Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 1

1. Вычислить

$$\iint \sqrt{x+2y}dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2x,\ x = 2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины, ограниченной линиями $x^2+y^2 = 4,\ \ y = x/\sqrt{3},\ y = -x\ \ (y > 0)$, с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести полушара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ z \geq 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = z$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = (e^{3x} + 2\cos 2x\ \sin 3y)i + (3\sin 2x\ \cos 3y + \sqrt{y})j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0, 1)$ до $B(2, 1)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - x + y + 1/2}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 + 2x + 1$, $y = 1 - x^2$, $y = 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 7xi+(5\pi y+2)j+4\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y/2 + 4z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c\times\nabla u$, где $c = 3i+2k$, $u = zx^2+y^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 2

1. Вычислить
$$\iint \exp(3x-2y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=-x,\ y=2x,\ x=2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_Y пластины $S:\quad x^2+y^2\leqslant 16,\ x\geqslant 0$ с плотностью $\rho=x$.

3. Найдите массу и центр тяжести шара $x^2+y^2+z^2\leq 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{\sqrt{x+y}}\right)i+\left(e^{3y}+\frac{1}{\sqrt{x+y}}\right)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,3)$ до $B(3,1)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{x^2+y^2-6x+2y+10}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=2$, $y=-x$, $y=\sqrt{x+2}$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=9\pi xi+j-3zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/3+y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=i+3j-k$, $u=zx+3y^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 3

1. Вычислить
$$\iint \sin(2y - x)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = x/2,\ y = 1,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти полярный момент инерции пластины
$$S : x^2 + y^2 \leqslant 4,\ x \leqslant 0$$
с плотностью $\rho = -x$.

3. Найдите массу и центр тяжести полушара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = (1 + z)$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(-\sin 5x + \sqrt{\frac{y}{x}}\right) i + \left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{1}{\sin^2 3y}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1, 1/2)$ до $B(3, 1/5)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 2$, $y = 2 - x$, $y = \sqrt{x}$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = (2x + 1)i - yj + 3\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/3 + y + 2z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + j + k$, $u = z^2 - 4xy$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 4

1. Вычислить
$$\iint \cos(2x-y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=2-2x,\ y=0,\ x=0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_X пластины $S: \ \ x^2+y^2 \leqslant 4,\ x \geqslant 0$ с плотностью $\rho = x$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = x^2+y^2$, $z=1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1+z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(y^3e^x + \frac{1}{x+3}\right)i + (3\cos 3y + 3y^2e^x)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(3,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2+2y^2+12x-4y+20}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 0$, $y=4-x^2$, $y=2-x^2$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 7xi + 9\pi yj + k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y/3+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 3i+j+2k$, $u = xy-x+z$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 5

1. Вычислить
$$\iint \frac{dxdy}{(x+y+1)^2}$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2 - x,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины $S:\ \ x^2 + y^2 \leqslant 9,\ x \geqslant 0$ с плотностью $\rho = 2x + 1$.

3. Найдите массу и центр тяжести цилиндрического слоя $1 \le x^2 + y^2 \le 4$, заключенного между плоскостями $z = 0$, $z = 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{1+x^2} + e^{2y}\cos 2x\right) i + \left(\frac{1}{y} + e^{2y}\sin 2x\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(3,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - x + 3y + 5/2}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 - 4x + 4$, $y = (x-2)(4-x)$, $y = 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = i + 5yj + 11\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y + z/2 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i + j + 3k$, $u = xy + yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 6

1. Вычислить
$$\iint \sqrt{4y-3x}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 3x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_X пластины $S: \quad x^2+y^2 \leqslant 16,\ y \geqslant 0$ с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести цилиндрического слоя $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, заключенного между плоскостями $z = 0$, $z = 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1 + z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2e^{2x+3y}\right) i + \left(3e^{2x+3y} + \frac{1}{2\sqrt{y}}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,1)$ до $B(1,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2+2y^2-2x-6y+5}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = -4x-x^2$, $y = -x^2-2x$, $y = 0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = xi + (\pi z - 1)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + y/2 + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + 3j + k$, $u = xy + y + z$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 7

1. Вычислить

$$\iint e^{3x-2y}dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y=-2x,\ y=x,\ x=2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2.Найти массу пластины

$$D=\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 3\\ -2x\leqslant y\leqslant 3x.\end{cases}$$

с плотностью $\rho=x$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=1$, $z=x+1$, $z=2x+2$, если плотность задана следующим образом: $\rho=1$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F}=\left(e^{5x}+\frac{1}{\sqrt{x+y}}\right)i+\left(\frac{1}{\sqrt{x+y}}+\frac{1}{3+y^2}\right)j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,4)$ до $B(2,2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{4x^2+4y^2+4x-12y+10}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=3-x^2-2x$, $y=1-x^2$, $y=0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=5\pi xi+(9y+1)j+4\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2+y/3+z/2=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=2i+3j+k$, $u=xy+y+z$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 8

1. Вычислить
$$\iint \sin(2y-3x)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = 2x,\ y = 2,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины Найти массу пластины
$$D = \begin{cases} 1 \leqslant x \leqslant 2 \\ 2x \leqslant y \leqslant 4x. \end{cases}$$
$\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $z = 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{x+y}\right) i + \left(\frac{1}{x+y} + \sin 5y\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(-1, 2)$ до $B(1, 3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 8x - 6y + 25}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 4 - x^2$, $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 2i - yj + 3\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/3 + y + z/4 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i + 2j + k$, $u = zxy$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 9

1. Вычислить
$$\iint \cos(2x+y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = 4-2x,\ y = 0,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$D = \begin{cases} 2 \leqslant x \leqslant 3 \\ -3x \leqslant y \leqslant 2x. \end{cases}$$
с плотностью $\rho = x$.

3. Найдите массу и центр тяжести четверти полушара $x^2+y^2+z^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\sin 3x + \frac{e^{2y}}{2\sqrt{x}}\right) i + (2\sqrt{x}e^{2y} + y^7) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(2,1)$ до $B(3,2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2+2y^2-12x+16y+50}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 3-x^2+2x$, $y = 1-x^2$, $y = 0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 9\pi x i + (5y+1) j + 2\pi z k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $3x + y + z/9 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i + j + 2k$, $u = xy - z^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 10

1. Вычислить
$$\iint \frac{dxdy}{(2x+y+1)^2}$$
по области ограниченной прямыми $y = 2x,\ y = 3-x,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти центр тяжести пластины
$$D = \begin{cases} 2 \leqslant x \leqslant 4 \\ x \leqslant y \leqslant 3x. \end{cases}$$
с плотностью $\rho = x$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2+y^2}$, $z = 0$, $z = 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{x} + e^{2x}\sin 2y\right) i + \left(e^{2x}\cos 2y + \frac{1}{4+y^2}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(3,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2+y^2+6x-8y+25}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 4x - x^2$, $y = (x-2)(4-x)$, $y = 0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 7\pi x i + 2\pi y j + (7z+2)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y + z/2 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i+j+k$, $u = xy - yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 11

1. Вычислить

$$\iint \sqrt{2x+y}dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины

$$D = \begin{cases} 1 \leqslant x \leqslant 3 \\ 2x \leqslant y \leqslant 4x. \end{cases}$$

с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести полушара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - e^{3x}\operatorname{ctg} 2y\right) i + \left(\frac{2e^{3x}}{3\sin^2 2y} + \frac{1}{\cos^2 3y}\right) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0, 1/10)$ до $B(1/2, 1/5)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{9(x^2+y^2) + 6(x-y) + 2}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 + 4x + 4$, $y = -3x - 6$, $y = -x - 2$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = \pi y j + (4 - 2z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + y/3 + z/4 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i+j+k$, $u = xy+yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 12

1. Вычислить интеграл
$$\iint e^{2x-3y}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=-x,\ y=2x,\ x=1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$S:\ \ 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4, \geqslant 0$$
с плотностью $\rho=y$.

3. Найдите массу и центр тяжести цилиндрического слоя $4\leq x^2+y^2\leq 9$, заключенного между плоскостями $z=0$, $z=1$, если плотность задана следующим образом: $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{\cos 3y}{x}\right)i+\left(3\sin 3y\ln x+\frac{1}{2y+5}\right)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(2,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{2x^2+2y^2+16x-4y+34}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=x^2+2x+1$, $y=-3x-3$, $y=-x-1$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=(3\pi-1)xi+(9\pi y+1)j+6\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2+y/3+z/9=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=i-j+k$, $u=z^3-2yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 13

1. Вычислить
$$\iint \cos(2y-x)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=2x,\ y=1,\ x=0$ и найти координаты центра тяжести этой области

2. Найти массу пластины
$$S:\ \ 4\leqslant x^2+y^2\leqslant 9,\ x\geqslant 0$$
с плотностью $\rho=x$.

3. Найдите массу и центр тяжести шара $x^2+y^2+z^2\leq 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(\frac{1}{\cos^2 3x}+\frac{e^{5y}}{\sqrt{1-x^2}}\right)i+(\cos 3y+5e^{5y}\arcsin x)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,1)$ до $B(1/2,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{x^2+y^2-8x+2y+17}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=x^2$, $y=-x$, $y=-3x$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=\pi xi+\pi yj+(4-2z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x+y/3+z/4=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=-i+j+k$, $u=-3zx+y^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 14

1. Вычислить
$$\iint \sin(x-3y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = 1 - x,\ y = 0,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$D = \begin{cases} 2 \leqslant x \leqslant 5 \\ x \leqslant y \leqslant 3x. \end{cases}$$
с плотностью $\rho = y$

3. Найдите массу и центр тяжести тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y + z{=}1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = y$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\cos 2x + \frac{\operatorname{arctg} y}{\cos^2 x}\right) i + \left(y^{10} + \frac{\operatorname{tg} x}{1+y^2}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0, 2)$ до $B(1, 5)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 4x - 16y + 34}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 - 2x + 1$, $y = 3 - 3x$, $y = 1 - x$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = (5y + 3)j + 11\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y/3 + 4z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + k$, $u = xy + yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 15

1. Вычислить

$$\iint \frac{dxdy}{(2x+y+1)^2}$$

по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 1 - x,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины

$$D = \begin{cases} 1 \leqslant x \leqslant 4 \\ x \leqslant y \leqslant 2x. \end{cases}$$

с плотностью $\rho = y$

3. Найдите массу и центр тяжести эллипсоида $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 16$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = \left(\cos 2x \arcsin y + \frac{1}{x}\right) i + \left(e^{2y} + \frac{\sin 2x}{2\sqrt{1-y^2}}\right) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,0)$ до $B(2,1/2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 8y + 17}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 2 - x$, $y = 6 - 3x$, $y = x^2 - 4x + 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 9\pi y j + (7z+1)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i - 2k$, $u = xy + xz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 16

1. Вычислить
$$\iint \sqrt{3y-2x}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_Y пластины $S : x^2 + y^2 \leqslant 1, x \geqslant 0$ с плотностью $\rho = x$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 8$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 4$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\cos^2 2x} + \frac{2e^{3y}}{3\sin^2 2x}\right) i + \left(-\operatorname{ctg} 2xe^{3y} + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1/2, 1/2)$ до $B(1, 1/2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 2(x - y + 1)}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 + 4x + 4$, $y = -(x + 2)(x + 4)$, $y = 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = \pi xi + 2j + 2\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2 + y/3 + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + j$, $u = x^2 z + y^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 17

1. Вычислить
$$\iint \exp(2x-3y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=-x,\ y=2x,\ x=2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_Y пластины $S: \ \ x^2+y^2 \leqslant 1, y \geqslant 0$ с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести призмы, ограниченной плоскостями $x=0$, $y=1$, $z=0$, $y=3$, $x+2z=3$, если плотность задана следующим образом: $\rho=1$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sin 3x \ln y\right) i + \left(-\frac{\cos 3x}{y} + \frac{1}{\sin^2 5y}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(1,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2+2y^2+2x-2y+1}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=x^2+2x+1$, $y=-(x+1)(x+3)$, $y=4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 4\pi x i + 7\pi y j + (2z+1)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x+y/3+2z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i+2j+k$, $u = zx+y$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 18

1. Вычислить

$$\iint \cos(3y - 2x)dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y = 3x,\ y = 1,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины

$$D = \begin{cases} 2 \leqslant x \leqslant 5 \\ x \leqslant y \leqslant 3x. \end{cases}$$

с плотностью $\rho = y$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = x^2 + y^2$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = (\cos 3x + 5e^{5x} \arcsin y)i + \left(\frac{e^{5x}}{\sqrt{1 - y^2}} + \frac{1}{\cos^2 3y} \right) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(2, 0)$ до $B(1, 1/10)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{4x^2 + 4y^2 - 4x + 4y + 2}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 4$, $y = -x^2 - 2x$, $y = x^2$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 3\pi xi + 6\pi yj + 10k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + y + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i - 2j + k$, $u = yz - x$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 19

1. Вычислить
$$\iint \sin(x+2y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=3-2x, y=0, x=0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$D=\begin{cases}3\leqslant x\leqslant 4\\ -x\leqslant y\leqslant 2x.\end{cases}$$
с плотностью $\rho=x$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2+z=1$, $z=0$, если плотность задана следующим образом: $\rho=1-z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(x^{10}+\frac{\operatorname{tg} y}{1+x^2}\right)i+\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{\cos^2 y}+\frac{1}{y}\right)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,1)$ до $B(2,3/2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{2x^2+2y^2+8(x-y)+16}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=4$, $y=-(x-1)(x+1)$, $y=x^2-2x+1$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=\pi xi-2yj+k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x+y/6+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=2i+k$, $u=x^2+2yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 20

1. Вычислить
$$\iint \frac{dxdy}{(x+2y+1)^2}$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2 - x,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_Y пластины
$$S: \ \ x^2 + y^2 \leqslant 1,\ x \geqslant 0,\ y \geqslant 0$$
с плотностью $\rho = x$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(e^{2x} + \frac{\sin 2y}{2\sqrt{1-x^2}}\right) i + \left(\arcsin x \cos 2y + \frac{1}{y}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,1)$ до $B(1/2,2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4(x+y) + 8}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 2x - x^2$, $y = 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = (21\pi - 1)xi + 62\pi yj + (1 - 2\pi z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $8x + y/2 + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i - j + k$, $u = xyz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 21

1. Вычислить
$$\iint\limits_S \sqrt{3x+2y}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 3x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_X пластины
$$S: \quad x^2 + y^2 \leqslant 1,\ x \geqslant 0,\ y \geqslant 0$$
с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести куба $0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = (x + y + z)$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(3\sin 2y \cos 3x + \frac{1}{x}\right) i + (2\cos 2y \sin 3x + e^{2y})j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(3,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 12x - 8y + 26}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 0$, $y = -4x - x^2$, $y = -(x+2)(x+4)\}$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = \pi x i + 2\pi y j + 2k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2 + y/4 + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + j - k$, $u = 3zx + 2y^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля

ДПМ 2-й курс, 2-й модуль

Вариант № 22

1. Вычислить

$$\iint \exp(4x - 2y)dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y = -2x,\ y = x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины

$$S: \ \ x^2 + y^2 \leqslant 9,\ y \geqslant x$$

с плотностью $\rho = x^2 + y^2$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $2x + 3y - 12 = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = y^2/2$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = \left(e^{x+y} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) i + \left(\frac{1}{2 + y^2} + e^{x+y}\right) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1, 2)$ до $B(4, 5)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 0$, $y = 3 - 2x - x^2$, $y = -(x + 1)(x + 3)$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 9\pi xi + 2\pi yj + 8k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + 8y + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + j + 2k$, $u = 2zx + yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 23

1. Вычислить
$$\iint \sin(2x-3y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=x,\ y=2,\ x=0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$S:\ \ x^2+y^2 \leqslant 4,\ x+y \geqslant 0$$
с плотностью $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

3. Найдите массу и центр тяжести шара $x^2+y^2+z^2 \leq 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho=|z|$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{1}{\sin^2 3x}\right)i+\left(\sin 5y+\sqrt{\frac{x}{y}}\right)j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,1)$ до $B(1/2,2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{2x^2+2y^2+8x-12y+26}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=0$, $y=4-x^2$, $y=-x^2-2x$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=7xi+(4y+1)j+2\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/3+2y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=2i-j+2k$, $u=3y^2+xz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 24

1. Вычислить
$$\iint \cos(2x-y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = 2-3x,\ y = 0,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$D = \begin{cases} 1 \leqslant x \leqslant 3 \\ -3x \leqslant y \leqslant 2x. \end{cases}$$
с плотностью $\rho = x$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $z = x^2+y^2$, $z = 1$, если плотность задана следующим образом: $\rho = (1+z)$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{3-x^2}}\right) i + \left(e^{-y} + \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{y}}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,1)$ до $B(1,4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2+y^2-4x+6y+13}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 0$, $y = 3+2x-x^2$, $y = 1-x^2$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 6xi + 3\pi yj + 10k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + y/2 + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2\overline{x} - j + 2k$, $u = 3y^2 + xz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 25

1. Вычислить

$$\iint \frac{dxdy}{(x+2y+1)^2}$$

по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 3x,\ x = 1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины

$$D = \begin{cases} 2 \leqslant x \leqslant 4 \\ x \leqslant y \leqslant 2x. \end{cases}$$

с плотностью $\rho = y$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z = 1$, $z = 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = z^2$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = \left(y^3 e^x + \frac{1}{x+3}\right) i + (3\cos 3y + 3y^2 e^x) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1, 2)$ до $B(3, 4)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 12y - 4x + 20}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = 0$, $y = 4x - x^2$, $y = 2x - x^2$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = (\pi - 1)xi + 2\pi yj + (1 - \pi z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/4 + y/2 + z/3 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i - j + k$, $u = x^2 + y + z^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 26

1. Вычислить
$$\iint \sqrt{4y-x}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=x,\ y=x/2,\ x=1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти центр тяжести пластины
$$D=\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 2\\ -3x\leqslant y\leqslant x.\end{cases}$$
с плотностью $\rho=x$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x+y=1$, $z=x^2+y^2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, если плотность задана следующим образом: $\rho=z$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=(e^{3x}+2\cos 2x\sin 3y)i+(3\sin 2x\cos 3y+\sqrt{y})j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,1)$ до $B(2,1)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{x^2+y^2-6x+2y+10}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=2$, $y=-x$, $y=\sqrt{x+2}$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=\pi xi+\pi yj+(4-2z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x+y/3+z/4=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=i+2j+k$, $u=x^2z+y$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 27

1. Вычислить
$$\iint e^{4x-2y}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y=-x,\ y=3x,\ x=1$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$D=\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 1\\ -3x\leqslant y\leqslant 3x.\end{cases}$$
с плотностью $\rho=x$

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2+z=1$, $z=0$, если плотность задана следующим образом: $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F}=\left(\frac{1}{5+x^2}+e^{x+y}\right)i+(e^{x+y}+\sqrt{y})j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,0)$ до $B(2,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z=\sqrt{x^2+y^2+2x-6y+10}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y=2$, $y=1-x$, $y=\sqrt{x+1}$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F}=5xi+(1-2y)j+4\pi zk$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2+4y+z/3=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F}=c\times\nabla u$, где $c=2i+j+k$, $u=x^2+y+z$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 28

1. Вычислить
$$\iint \sin(2x-3y)dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = \frac{x}{2},\ y = 1,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти массу пластины
$$S: \quad x^2 + y^2 \leqslant 9,\ x \geqslant 0,\ y \leqslant 0$$
с плотностью $\rho = x^2 + y^2$.

3. Найдите массу и центр тяжести призмы, ограниченной плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $y = 1$, $x + 2z = 3$, если плотность задана следующим образом: $\rho = x$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(x^{10} + \frac{\operatorname{tg} y}{1+x^2}\right) i + \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{\cos^2 y} + \frac{1}{y}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,1)$ до $B(2,3/2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 8(x-y) + 16}z =$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2 - 2x + 1$, $y = -(x-1)(x+1)$, $y = 4$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = \pi x i + 2j + 2\pi z k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x/2 + y/3 + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i + j + k$, $u = x^2 + yz$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 29

1. Вычислить

$$\iint \cos(y+2x)dxdy$$

по области ограниченной прямыми $y = 4-2x,\ y = 0,\ x = 0$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти момент инерции I_X пластины

$$S: \ \ x^2+y^2 \leqslant 4,\ y \geqslant 0$$

с плотностью $\rho = y$.

3. Найдите массу и центр тяжести тела, ограниченного поверхностями $x = 2y^2$, $x+2y+z = 4$, $y = 0$, $z = 0$, если плотность задана следующим образом: $\rho = 1$.

4. Докажите, что поле

$$\overline{F} = \left(e^{5x} + \frac{1}{\sqrt{x+y}}\right) i + \left(\frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{3+y^2}\right) j$$

является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(0,4)$ до $B(2,2)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{4x^2+4y^2+4x+12y+10}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = -x^2-2x+3$, $y = 1-x^2$, $y = 0$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = \pi yj + (4-2z)k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $2x + y/3 + z/4 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = i+j+2k$, $u = xy - z^2$.

Домашнее задание. Кратные интегралы и теория поля
ДПМ 2-й курс, 2-й модуль
Вариант № 30

1. Вычислить
$$\iint \sqrt{x+2y}dxdy$$
по области ограниченной прямыми $y = x,\ y = 2x,\ x = 2$ и найти координаты центра тяжести этой области.

2. Найти полярный момент инерции пластины
$$S: \ \ x^2 + y^2 \leqslant 4,\ x \leqslant 0$$
с плотностью $\rho = -x$.

3. Найдите массу и центр тяжести эллипсоида $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 16$, если плотность задана следующим образом: $\rho = |z|$.

4. Докажите, что поле
$$\overline{F} = \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos 3y}{x}\right) i + \left(3\sin 3y \ln x + \frac{1}{2y+5}\right) j$$
является потенциальным. Найдите потенциал и вычислите работу этого поля на пути от $A(1,2)$ до $B(2,3)$.

5. Вычислите площадь поверхности, являющейся графиком функции $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 8x + 2y + 17}$, заданной в области, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = -x$, $y = -3x$.

6. Пользуясь формулой Остроградского–Гаусса найдите поток поля $\overline{F} = 7xi + 9\pi yj + k$ через поверхность тетраэдра, ограниченного плоскостями $x + y/3 + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Вычислите этот же поток непосредственно и убедитесь в совпадении результатов.

7. Найдите дивергенцию и ротор поля $\overline{F} = c \times \nabla u$, где $c = 2i + k$, $u = xy + yz$.