Сверхзарядка квантовой батареи Дике в состоянии “связанной светимости”

Сеидов С.С.[1,2], Мухин С.И.[2]

[1]НИУ ВШЭ
[2]НИТУ МИСИС

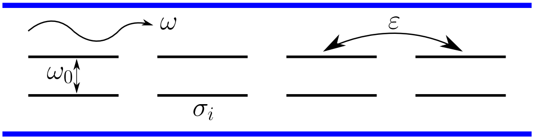
18.04.2024

Ансамбль двухуровневых систем в оптическом резонаторе

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2}{2} + g\hat{p}\hat{S}_y - \omega_0 \hat{S}_z + (1+\varepsilon)\frac{g^2}{2}\hat{S}_y^2$$

$$\hat{S}_{x,y,z} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\sigma}_i^{x,y,z}$$

Классические уравнения движения в пределе $h \to 0$ (пренебрегаем коммутаторами)



$$\dot{S}_z = -gpS_x - (1+\varepsilon)g^2 S_x S_y$$

$$\dot{S}_x = gpS_z + \omega_0 S_y + (1+\varepsilon)g^2 S_y S_z$$

$$\dot{S}_y = -\omega_0 S_x$$

$$\dot{p} = -\omega^2 q$$

$$\dot{q} = p + gS_y.$$

Сверхизлучательный фазовый переход

Нормальная фаза при $g < g_c$

$$\langle \hat{p} \rangle = \langle \hat{S}_y \rangle = 0$$
$$\langle \hat{S}_z \rangle = S$$

Спин направлен вдоль оси z, фотонный конденсат отсутствует.

Сверхизлучательная фаза при $g > g_c$ и $\varepsilon < 0$

$$\langle \hat{p} \rangle = -g\langle \hat{S}_y \rangle = -gS$$
$$\langle \hat{S}_z \rangle = 0$$

Спин направлен вдоль оси y, формируется фотонный конденсат. При $\varepsilon > 0$ формируется **субизлучательная фаза**, в которой $\langle \hat{p} \rangle = -g\langle \hat{S}_y \rangle = -g/2$.

Стационарные точки

Из условия равенства нулю производных по времени от динамических переменных получим стационарные точки

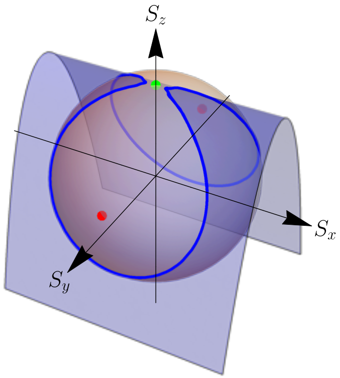
$$\mathbf{x} = \left(S_x, \quad S_y, \quad S_z, \quad p, \quad q\right)^T$$

$$\mathbf{x}_{\pm}^{\mathrm{pole}} = \left(0, \quad 0, \quad \pm S, \quad 0, \quad 0\right)^T$$

$$\mathbf{x}_{\pm} = \left(0, \quad \pm\sqrt{S^2 - \frac{\omega_0^2}{\varepsilon^2 g^4}}, \quad -\frac{\omega_0}{\varepsilon g^2}, \quad \mp g\sqrt{S^2 - \frac{\omega_0^2}{\varepsilon^2 g^4}}, \quad 0\right)^T$$

Точки $\mathbf{x}_{\pm}$ возникают при

$$g > g_c = \sqrt{\frac{\omega_0}{|\varepsilon| S}} \qquad S_y\Big|_{\mathbf{x}_{\pm}} = \pm S\sqrt{1 - \frac{g_c^4}{g^4}}$$



Гамильтониан LMG

Будем считать фотонную подсистему медленной, то есть $\dot{q} \approx 0$, $\dot{p} \approx 0$ и, следовательно, $q \approx -2\sqrt{2}\lambda S_x/\omega$, $p \approx 0$.

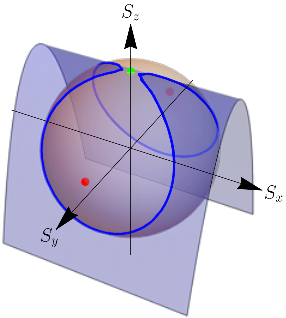
$$H \to H_{\mathrm{LMG}} = \omega_0 S_z + \frac{4\varepsilon\lambda^2}{\omega} S_x^2$$

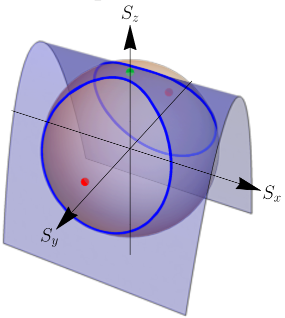
“Связанная светимость”

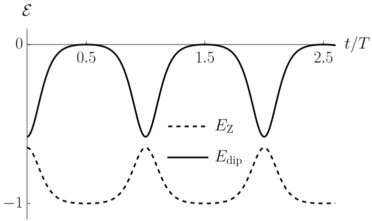
В приближении медленной фотонной подсистемы уравнения движения примут вид

$$\dot{S}_x = -\omega_0 S_y \qquad \dot{S}_y = \omega_0 S_x - \frac{8\varepsilon\lambda^2}{\omega} S_x S_z \qquad \dot{S}_z = \frac{8\varepsilon\lambda^2}{\omega} S_x S_y.$$

Их можно решить аналитически: $S_x(t) = \pm\frac{\omega\Omega}{4\lambda^2|\varepsilon|}\,\mathrm{dn}(\Omega t, k)$, коэффициент $\Omega \sim \sqrt{S}$ находится из закона сохранения полного спина.





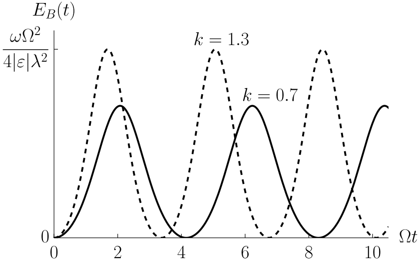


Энергия батареи

$E_B(t) = \omega_0 S_z(t) - \omega_0 S_z(0)$, подставляя решение для $S_z(t)$ получим

$$E_B(t)\Big|_{k<1} \propto \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2}\,\mathrm{dn}^2\left(\Omega t, k\right)$$

$$E_B(t)\Big|_{k>1} \propto \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2}\,\mathrm{cn}^2\left(\Omega k t, \frac{1}{k}\right).$$



Ёмкость и время зарядки

$$E_B(t_c) = \frac{k^2\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2} \quad t_c = \frac{K(k)}{\Omega} \qquad k < 1$$

$$E_B(t_c) = \frac{\omega\Omega^2}{4|\varepsilon|\lambda^2} \quad t_c = \frac{K(1/k)}{\Omega k} \quad k > 1$$

Сверхзарядка

$$P(t) = \dot{E}_B(t) = \frac{\omega\Omega^3 k}{2|\varepsilon|\lambda^2} f(t)$$

$$|f(t)| = 1,\ \Omega \sim \sqrt{N} \Rightarrow P(t) \sim N^{3/2}$$