

## Измерение показателя преломления с помощью модифицированного метода постоянного отклонения

Александр Игоревич Юрин<sup>1✉</sup>, Геннадий Николаевич Вишняков<sup>2</sup>, Владимир Леонидович Минаев<sup>3</sup>

<sup>1, 3</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

<sup>1, 2, 3</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

<sup>1</sup>ayurin@hse.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-6401-5530>

<sup>2</sup>vish@vniiofi.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0237-4738>

<sup>3</sup>minaev@vniiofi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4356-301X>

**Аннотация.** Рассмотрены гониометрические методы измерений показателя преломления оптически прозрачных материалов. Предложен модифицированный метод постоянного отклонения для измерения показателя преломления трёхгранных призм. Предложенный модифицированный метод не требует измерения преломляющего угла призмы, что упрощает процесс измерений по сравнению с широко распространёнными методами наименьшего отклонения (метода Фраунгофера) и автоколлимации (метода Литтрова-Аббе). Для реализации предложенного метода применена гониометрическая система, предназначенная для измерения углов, образованных плоскими поверхностями объектов. Для отражения преломлённого луча на его пути расположено неподвижное зеркало, а показатель преломления материала призмы найден в результате решения системы уравнений. Приведены результаты экспериментального исследования трёхгранной призмы из оптического стекла марки К-8 с помощью предложенного метода и их сравнение с показаниями, полученными с помощью метода наименьшего отклонения. Предложенный модифицированный метод постоянного отклонения можно применять для исследования трёхгранных призм из оптически прозрачных материалов, а также жидких оптически прозрачных веществ, помещённых в полую трёхгранную призму.

**Ключевые слова:** гониометр, показатель преломления, метод постоянного отклонения, рефрактометрия

**Для цитирования:** Юрин А. И., Вишняков Г. Н., Минаев В. Л. Измерение показателя преломления с помощью модифицированного метода постоянного отклонения // Измерительная техника. 2022. № 12. С. 35–39. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-12-35-39>

## Measurement of the refractive index using a modified constant deviation method

Alexander I. Yurin<sup>1✉</sup>, Gennady N. Vishnyakov<sup>2</sup>, Vladimir L. Minaev<sup>3</sup>

<sup>1, 3</sup> HSE University, Moscow, Russia

<sup>1, 2, 3</sup> All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>1</sup>ayurin@hse.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-6401-5530>

<sup>2</sup>vish@vniiofi.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0237-4738>

<sup>3</sup>minaev@vniiofi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4356-301X>

**Abstract.** Goniometric methods for measuring the refractive index of optically transparent materials are considered. Proposed a modified constant deviation method for measuring the refractive index of a triangular prism. The proposed modification does not require measuring the refractive angle of the prism, which simplifies the measurement process compared to the widely used methods of minimum deviation and autocollimation. To implement the method, a goniometric system was used, designed to measure angles formed by flat surfaces of objects. To obtain the reflection of the refracted beam, a fixed mirror was used, and the refractive index of the prism material was calculated from the solution of a system of equations. The results of an experimental study of a triangular prism made of optical glass using the proposed method and their comparison with results obtained using the method of minimum deviation are presented. This method can be used to study trihedral prisms made of optically transparent materials, as well as liquid optically transparent substances placed in a hollow trihedral prism.

**Keywords:** goniometer, refractive index, constant deviation method, refractometry

**Введение.** Показатель преломления вещества – важная характеристика, позволяющая определять концентрацию компонентов в растворах, качество оптических деталей, состав и чистоту материалов и т. д. Точные и достоверные измерения показателя преломления необходимы в оптической промышленности для повышения разрешающей способности объективов и других оптических приборов, в химической промышленности для контроля чистоты и состава веществ, в медицине для контроля качества лекарственных препаратов, в пищевой промышленности при производстве сахара, соков, спиртных напитков, жиров, масел и т. п. [1–6].

Для измерения показателя преломления часто используют гониометрические методы, основанные на измерении углов отклонения света, проходящего через образец<sup>1</sup>. Эти методы можно применять как для твёрдых тел, так и для жидкостей и газов. В качестве образцов для исследований, как правило, используют трёхгранные призмы, изготовленные из исследуемого материала либо заполненные исследуемым веществом [7, 8].

Для определения показателя преломления исследуемого вещества (призмы) необходимы точные измерения углов отклонения преломлённых или отражённых призмой лучей. Для точных измерений углов отклонения лучей используют специальные приборы – гониометры. Гониометр имеет неподвижный коллиматор и поворотный предметный стол [9, 10].

Цель данной работы – разработать метод измерения показателя преломления вещества, не требующий измерения преломляющего угла исследуемой призмы. Разработанный метод позволит уменьшить временные затраты и упростить процесс измерений.

**Методы измерений.** Рассмотрим прохождение света через трёхгранную призму (рис. 1). Обозначим углы падения и преломления на входной грани призмы соответственно  $\varphi_1$ ,  $\psi_1$ , а углы падения и преломления на выходной грани призмы –  $\varphi_2$ ,  $\psi_2$ . Угол между входной и выходной гранями называют преломляющим углом призмы  $\alpha$ . Если обозначить угол отклонения луча как  $\varepsilon$ , то исходя из закона преломления света и геометрических свойств углов можно записать [11]:

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_1 &= n \sin \psi_1, \\ \sin \varphi_2 &= n \sin \psi_2, \\ \psi_1 + \psi_2 &= \alpha, \\ \varphi_1 + \varphi_2 &= \varepsilon + \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления материала призмы.

Решением системы (1) является выражение

$$\varepsilon = \varphi_1 - \alpha + \arcsin \{ n \sin [\alpha - \arcsin (\sin \varphi_1 / n)] \}. \quad (2)$$

При увеличении угла падения угол отклонения изменяется и достигает минимума  $\varepsilon_{\min}$  при некотором значении  $\varphi_1^*$  (рис. 2). При этом каждому углу  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\min}$  соответствуют два значения  $\varphi_1$ :  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{12}$ .

Из решения системы (1) получим основную формулу расчёта показателя преломления [11]:

$$n = \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \frac{(\sin \varphi_2 + \cos \alpha \sin \varphi_1)^2}{\sin^2 \alpha}}. \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что для определения показателя преломления в общем случае необходимо измерить углы  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\alpha$ , однако на практике можно ограничиться измерениями любых двух углов из указанных, накладывая на значение третьего некоторое условие. В зависимости от конкретной реализации условия различают различные методы измерений показателя преломления трёхгранных призм – метод автоколлимации Литтрова-Аббе, метод наименьшего отклонения<sup>2</sup> (МНО) Фраунгофера и метод постоянного отклонения [11].

В частности, в методе автоколлимации добиваются совпадения направлений падающего луча и отражённого назад от выходной грани. В этом случае показатель преломления определяют по формуле

$$n = \sin \varphi_1 / \sin \alpha.$$

Определение минимально возможного угла  $\varepsilon_{\min}$  отклонения луча используется в широко распространённом МНО, применение которого позволяет достичь наибольшей точности измерений показателя преломления [12]. В случае использования МНО можно измерить только углы  $\varepsilon_{\min}$ ,  $\alpha$ , а уравнение расчёта показателя преломления записать как

$$n = \sin[(\alpha + \varepsilon_{\min})/2] / \sin(\alpha/2). \quad (4)$$

В некоторых случаях применяют метод постоянного отклонения, когда значение  $\varepsilon$  постоянно. Тогда, кроме преломляющего угла  $\alpha$  необходимо измерить угол  $\varphi_2$ , а показатель преломления рассчитать по формуле (3) с учётом  $\varphi_1 = \varepsilon - \varphi_2 + \alpha$ . Таким образом, для расчёта показателя преломления рассмотренными методами преломляющий угол призмы должен быть предварительно определён с высокой точностью, что обычно требует двух последовательных измерений углового положения призмы. Поэтому разработка методов, не требующих измерения преломляющего угла призмы, является актуальной задачей.

В статье [13] описан вариант МНО, позволяющий одновременно определять показатель преломления и углы призмы. Однако данная модификация МНО отличается большой трудоёмкостью измерительных процедур, поскольку необходимо определить шесть различных углов наименьшего отклонения.

В [14] предложен способ измерения показателя преломления трёхгранной призмы методом постоянного отклонения с помощью гониометра: на пути проходящего через рабочие грани призмы луча устанавливали зеркало

<sup>1</sup> ГОСТ 28869-90. Материалы оптические. Методы измерений показателя преломления.

<sup>2</sup> ISO 21395-1:2020. Optics and photonics – Test method for refractive index of optical glasses – Part 1: Minimum deviation method.

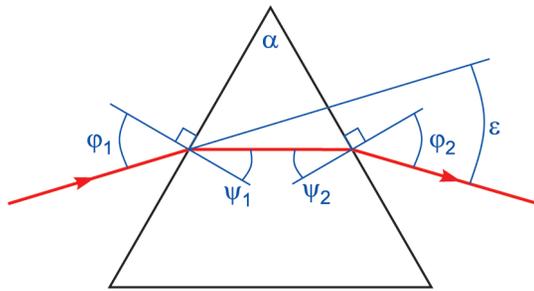


Рис. 1. Преломление луча на гранях призмы

Fig. 1. Refraction of the beam on the faces of the prism

и измеряли преломляющий угол призмы и углы падения, при которых происходит автоколлимация от зеркала. По измеренным значениям углов вычисляли показатель преломления. Данный метод можно модифицировать таким образом, чтобы избавиться от необходимости измерения  $\alpha$ .

**Модифицированный метод постоянного отклонения.** Рассмотрим модификацию метода постоянного отклонения. Суть предложенной авторами модификации метода постоянного отклонения состоит в следующем. Для расчёта показателя преломления необходимо выполнить следующие операции.

Измерить углы падения  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$ , соответствующие углу отклонения  $\varepsilon_1$  при достижении автоколлимации от неподвижного зеркала, закреплённого на пути преломлённого луча при изменении углового положения призмы.

Составить систему уравнений согласно (2):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varphi_{11} - \alpha + \arcsin\{n \sin[\alpha - \arcsin(\sin \varphi_{11}/n)]\}, \\ \varepsilon_1 &= \varphi_{12} - \alpha + \arcsin\{n \sin[\alpha - \arcsin(\sin \varphi_{12}/n)]\}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Найти относительный показатель преломления  $n$  материала призмы из решения системы (5).

Таким образом, при применении предложенной модификации необходимо измерить всего два угла  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$ , что уменьшает временные затраты и упрощает процесс измерений.

Так как измерение показателя преломления призмы происходит в воздушной среде, то абсолютный показатель преломления  $n_{\text{абс}}$  можно вычислить по формуле [6]:

$$n_{\text{абс}} = n n_{\text{взд}},$$

где  $n_{\text{взд}}$  – показатель преломления воздуха.

На рис. 3 изображена схема измерений. Призму 3 необходимо установить на поворотном предметном столе 4 так, чтобы ось вращения стола лежала на биссектрисе преломляющего угла, а входная грань была перпендикулярно падающему лучу 5. На пути преломлённого луча находится неподвижное зеркало 6 под углом  $\varepsilon_1$  относительно направления луча автоколлиматора 1, причём  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\text{min}}$ . При повороте предметного стола необходимо добиться регистрации двух сигналов на фотоприёмнике автоколлиматора,

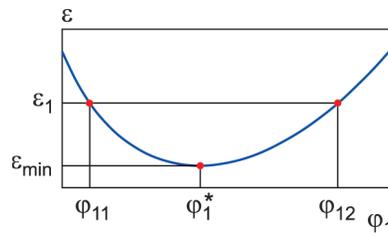


Рис. 2. Зависимость угла отклонения луча  $\varepsilon$  от угла падения  $\varphi_1$  на грань призмы

Fig. 2. Dependence of the angle of deflection of the beam  $\varepsilon$  from the angle of incidence  $\varphi_1$

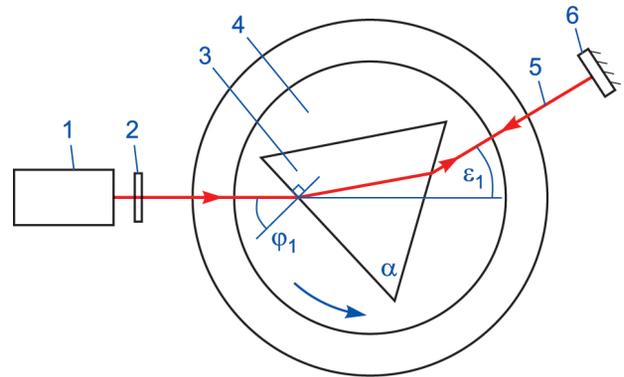


Рис. 3. Схема измерений угла отклонения луча:

1 – автоколлиматор; 2 – светофильтр; 3 – трёхгранная призма; 4 – вращающийся предметный стол; 5 – луч излучения; 6 – неподвижное зеркало

Fig. 3. Measurement scheme of beam deviation angle:

1 – autocollimator; 2 – filter; 3 – triangular prism; 4 – rotating object table; 5 – radiation beam; 6 – fixed mirror

соответствующих моментам отражения луча от зеркала, и измерить соответствующие углы падения  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$ . Затем из решения системы уравнений (5) можно найти относительный показатель преломления  $n$  материала призмы. Так как значение  $\varepsilon_1$  заранее известно, то после измерения углов  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  в системе из двух уравнений (5) остаётся два параметра  $n$ ,  $\alpha$  и существует её однозначное решение.

**Экспериментальные результаты.** Для реализации предложенного метода в настоящей работе применена гониометрическая система производства ООО «Инертех»<sup>3</sup> (Россия), предназначенная для измерения углов между плоскими поверхностями с абсолютной погрешностью не более  $\pm 0,25''$  при нормальных условиях эксплуатации. В качестве объекта исследования использована мера показателя преломления в виде трёхгранной призмы, изготовленной из оптического стекла марки К-8<sup>4</sup>.

Исследуемую призму устанавливали на предметном столе так, чтобы входная грань находилась перпендикулярно падающему лучу в поле зрения автоколлиматора, и выставляли начальное положение по изображению автоколлимационной марки. Стол с призмой поворачивали вокруг вертикальной оси с помощью двигателя либо ручки вращения, и определяли углы достижения автоколлимации

<sup>3</sup> ООО «Инертех» [сайт]: URL: <http://inertech-ltd.com> (дата обращения: 28.10.2022).

<sup>4</sup> ГОСТ 13659-78. Стекло оптическое бесцветное. Физико-химические характеристики. Основные параметры.

Экспериментальные результаты измерений и расчёта параметров для трёх граней призмы из стекла марки К-8

Номер грани	$\varphi_{11}$	$\varphi_{12}$	$\alpha$	$n$
1	33°56'25,0"	70°01'03,2"	60°00'48,0"	1,513927
2	33°56'18,4"	70°01'18,7"	60°00'58,6"	1,513870
3	33°57'06,7"	70°00'42,3"	60°01'09,7"	1,513912

после отражения луча от неподвижного зеркала ( $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$ ), значения которых фиксировались датчиком угла поворота предметного стола. Значения углов вычисляли по разности отсчётов в моменты автоколлимации.

Для получения показаний использовали персональный компьютер с установленным специализированным программным обеспечением GonioScan, предназначенным для управления гониометрической системой, вывода на экран автоколлимационной марки в режиме реального времени, отображения и передачи измерительной информации.

После измерения углов  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  рассчитали относительный показатель преломления  $n$  материала призмы, решив систему уравнений (5) с помощью пакета прикладного математического программного обеспечения. Для уменьшения погрешности провели многократные измерения для разных граней призмы и усреднили полученные результаты.

Таким образом, при использовании предложенной модификации отпадает необходимость измерения преломляющего угла, характерная для традиционных методов призмы. Значение  $\alpha$  при необходимости также можно найти из решения системы (5).

Углы измеряли в нормальных условиях<sup>5</sup> для трёх граней призмы в ручном режиме, каждый угол измеряли пятикратно с усреднением результатов. Для уменьшения погрешности измерений, вызванной размытием автоколлимационной марки из-за дисперсионных свойств стекла, применяли светофильтр Thorlabs FB 630-10 с центральной длиной волны (630±2) нм и полосой пропускания (10±2) нм. Отметим, что применение светофильтра значительно снижает яркость автоколлимационной марки, поэтому для реализации метода желательнее использовать лазерные источники излучения с дискретной длиной волны.

В таблице приведены усреднённые результаты, полученные в результате измерения углов достижения автоколлимации  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  для трёх граней призмы из стекла марки К-8. Значение  $\varepsilon_1$  при этом составляло 43°56'38,5". Также в таблице представлены результаты решения системы (5) по данным измерения углов достижения автоколлимации  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  с помощью функции «Поиск решений» Microsoft Excel (расчёт преломляющих углов  $\alpha$  и показателя преломления  $n$ ).

Среднее значение относительного показателя преломления составило 1,513903. Воспроизводимость результатов измерений можно оценить по среднему квадратическому отклонению, которое не превышает  $3 \cdot 10^{-5}$ .

Для оценки погрешности измерений сравним полученные результаты со значением показателя преломления призмы, измеренным на рассмотренной гониометрической системе с помощью МНО. Для этого были измерены значения  $\alpha$ ,  $\varepsilon_{\min}$  на каждой грани призмы в тех же условиях.

Абсолютная погрешность измерений  $\Delta n$ , рассчитанная при сравнении со средним значением  $n^*$ , полученным с помощью МНО по формуле (4), составила менее  $2,0 \cdot 10^{-4}$ . Полученный результат доказывает перспективу применения предложенного метода для измерения показателя преломления призм с неизвестными преломляющими углами. Абсолютная погрешность определения преломляющих углов составила не более 1' по сравнению со значениями, полученными после обработки результатов многократных измерений с помощью гониометрической системы. Для дальнейшего уменьшения погрешности можно использовать лазерные источники излучения и автоматизацию процесса измерений углов автоколлимации с усреднением полученных результатов.

**Заключение.** Предложенная в статье модификация метода постоянного отклонения позволяет упростить процесс измерений и при этом не требует измерения преломляющего угла призмы. Данный метод можно применять для трёхгранных призм из оптически прозрачных материалов, а также для жидких оптически прозрачных веществ, помещённых в полую трёхгранную призму.

Список источников

1. Конопелько Л. А. Рефрактометрические методы в физико-химических измерениях. М.: Триумф, 2020. 208 с.
2. Shehadeh A., Evangelou A., Kechagia D. et al., *Food Chemistry*, 2020, vol. 329, 127085. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2020.127085>
3. Xu M., Shao S., Weng N., Zhou L., Liu Q., Zhao Y., *Applied Science*, 2021, vol. 11(22), 10548. <https://doi.org/10.3390/app112210548>
4. OTI, Wilberforce J. O., Using Refractometer to Determine the Sugar Content in Soft Drinks Commonly Consumed, *IOSR Journal of Applied Chemistry (IOSR-JAC)*, 2016, vol. 9, no. 7, pp. 89–91, available at: <https://www.iosrjournals.org/iosr-jac/papers/vol9-isue7/Version-1/N0907018991.pdf> (assessed: 15.11.2022).
5. Golunov V. A., Gordeev K. V., Rykov K. N., *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information technologies*, 2021, vol. 13(4), pp. 435–442. <https://doi.org/10.17725/rensit.2021.13.435>
6. Kuiper M., Van de Nes A., Nieuwland R., Varga Z., Van der Pol E., *American Journal of Reproductive Immunology*, 2021, vol. 85(2), e13350. <https://doi.org/10.1111/aji.13350>
7. Vishnyakov G. N., Fricke A., Parkhomenko N. M., Hori Y., Pisani M., *Metrologia*, 2016, vol. 53, no. 1A, 02001. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/53/1A/02001>
8. Вишняков Г. Н., Левин Г. Г., Корнышева С. В. Государственный первичный эталон единицы показателя преломления // Измерительная техника. 2004. № 11. С. 3–6.

<sup>5</sup> ГОСТ 8.050-73. ГСИ. Нормальные условия выполнения линейных и угловых измерений.

9. Pavlov P. A., Filatov Yu. V., Zhuravleva I. B., *Optical Engineering*, 2021, vol. 60(7), 074105.  
<https://doi.org/10.1117/1.OE.60.7.074105>

10. Вишняков Г. Н., Левин Г. Г., Корнышева С. В., Зюзев Г. Н., Людомирский М. Б., Павлов П. А., Филатов Ю. В. Измерение показателя преломления на гониометре в динамическом режиме // *Оптический журнал*. 2005. Т. 72. № 12. С. 53–58. <https://www.elibrary.ru/hsorrv>

11. Иоффе Б. В. Рефрактометрические методы химии. Л.: Химия, 1974, 350 с.

12. Tilton L. W., *Prism Refractometry and Certain Goniometrical Requirements for Precision*, Forgotten Books, 2017.

13. Kuiper M., Koops R., Nieuwland R., Van der Pol E., *Metrologia*, 2022, vol. 59, no. 5, 055006.  
<https://doi.org/10.1088/1681-7575/ac8991>

14. Пат. SU 1578599 A1. Способ измерения показателя преломления оптического стекла / Демчук В. Ю. // *Открытия. Изобретения*. 1990. № 26.

## References

1. Konopel'ko L. A., *Refraktometricheskie metody v fiziko-khimicheskikh izmereniyakh*, Moscow, Triumph Publ., 2020, 224 p. (in Russ.)

2. Shehadeh A., Evangelou A., Kechagia D. et al., *Food Chemistry*, 2020, vol. 329, 127085.  
<https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2020.127085>

3. Xu M., Shao S., Weng N., Zhou L., Liu Q., Zhao Y., *Applied Science*, 2021, vol. 11(22), 10548.  
<https://doi.org/10.3390/app112210548>

4. OTI, Wilberforce J. O, Using Refractometer to Determine the Sugar Content in Soft Drinks Commonly Consumed,

*IOSR Journal of Applied Chemistry (IOSR-JAC)*, 2016, vol. 9, no. 7, pp. 89–91, available at: <https://www.iosrjournals.org/iosr-jac/papers/vol9-issue7/Version-1/N0907018991.pdf> (assessed: 15.11.2022).

5. Golunov V. A., Gordeev K. V., Rykov K. N., *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information technologies*, 2021, vol. 13(4), pp. 435–442. <https://doi.org/10.17725/rensit.2021.13.435>

6. Kuiper M., Van de Nes A., Nieuwland R., Varga Z., Van der Pol E., *American Journal of Reproductive Immunology*, 2021, vol. 85(2), e13350. <https://doi.org/10.1111/aji.13350>

7. Vishnyakov G. N., Fricke A., Parkhomenko N. M., Hori Y., Pisani M., *Metrologia*, 2016, vol. 53, no. 1A, 02001.  
<https://doi.org/10.1088/0026-1394/53/1A/02001>

8. Vishnyakov G. N., Levin G. G., Kornysheva S. V., *Measurement Techniques*, 2004, vol. 47, no. 11, pp. 1039–1043.  
<https://doi.org/10.1007/s11018-004-0001-0>

9. Pavlov P. A., Filatov Yu. V., Zhuravleva I. B., *Optical Engineering*, 2021, vol. 60(7), 074105.  
<https://doi.org/10.1117/1.OE.60.7.074105>

10. Vishnyakov G. N., Levin G. G., Kornysheva S. V., Zyuzev G. N., Lyudomirskii M. B., Pavlov P. A., Filatov Yu. V., *Journal of Optical Technology*, 2005, vol. 72, no. 12, pp. 929–933.  
<https://doi.org/10.1364/JOT.72.000929>

11. Ioffe B. V., *Refractometric Methods in Chemistry*, Leningrad, Khimiya Publ., 1974, 350 p. (in Russ.)

12. Tilton L. W., *Prism Refractometry and Certain Goniometrical Requirements for Precision*, Forgotten Books, 2017.

13. Kuiper M., Koops R., Nieuwland R., Van der Pol E., *Metrologia*, 2022, vol. 59, no. 5, 055006.  
<https://doi.org/10.1088/1681-7575/ac8991>

14. Demchuk V. Yu., Patent SU 1578599 A1, Byull. Izobret., no. 26 (1990).

*Статья поступила в редакцию 05.09.2022; одобрена после рецензирования 20.10.2022; принята к публикации 24.10.2022.*  
*The article was submitted 05.09.2022; approved after reviewing 20.10.2022; accepted for publication 24.10.2022.*