

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 1.

1. Дана функция $f(x, y) = 4/(x^2 + y^2) - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = xe^y \cos x + ye^y \sin x + x^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^2y + xy^2$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{10x - y} + x^2 - 4xy = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 3x^2y - 2xy^2 + 18xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 2x - 3y + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 2.

1. Дана функция $f(x, y) = x + \sqrt{y}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = ye^y \cos x - xe^y \sin x + y^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (\pi/2, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^3y^2 + xy^2$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 2)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + 3y^2 - 5x^4 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^2y + 3xy^2 - 18xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + 2y^2 + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 3.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = xe^x \cos y - ye^x \sin y$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, -\pi/2)$.

3. Дана функция $f(x, y) = xy^2 + x^3 + y$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (2, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$5x^y - 3x^2y^2 - 2y^x = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = (x^2 - 6x)(y^2 + 2y)$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + y^2 + y - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 4.

1. Дана функция $f(x, y) = \frac{1}{2} - \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1/2$, $f(x, y) = 1/2$.

2. Дана функция $f(x, y) = ye^x \cos y + xe^x \sin y + e^x$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = xy + x^2y^2$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (-1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{4xy}{x+y} + x^5 - 3\sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = (x^2 + 6x)(y^2 - 4y)$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 4x^3 + 3y - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 5.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln(y^2 - 4x + 8)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\ln 2$, $f(x, y) = \ln 2$.

2. Дана функция $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^y \cos x + 2xye^y \sin x + x^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^2 - y^2x$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (2, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3x^5 + 4\sqrt{xy} - 7y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = z = x^3y - 3xy - y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 5x^3 - 5y + z^2 + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 6.

1. Дана функция $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 3)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\pi/6$, $f(x, y) = \pi/6$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + 2xye^y \cos x + (y^2 - x^2)e^y \sin x$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (-1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \sin(xy) + y^2$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{5x - y} + 3x^3 - 5y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^3y - 6xy + y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + y^3 + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 7.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln \sin(x^2 + y^2)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\ln 2$, $f(x, y) = -(\ln 2)/2$.

2. Дана функция $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^x \cos y - 2xye^x \sin y$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (2, 3)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \cos(xy^2)$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{5y - 4x} + 3x^4 - 4y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^2 + xy^3 - 3yx$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 6x - x^2 - 8y + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 8.

1. Дана функция $f(x, y) = \arcsin(y/x)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\pi/6$, $f(x, y) = \pi/6$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + 2xye^x \cos y + (x^2 - y^2)e^x \sin y$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (3, 2)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{tg}(x^2y)$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$(3 - y)^x - \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = xy^3 - 12xy + x^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + 2y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 9.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{x+y} - \sqrt{x}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^x + y \ln(x^2 + y^2) - 2x \operatorname{arctg}(x/y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{ctg}(x^2 y^2)$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{3\sqrt{x}}{y^2} + \frac{2\sqrt{y}}{x^2} - 5xy = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + 3xy^2 - 3x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x^3 - y^3 + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 10.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln(xy)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + x \ln(x^2 + y^2) + 2y \operatorname{arctg}(x/y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \ln \cos(xy)$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$4x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - 2x - 3y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 4x^3 + 3xy^2 - 12x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = xy + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 11.

1. Дана функция $f(x, y) = y + 1/\sqrt{x}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x \ln(x^2 + y^2) - 2y \arctg(y/x) + y^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = y \ln x + x \ln y$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3\sqrt{xy} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} - y^6 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = y^3 + 3x^2y - 3y$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x^3 + y + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 12.

1. Дана функция $f(x, y) = 1/x + 1/y$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = y \ln(x^2 + y^2) + 2x \arctg(y/x) + x^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = e^{xy}$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{5x - 4y} + xy - 2y^5 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = y^3 + 12x^2y - 12y$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = -x + y + y^2$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 13.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{x + \sqrt{y}} - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 2$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^{x-2xy} \cos(x^2 - y^2 + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = e^{x^2y}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$10x^y - 5y^x - 5x^3y = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^3y + xy^2 - 10xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + y - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 14.

1. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{arctg}(1/(x^2 - y^2))$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = \pi/6$, $f(x, y) = -\pi/4$, $f(x, y) = \pi/4$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^y + e^{x-2xy} \sin(x^2 - y^2 + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (-1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \sin(xy^2)$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{4x}{y^2} - \frac{3y}{x^2} - \sqrt{xy} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3y - xy^2 - 20xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 15.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{y - \ln x} - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + e^{x^2 - y^2 + x} \cos(2xy + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \sin e^{xy}$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$5x^2y^3 - 3x^3y - 2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 3xy^3 - yx^2 - 15xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + 3y + y^2 + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 16.

1. Дана функция $f(x, y) = 1/(x^2 - y^2)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 1$, $f(x, y) = -1/4$, $f(x, y) = 1/4$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + e^{x^2 - y^2 + x} \sin(2xy + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = e^{\sin(xy)}$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3\frac{x}{\sqrt{y}} + 2\frac{y}{\sqrt{x}} - 5xy = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = xy^3 + x^2y - 20xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x^3 + 2y - 4z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 17.

1. Дана функция $f(x, y) = \arccos(x/(x+y))$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = \pi$, $f(x, y) = \pi/2$.

2. Дана функция $f(x, y) = x/(x^2 + y^2) + \arctg(y/x) + e^x$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \cos e^{xy^2}$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{8x - 7y} + 2xy - 3y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 - xy^2 - 3x^2 + 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = yz - x$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 18.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 1/\sqrt{2}$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^{xy} + \arctg(x/y) + y/(x^2 + y^2)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^y$. Запишите для этой функции формулу линейаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$7x^y - 3y^x - 4\sqrt{xy} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 4x^3 - xy^2 - 12x^2 + 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x^3 + y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 19.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 1/2$.

2. Дана функция $f(x, y) = \arctg((3x + 2y)/(2x - 3y)) + x^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (2, -3)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^{xy}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{2x^3}{y} - \frac{y^2}{x} - x^5 y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = y^3 - x^2 y + 3y^2 - 3x^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 3x - y^3 + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 20.

1. Дана функция $f(x, y) = \arcsin(x/y^2)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\pi/6$, $f(x, y) = \pi/6$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^{2x-3y} \cos(3x + 2y) + y^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, -1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (xy)^x$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3x^5 - 2yx - y^5 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 4y^3 - x^2 y - 12y^2 + 3x^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 2xy + z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 21.

1. Дана функция $f(x, y) = y + \sqrt{x-2}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -2$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + e^{5x-2y} \sin(2x + 5y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, -1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = y^{\sin x}$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$4\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} - 5x^3y^4 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^2y - xy^2 - 3xy + 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 5x + 4y^2 + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 22.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln \cos(x^2 + y^2)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\ln 2$, $f(x, y) = -(\ln 2)/2$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + \arctg(2xy/(x^2 - y^2))$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = y^{\cos(xy)}$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{3y - 2x} - 4x^3 + 3\sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^2y - xy^2 + 6xy - 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = 3x + y + z^2$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 23.

1. Дана функция $f(x, y) = y + \ln tg x$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{arctg}((x^2 - y^2)/2xy) + x^2$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (\cos x)^y$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$xe^{y-1} + ye^{x-1} - 2x^2y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 5xy^2 - x^2y - 15xy + 3x^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = xy - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 24.

1. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{arctg}(y/x^2)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\pi/4$, $f(x, y) = \pi/4$.

2. Дана функция $f(x, y) = \operatorname{arctg}(2xy/(x^2 - y^2)) + e^{xy}$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (\sin y)^x$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{3x}{y} - \frac{y^2}{x} - 2x\sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = xy^2 - x^2y - 15xy + 15x^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + y - y^2 - 12z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 25.

1. Дана функция $f(x, y) = 1/\sqrt{4x^2 - y}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 1$, $f(x, y) = 2$, $f(x, y) = 3$.

2. Дана функция $f(x, y) = \arctg(x/y - y/x)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (xy)^{\sin x}$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$5x^2 - 2x^3y^5 - 3\sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^2y - y^3 + 6y^2 - 9y$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + 2y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 26.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln(x^2 - 2y)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + \ln(x^2 + y^2) + \arctg(y/x)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (xy)^{\sin(x^2y)}$. Запишите для этой функции формулу линейной аппроксимации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$2\sqrt{\frac{y}{x}} + 3\sqrt{\frac{x}{y}} - 5x^2y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 4x^2y - y^3 + 12y^2 - 36y$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x - y - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 27.

1. Дана функция $f(x, y) = \arccos(x/y)$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = \pi$, $f(x, y) = \pi/3$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + \arctg(x/y) - \ln(x^2 + y^2)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (\cos(xy))^y$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{3x - 2y} + 2x^3 - 3x^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = xy^2 - x^3 - 6x^2 - 9x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + y^2 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 28.

1. Дана функция $f(x, y) = \ln \sqrt{xy}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -\ln 2$, $f(x, y) = \ln 2$.

2. Дана функция $f(x, y) = e^{xy} + (x + 1)/(x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (-1, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^{\cos(x^2 y^2)}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (2, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3x^y + 4y^x - 7xy = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = xy^2 - x^3 + 18x^2 - 81x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = -xy + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 29.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2} - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = \cos(xy) + \arctg((2y + 3x)/(2x - 3y))$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (3, -2)$.

3. Дана функция $f(x, y) = e^{x \sin y}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{2x}{y} + \frac{3y}{x} - 5xy = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^4 + y^4 - 2x^2y^2 - 2x^2 - 2y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = y - x + y^2 + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 30.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4y^2} - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = \sin(xy) + \arctg((x+2)/(y-5))$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (-2, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = (\sin(xy))^{\ln y}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$4x^5 + x^3y^3 - 5y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 16x^4 + y^4 - 8x^2y^2 - 32x^2 - 8y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + 4y - xz$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 31.

1. Дана функция $f(x, y) = 4/(x^2 + y^2) - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = xe^x \cos y - ye^x \sin y$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, -\pi/2)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^2 - y^2x$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (2, -1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\sqrt{5y - 4x} + 3x^4 - 4y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + 3xy^2 - 3x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x^3 + y - y^2 + z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 32.

1. Дана функция $f(x, y) = x + \sqrt{y}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = ye^x \cos y + xe^x \sin y + e^x$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \sin(xy) + y^2$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$(3 - y)^x - \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 4x^3 + 3xy^2 - 12x$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = xy + xz - yz$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 33.

1. Дана функция $f(x, y) = \sqrt{x + \sqrt{y}} - 1$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 2$, $f(x, y) = 1$.

2. Дана функция $f(x, y) = x^2 + e^{x^2 - y^2 + x} \cos(2xy + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = \cos e^{xy^2}$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$\frac{2x^3}{y} - \frac{y^2}{x} - x^5 y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^2 y - xy^2 - 3xy + 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = xy - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....

Домашнее задание. Функции нескольких переменных. 1-й курс, 4-й модуль, ДПМ
Вариант № 34.

1. Дана функция $f(x, y) = \arctg(1/(x^2 - y^2))$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = \pi/6$, $f(x, y) = -\pi/4$, $f(x, y) = \pi/4$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + e^{x^2 - y^2 + x} \sin(2xy + y)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

3. Дана функция $f(x, y) = x^y$. Запишите для этой функции формулу линеаризации в точке $(x_0, y_0) = (1, 1)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$3x^5 - 2yx - y^5 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^2 y - xy^2 + 6xy - 3y^2$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + x^2 + y - y^2 - z$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Домашнее задание. Функции нескольких переменных.

4-й модуль, ФПМиК

Вариант № ОБРАЗЕЦ.

1. Дана функция $f(x, y) = 1/\sqrt{4x^2 - y}$. На плоскости XOY изобразите множество, где функция f определена. Является ли это множество открытым, замкнутым, областью? Изобразите области $f(x, y) > 0$, $f(x, y) < 0$, а также линии уровня $f(x, y) = 1$, $f(x, y) = 2$, $f(x, y) = 3$.

2. Дана функция $f(x, y) = y^2 + \arctg(x/y) - \ln(x^2 + y^2)$. Найдите все производные первого и второго порядка этой функции и вычислите их значения в точке $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

3. Дана функция $f(x, y) = e^{x \sin y}$. Запишите для этой функции формулу линейризации в точке $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Запишите уравнение касательной плоскости к графику этой функции в соответствующей точке.

4. Функция $y = y(x)$ задана неявно условиями

$$4x^5 + x^3y^3 - 5y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Запишите для этой функции формулу Тейлора–Пеано второго порядка в точке $x_0 = 1$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 2x^2y + 3xy^2 - 18xy$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $w = x + 2y^3 - z^3$ в шаре $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

.....