{g}_L) = -G_R L_R(\hat{g}_R \partial_x \hat{g}_R) = I.$$

Ферромагнетный изолятор это не проводящий спин-активный интерфейс, для него матричный ток  $I$  известен точно [Linder, *Scientific reports*, 2017]:

$$I = -NG_Q \left[ 1 - \frac{i}{4} \sin(\varphi) \hat{a} + \frac{1}{2} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \hat{a} \hat{m} \right]^{-1} \times \left[ -i \sin(\varphi) \hat{g} \hat{a} + \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) [\hat{m}, \hat{a}] \right] \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{i}{4} \sin(\varphi) \hat{a} + \frac{1}{2} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \hat{m} \hat{a} \right]^{-1} \quad \hat{a} = \hat{g} \hat{m} \hat{g} - \hat{m}$$

$$\hat{m} = \begin{pmatrix} m_z & m_x - im_y & 0 & 0 \\ m_x + im_y & -m_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_z & m_x + im_y \\ 0 & 0 & m_x - im_y & -m_z \end{pmatrix}.$$

Вблизи  $T_c$  матричную функцию Грина можно линеаризовать:

$$\hat{g} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & f_{\uparrow\uparrow} & f_{\uparrow\downarrow} \\ 0 & 1 & f_{\downarrow\uparrow} & f_{\downarrow\downarrow} \\ -f_{\uparrow\uparrow} & -f_{\uparrow\downarrow} & -1 & 0 \\ -f_{\downarrow\uparrow} & -f_{\downarrow\downarrow} & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Уравнения Узаделя для аномальных компонент становятся тривиальными:

$$\left. \begin{aligned} iDf_{\uparrow\downarrow}''(z) - 2|\varepsilon|f_{\uparrow\downarrow}(z) - 2\Delta &= 0 \\ iDf_{\downarrow\uparrow}''(z) - 2|\varepsilon|f_{\downarrow\uparrow}(z) + 2\Delta &= 0 \\ iDf_{\uparrow\uparrow}''(z) - 2|\varepsilon|f_{\uparrow\uparrow}(z) &= 0 \\ iDf_{\downarrow\downarrow}''(z) - 2|\varepsilon|f_{\downarrow\downarrow}(z) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_j(z) = A_j e^{ik_j z} + B_j e^{-ik_j z} + \frac{\Delta}{|\varepsilon|} (\delta_{j,\downarrow\uparrow} - \delta_{j,\uparrow\downarrow}).$$

## Линеаризация, граничные условия

Параллельная ориентация

$$dG_s f'_{\uparrow\downarrow} = \pm 2NG_Q (e^{i\varphi} - 1) f_{\uparrow\downarrow}$$

$$dG_s f'_{\downarrow\uparrow} = \mp 2NG_Q (e^{-i\varphi} - 1) f_{\downarrow\uparrow}$$

$$f'_{\uparrow\uparrow} = f'_{\downarrow\downarrow} = 0$$

Перпендикулярная ориентация

$$dG_s f'_{\downarrow\uparrow} = NG_Q [(1 - \cos \varphi)(f_{\downarrow\uparrow} - f_{\uparrow\downarrow}) + i \sin \varphi (f_{\uparrow\uparrow} - f_{\downarrow\downarrow})]$$

$$dG_s f'_{\uparrow\downarrow} = NG_Q [(1 - \cos \varphi)(f_{\uparrow\downarrow} - f_{\downarrow\uparrow}) + i \sin \varphi (f_{\uparrow\uparrow} - f_{\downarrow\downarrow})]$$

$$dG_s f'_{\uparrow\uparrow} = NG_Q [(1 - \cos \varphi)(f_{\uparrow\uparrow} - f_{\downarrow\downarrow}) + i \sin \varphi (f_{\downarrow\uparrow} - f_{\uparrow\downarrow})]$$

$$dG_s f'_{\downarrow\downarrow} = NG_Q [(1 - \cos \varphi)(f_{\downarrow\downarrow} - f_{\uparrow\uparrow}) + i \sin \varphi (f_{\downarrow\uparrow} - f_{\uparrow\downarrow})]$$

## Выводы

- Выбраны граничные условия соответствующие интерфейсу с ферромагнитным изолятором
- В линейной приближении получены “разумные” выражения для граничных условий
- В линейном приближении найдены аномальные функции Грина в сверхпроводнике

Спасибо за внимание!

