XL МЕЖДУНАРОДНАЯ ЗИМНЯЯ ШКОЛА ФИЗИКОВ-ТЕОРЕТИКОВ
Коуровка
2-9 ФЕВРАЛЯ, 2024 ГЛК «Абзаково»

# Сверхзарядка квантовой батареи Дике в состоянии “связанной светимости”

Сеидов С.С.[1,2], Мухин С.И.[2]
[1] НИУ ВШЭ, МИЭМ, Москва, Россия
[2] НИТУ МИСИС, кафедра ТФиКТ, Москва, Россия

## Расширенная модель Дике

Расширенная модель Дике описывает взаимодействие ансамбля $N$ двухуровневых систем с одномодовым электромагнитным резонатором

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_0 S_z + 2\lambda(a^\dagger + a)S_x + (1+\varepsilon)\frac{4\lambda^2}{\omega}S_x^2.$$

$S_{x,y,z} = \dfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sigma^i_{x,y,z}$ — операторы коллективного суперспина ансамбля двухуровневых систем.

## Стационарные точки

Из условия равенства нулю производных найдём три стационарные точки в фазовом пространстве $(q, p, S_x, S_y, S_z)$:

$$\mathbf{x}_0^{\text{pole}} = (0, 0, 0, 0, \pm S)$$

$$\mathbf{x}_\pm = \left(\pm\frac{2\sqrt{2}\lambda}{\omega}\sqrt{S^2 - \left(\frac{\omega\omega_0}{8\varepsilon\lambda}\right)^2}, 0, \mp\sqrt{S^2 - \left(\frac{\omega\omega_0}{8\varepsilon\lambda}\right)^2}, 0, \frac{\omega\omega_0}{8\varepsilon\lambda}\right).$$

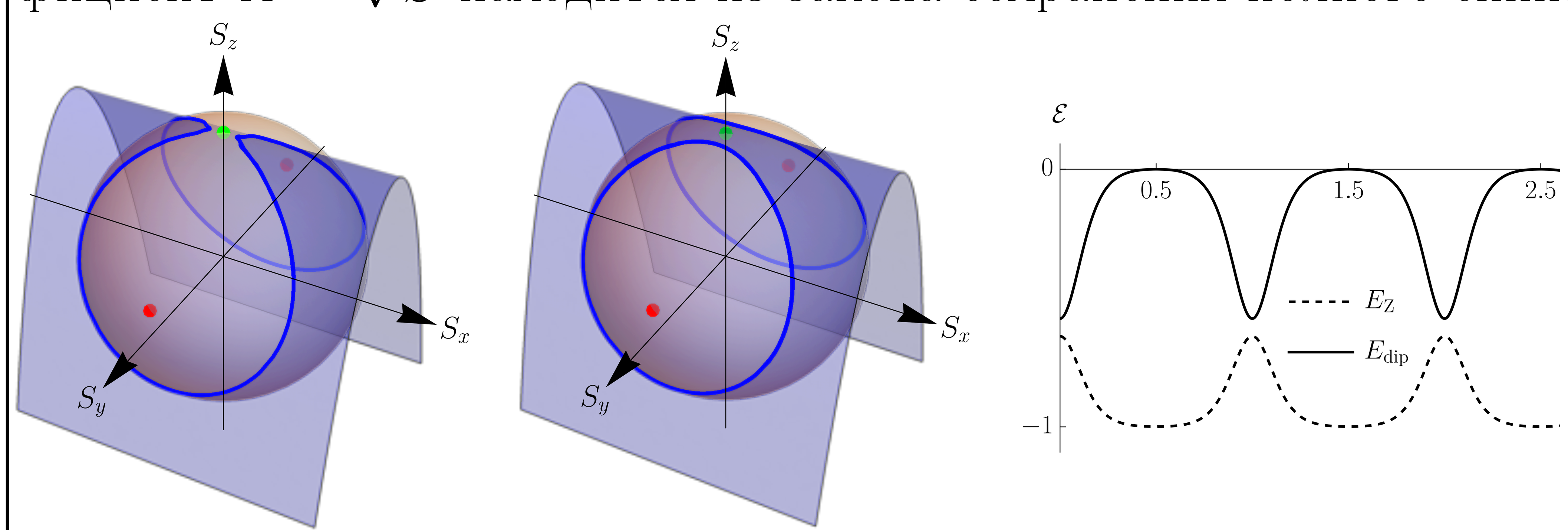
Точки $\mathbf{x}_\pm$ возникают при $\lambda > \lambda_c = \sqrt{\omega\omega_0/(8S|\varepsilon|)}$ и соответствуют сверхизлучательной фазе.

## “Связанная светимость”

В приближении медленной фотонной подсистемы уравнения движения примут вид

$$\dot S_x = -\omega_0 S_y \qquad \dot S_y = \omega_0 S_x - \frac{8\varepsilon\lambda^2}{\omega}S_x S_z \qquad \dot S_z = \frac{8\varepsilon\lambda^2}{\omega}S_x S_y.$$

Их можно решить аналитически: $S_x(t) = \pm\dfrac{\omega\Omega}{4\lambda^2|\varepsilon|}\,\mathrm{dn}(\Omega t, k)$, коэффициент $\Omega \sim \sqrt{S}$ находится из закона сохранения полного спина.




## Уравнения движения

В квазиклассическом приближении динамика определяется уравнениями

$$\dot S_x = -\omega_0 S_y$$
$$\dot S_y = \omega_0 S_x - 2\sqrt{2}\lambda q S_z - (1+\varepsilon)\frac{8\lambda^2}{\omega}S_x S_z$$
$$\dot S_z = 2\sqrt{2}\lambda q S_y + (1+\varepsilon)\frac{8\lambda^2}{\omega}S_x S_y$$
$$\dot q = \omega p$$
$$\dot p = -\omega q - 2\sqrt{2}\lambda S_x.$$

## Гамильтониан LMG

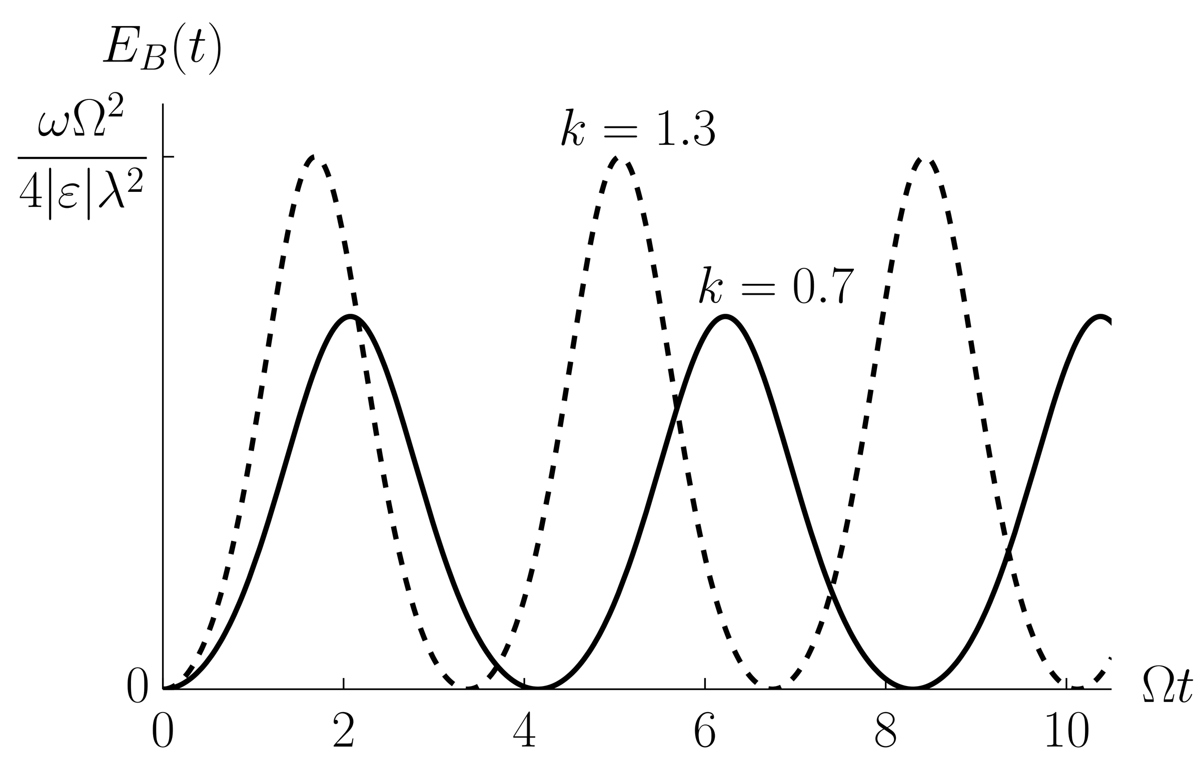
Будем считать фотонную подсистему медленной, то есть $\dot q \approx 0$, $\dot p \approx 0$ и, следовательно, $q \approx -2\sqrt{2}\lambda S_x/\omega$, $p \approx 0$.

$$H \to H_{\text{LMG}} = \omega_0 S_z + \frac{4\varepsilon\lambda^2}{\omega}S_x^2.$$

## Энергия батареи

$E_B(t) = \omega_0 S_z(t) - \omega_0 S_z(0)$, подставляя решение для $S_z(t)$ получим

$$E_B(t)\Big|_{k<1} \propto \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2}\,\mathrm{dn}^2\left(\Omega t, k\right)$$
$$E_B(t)\Big|_{k>1} \propto \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2}\,\mathrm{cn}^2\left(\Omega k t, \frac{1}{k}\right).$$




## Ёмкость и время зарядки

$$E_B(t_c) = \frac{k^2\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2} \quad t_c = \frac{K(k)}{\Omega} \quad k < 1$$
$$E_B(t_c) = \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2} \quad t_c = \frac{K(1/k)}{\Omega k} \quad k > 1$$

## Сверхзарядка

$$P(t) = \dot E_B(t) = \frac{\omega\Omega^3 k}{2|\varepsilon|\lambda^2}f(t)$$
$$|f(t)| = 1,\ \Omega \sim \sqrt{N} \Rightarrow P(t) \sim N^{3/2}$$

## Ссылки

S. S. Seidov and S. I. Mukhin, Annals of Physics 456, 169301 (2023), arXiv:2209.11273

S. S. Seidov and S. I. Mukhin, arXiv:2309.12433