

ФИО: \_\_\_\_\_

Инструкции:

- на работу отводится 150 минут;
- экзаменационный вариант состоит из двух частей;
- к задачам первой части нужно указать только ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби (каждая задача оценивается в 2 балла);
- к задачам второй части необходимо написать полное решение и указать ответ в специальном поле (каждая задача оценивается в 4 балла);
- если отведенного на решение места недостаточно, можно использовать дополнительные пустые листы.

**Часть 1.** Для задач этой части укажите только ответ — не приводите полные решения задач. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

**Задача 1.** (2 балла) Найдите значение выражения  $\cos(\arcsin \frac{3}{5})$ .

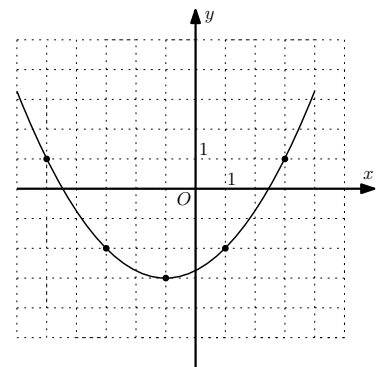
**Ответ:** 0.8

**Задача 2.** (2 балла) Стоимость онлайн курса по математике на 17% выше, чем стоимость курса по русскому языку. А стоимость курса по информатике на 10% ниже, чем стоимость курса по русскому языку. Во сколько раз курс по математике дороже курса по информатике?

**Ответ:** 1.3

**Задача 3.** (2 балла) График функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  изображен на рисунке справа. Определите значение коэффициента  $b$ .

**Ответ:** 0.5

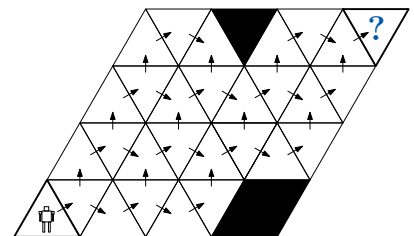


**Задача 4.** (2 балла) В сезон гриппа каждый независимо от других заболевает с вероятностью  $\frac{2}{3}$ . Компания закрывает отдел на карантин, если в нем хотя бы 40% сотрудников больны. Какова вероятность, что отдел из четырех сотрудников закроют на карантин в сезон гриппа? Ответ округлите до сотых.

**Ответ:** 0.89

**Задача 5.** (2 балла) Робот находится в нижнем левом углу доски с треугольными ячейками. За один ход он может передвинуться в соседнюю по стороне ячейку справа или сверху (т.е. по направлению стрелок на рисунке справа), но не может заходить на закрашенные ячейки. Сколькими способами робот может попасть в верхнюю правую ячейку?

**Ответ:** 15



**Задача 6.** (2 балла) Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — различные корни уравнения  $x^2 - 50x + 20 = 0$ . Найдите  $\frac{x_1^2 + x_2^2}{10}$ .

**Ответ:** 246

**Часть 2.** Для задач этой части напишите полные решения.

**Задача 7.** (4 балла) Решите неравенство:  $\frac{x \cdot 2^{x+1} - 8x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$ .

**Ответ:**  $[\frac{1}{2}; 2) \cup (2; 5)$

**Задача 8.** (4 балла) Решите уравнение  $2 \log_6(\sin(2,5x) + \cos(2,5x)) - \log_6 2 = \log_3^{-1} 6 - 1$

**Ответ:**  $\frac{4\pi n}{5}; \frac{\pi}{5} + \frac{4\pi n}{5}$

**Задача 9.** (4 балла) Дана бесконечная полоса из клеток, пронумерованных натуральными числами  $1, 2, 3, \dots$ . Программа последовательно записывает в каждую из этих ячеек (клеток) число, руководствуясь следующим алгоритмом:

- в ячейку с номером 1 записывается число 1;
- при  $n > 1$  в ячейку с номером  $n$  записывается произведение наибольшего числа, записанного в предыдущих ячейках, и  $32/2^n$ .

Будем считать, что программа отработала и записала число в каждую ячейку. Найдите сумму всех значений, записанных в ячейках.

*Подсказка: сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  равна:*

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \frac{1}{1 - q}.$$

**Ответ:** 233

**Задача 10.** (4 балла) Известно, что функция  $f(x)$  — нечётная. При  $x > 0$   $f(x) = 1 + \log_3 \sqrt[3]{x}$ . Определите, какой формулой задаётся эта функция при  $x < 0$  и сравните  $f(-2022)$  с  $f(-2023)$ .

**Ответ:** При  $x < 0$   $f(x) = -1 - \log_3 \sqrt[3]{-x}$ ;  $f(-2022) > f(-2023)$

**Задача 11.** (4 балла) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + a^2 = 4y + 2ax - 3, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

**Ответ:**  $[-4; -2] \cup [4; 6]$

**Задача 12.** (4 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = \frac{5}{1+x^2} - 1 \\ xy - yz = 1 \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = 0, y = 1, z = -1; x = 0, y = -1, z = 1$

ФИО: \_\_\_\_\_

Инструкции:

- на работу отводится 150 минут;
- экзаменационный вариант состоит из двух частей;
- к задачам первой части нужно указать только ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби (каждая задача оценивается в 2 балла);
- к задачам второй части необходимо написать полное решение и указать ответ в специальном поле (каждая задача оценивается в 4 балла);
- если отведенного на решение места недостаточно, можно использовать дополнительные пустые листы.

**Часть 1.** Для задач этой части укажите только ответ — не приводите полные решения задач. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

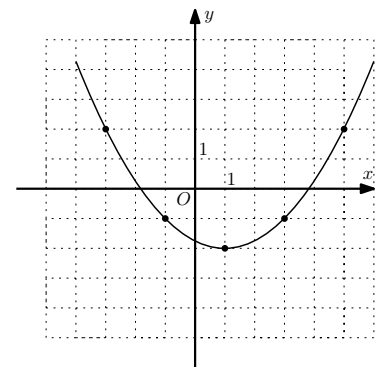
**Задача 1.** (2 балла) Найдите значение выражения  $\text{tg}(\arcsin \frac{3}{5})$ .

**Ответ:** 0.75

**Задача 2.** (2 балла) Стоимость онлайн курса по математике на 8% выше, чем стоимость курса по русскому языку. А стоимость курса по информатике на 10% ниже, чем стоимость курса по русскому языку. Во сколько раз курс по математике дороже курса по информатике?

**Ответ:** 1.2

**Задача 3.** (2 балла) График функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  изображен на рисунке справа. Определите значение коэффициента  $b$ .

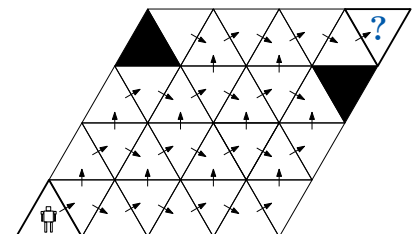


**Ответ:** -0.5

**Задача 4.** (2 балла) В сезон гриппа каждый независимо от других заболевает с вероятностью  $\frac{1}{2}$ . Компания закрывает отдел на карантин, если в нем хотя бы 40% сотрудников больны. Какова вероятность, что отдел из четырех сотрудников закроют на карантин в сезон гриппа? Ответ округлите до сотых.

**Ответ:** 0.69

**Задача 5.** (2 балла) Робот находится в нижнем левом углу доски с треугольными ячейками. За один ход он может передвинуться в соседнюю по стороне ячейку справа или сверху (т.е. по направлению стрелок на рисунке справа), но не может заходить на закрашенные ячейки. Сколькими способами робот может попасть в верхнюю правую ячейку?



**Ответ:** 9

**Задача 6.** (2 балла) Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — различные корни уравнения  $x^2 - 40x + 15 = 0$ . Найдите  $\frac{x_1^2 + x_2^2}{10}$ .

**Ответ:** 157

**Часть 2.** Для задач этой части напишите полные решения.

**Задача 7.** (4 балла) Решите неравенство:  $\frac{x \cdot 3^{x+1} - 9x}{x \cdot 3^x - 14 \cdot 3^x - 3x + 42} \leq \frac{1}{x - 14}$ .

**Ответ:**  $[\frac{1}{3}; 1) \cup (1; 14)$

**Задача 8.** (4 балла) Решите уравнение  $2 \log_{10}(\sin(2x) + \cos(2x)) - \log_{10} 2 = \log_5^{-1} 10 - 1$

**Ответ:**  $\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n$

**Задача 9.** (4 балла) Дана бесконечная полоса из клеток, пронумерованных натуральными числами  $1, 2, 3, \dots$ . Программа последовательно записывает в каждую из этих ячеек (клеток) число, руководствуясь следующим алгоритмом:

- в ячейку с номером 1 записывается число 2;
- при  $n > 1$  в ячейку с номером  $n$  записывается произведение наибольшего числа, записанного в предыдущих ячейках, и  $81/3^n$ .

Будем считать, что программа отработала и записала число в каждую ячейку. Найдите сумму всех значений, записанных в ячейках.

*Подсказка: сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  равна:*

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \frac{1}{1 - q}.$$

**Ответ:** 155

**Задача 10.** (4 балла) Известно, что функция  $f(x)$  — нечётная. При  $x > 0$   $f(x) = 2 + \log_5 \sqrt[5]{x}$ . Определите, какой формулой задаётся эта функция при  $x < 0$  и сравните  $f(-1111)$  с  $f(-1112)$ .

**Ответ:** При  $x < 0$   $f(x) = -2 - \log_5 \sqrt[5]{-x}$ ;  $f(-1111) > f(-1112)$

**Задача 11.** (4 балла) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + a^2 = 6y + 2ax - 5, \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y + 3 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

**Ответ:**  $[-4; 0] \cup [4; 8]$

**Задача 12.** (4 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2 \cdot \left( y^2 + \frac{1}{y^2} \right)^2 = \frac{10}{1+x^2} - 2 \\ 2xy - yz = 3 \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = 0, y = -1, z = 3; x = 0, y = 1, z = -3$



ФИО: \_\_\_\_\_

Инструкции:

- на работу отводится 150 минут;
- экзаменационный вариант состоит из двух частей;
- к задачам первой части нужно указать только ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби (каждая задача оценивается в 2 балла);
- к задачам второй части необходимо написать полное решение и указать ответ в специальном поле (каждая задача оценивается в 4 балла);
- если отведенного на решение места недостаточно, можно использовать дополнительные пустые листы.

**Часть 1.** Для задач этой части укажите только ответ — не приводите полные решения задач. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

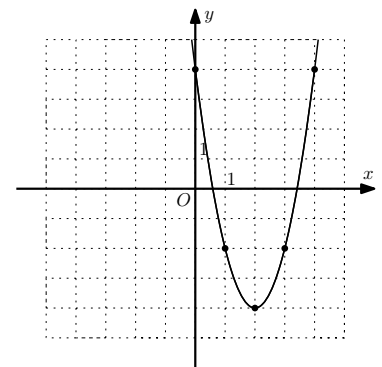
**Задача 1.** (2 балла) Найдите значение выражения  $\sin(\arccos \frac{4}{5})$ .

**Ответ:** 0.6

**Задача 2.** (2 балла) Стоимость онлайн курса по математике на 20% выше, чем стоимость курса по русскому языку. А стоимость курса по информатике на 20% ниже, чем стоимость курса по русскому языку. Во сколько раз курс по математике дороже курса по информатике?

**Ответ:** 1.5

**Задача 3.** (2 балла) График функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  изображен на рисунке справа. Определите значение коэффициента  $b$ .

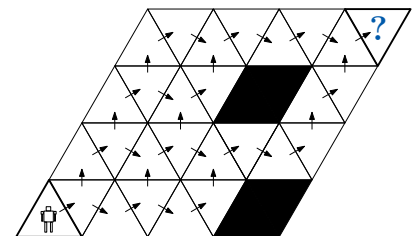


**Ответ:** -8

**Задача 4.** (2 балла) В сезон гриппа каждый независимо от других заболевает с вероятностью 1/2. Компания закрывает отдел на карантин, если в нем хотя бы 25% сотрудников больны. Какова вероятность, что отдел из пяти сотрудников закроют на карантин в сезон гриппа? Ответ округлите до сотых.

**Ответ:** 0.81

**Задача 5.** (2 балла) Робот находится в нижнем левом углу доски с треугольными ячейками. За один ход он может передвинуться в соседнюю по стороне ячейку справа или сверху (т.е. по направлению стрелок на рисунке справа), но не может заходить на закрашенные ячейки. Сколькими способами робот может попасть в верхнюю правую ячейку?



**Ответ:** 7

**Задача 6.** (2 балла) Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — различные корни уравнения  $x^2 - 30x + 25 = 0$ . Найдите  $\frac{x_1^2 + x_2^2}{10}$ .

**Ответ:** 85

**Часть 2.** Для задач этой части напишите полные решения.

**Задача 7.** (4 балла) Решите неравенство:  $\frac{x \cdot 5^{x+1} - 5x}{x \cdot 5^x - 10 \cdot 5^x - x + 10} \geq \frac{1}{x - 10}$

**Ответ:**  $(-\infty; 0) \cup (0; \frac{1}{5}] \cup (10; +\infty)$

**Задача 8.** (4 балла) Решите уравнение  $2 \log_{14}(\sin(1,5x) + \cos(1,5x)) - \log_{14} 2 = \log_7^{-1} 14 - 1$

**Ответ:**  $\frac{4\pi n}{3}; \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi n}{3}$

**Задача 9.** (4 балла) Дана бесконечная полоса из клеток, пронумерованных натуральными числами  $1, 2, 3, \dots$ . Программа последовательно записывает в каждую из этих ячеек (клеток) число, руководствуясь следующим алгоритмом:

- в ячейку с номером 1 записывается число 4;
- при  $n > 1$  в ячейку с номером  $n$  записывается произведение наибольшего числа, записанного в предыдущих ячейках, и  $625/5^n$ .

Будем считать, что программа отработала и записала число в каждую ячейку. Найдите сумму всех значений, записанных в ячейках.

*Подсказка: сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  равна:*

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \frac{1}{1 - q}.$$

**Ответ:** 1229

**Задача 10.** (4 балла) Известно, что функция  $f(x)$  — нечётная. При  $x > 0$   $f(x) = 3 + \log_7 \sqrt[3]{x}$ . Определите, какой формулой задаётся эта функция при  $x < 0$  и сравните  $f(-2222)$  с  $f(-2223)$ .

**Ответ:** При  $x < 0$   $f(x) = -13 - \log_7 \sqrt[3]{-x}$ ;  $f(-2222) > f(-2223)$

**Задача 11.** (4 балла) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + a^2 = 8y + 2ax - 7, \\ x^2 + y^2 = 6x + 8y - 9 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

**Ответ:**  $[-4; 2] \cup [4; 10]$

**Задача 12.** (4 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3 \cdot \left( y^2 + \frac{1}{y^2} \right)^2 = \frac{15}{1+x^2} - 3 \\ xy - 3yz = 6 \end{cases}$$

**Ответ:**  $x = 0, y = -1, z = 2; x = 0, y = 1, z = -2$