



Задача дележа

Егорова Людмила, ФЭН ВШЭ

Содержание

- Что такое задача дележа?
- Примеры
- Критерии справедливости дележа
- Процедуры построения дележей

Первое знакомство с дележом...



Истории о дележах

Эзоп (около 600 лет до н.э.)

Басня «Лев, осел и лисица»

Лев, осел и лисица решили жить вместе и отправились на охоту.

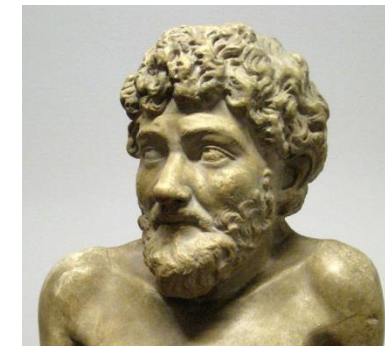
Они наловили много добычи, и лев велел ослу ее поделить.

Осел поделил добычу на три равные доли и предложил льву выбирать.

Рассердился лев, сожрал осла, а делить приказал лисе.

Лисица собрала всю добычу в одну кучу, а себе оставила лишь маленькую частичку и предложила льву сделать выбор. Спросил ее лев, кто научил ее так хорошо делать, а лисица ответила:

"Погибший осел!"



Конфликт Зевса и Прометея

Гесиод «Теогония» (VIII – VII в.в. до нашей эры)

Боги и люди собрались, чтобы определить долю от жертвоприношений, которую надо приносить богам. Прометей обманул Зевса. Он заколол быка и разделил шкуру животного на две части. В один кусок шкуры он положил мясо, а в другой - жир и кости, и предложил на выбор обе эти доли. Причем съедобное мясо Прометей шкурой и прикрыл дурнопахнущим желудком быка. Потом он предложил Зевсу выбирать.

Зевс выбрал долю с костями, а другую долю Прометей отдал людям. Разгневанный Зевс отнял у людей огонь.

Таким образом, возник обычай, в соответствии с которым люди в Древней Греции сжигали кости и жир жертвенных животных, а мясо ели сами.

Дележ предметов (добычи)

Сцена из фильма «Свадьба в Малиновке»



Описание задачи

- $n \geq 2$ участников
- $m \geq 1$ объектов дележа
- Должны быть заданы предпочтения участников дележа относительно всех объектов дележа

Дележ имущества (раздел наследства)



Дележ имущества (раздел развод)



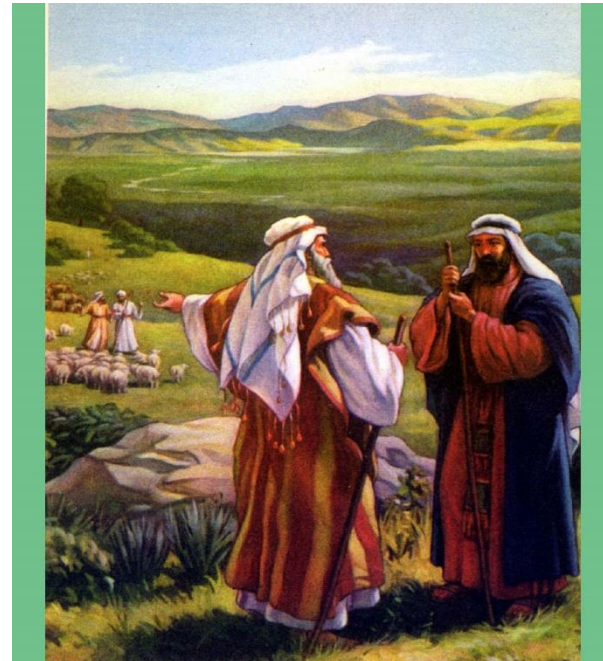
Библейский сюжет

В Ветхом Завете говорится об **Аврааме и Лоте**, которые странствовали вместе и попали в страну, где не хватало пропитания для их семей. Начались ссоры между их пастухами. Решение, предложенное Авраамом Лоту, было на диво простым:

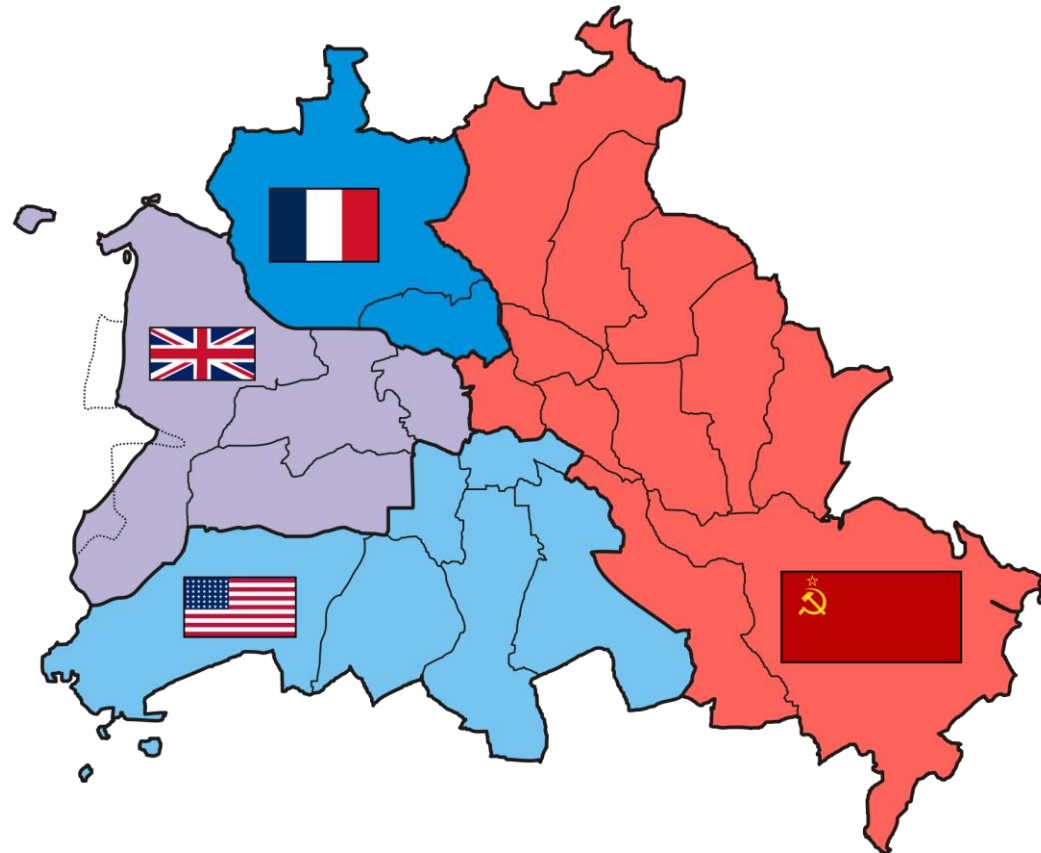
«...да не будет раздора между мною и тобою, и между пастухами моими и пастухами твоими, ибо мы родственники; не вся ли земля пред тобою? отделись же от меня: если ты налево, то я направо; а если ты направо, то я налево»

(Быт. 13:8–9).

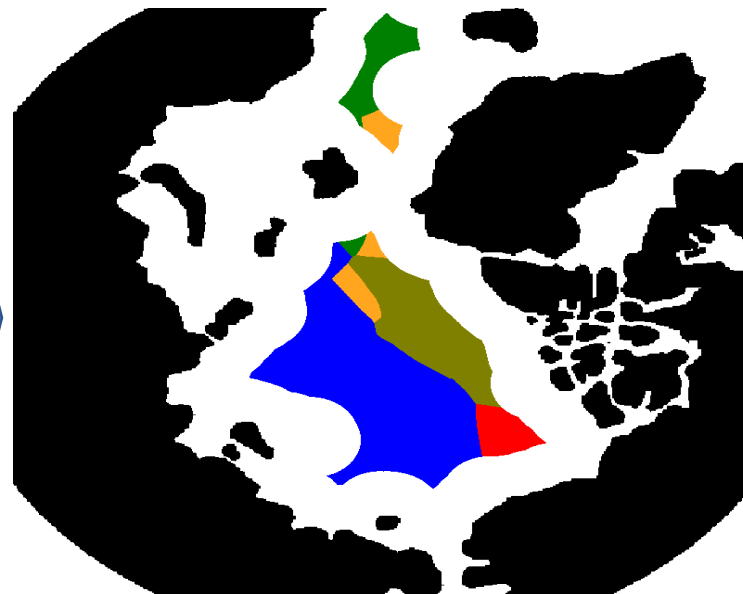
Этот выбор подошел Лоту, который выбрал долину Иордана, а Авраам остался в земле Ханаанской



Раздел спорных территорий (Берлинский вопрос, в период с 1945 по 1990 гг.)



Раздел спорных территорий:
раздел Арктики (современный период)



Дележ прибыли (пример игра «джазовый оркестр»)

- Игра «Джазовый оркестр» (Young 1979).
- 3 музыканта: солист (S), пианист (P) и барабанщик (D). У музыкантов есть идея совместных выступлений, возможно, они сформируют оркестр.
- Возможности заработка (за вечер) следующие:
 - S, P и D вместе могут заработать 1000 долларов в ночном клубе;
 - Только S и P могут заработать всего 800 долларов в ночном клубе;
 - Только P и D могут заработать 650 \$ в ночном клубе;
 - Один P может заработать 300 долларов в ночном клубе;
 - S и D вместе могут заработать 500 долларов на одной удобно расположенной станции метро;
 - Один только S может заработать 200 долларов в уличном кафе;
 - Один только D не может ничего заработать.
- Нужно ли музыкантам объединяться в оркестр и соглашаться на предложение владельца ночного клуба, и если да, то как они поделят деньги?



Дележ нежеланных предметов



Дележ затрат

- Швеция, Норвегия и Финляндия заинтересованы в строительстве плотины для выработки 3 гигаواتт электроэнергии; каждая страна будет получать треть электроэнергии, вырабатываемой плотинной. Стоимость строительства дамбы составляет 180 миллионов долларов.
- Вопрос, который необходимо решить лидерам трех стран, состоит в том, как разделить эту цену между ними. Поскольку каждая страна будет получать одну треть вырабатываемой электроэнергии, разумно потребовать, чтобы каждая из них также вносила одну треть затрат на строительство.
- Но предположим, что обнаружено, что в Швеции есть река, подходящая для небольшой плотины, которая может вырабатывать 2 гигаватта электроэнергии, при стоимости строительства в 100 миллионов долларов. Поэтому если три страны согласятся разделить стоимость более крупной плотины поровну и каждая из них заплатит по 60 миллионов долларов, то Швеции будет лучше построить плотину меньшего размера с Норвегией или Финляндией, ведь тогда каждая из двух стран заплатит по 50 миллионов долларов.
- При этом Финляндия и Норвегия также могут построить плотину меньшего размера, вырабатывающую 2 гигаватта вместе, за 130 миллионов долларов.
- Любая страна, которая не сможет присоединиться к двум другим странам в совместном проекте строительства плотины, не будет иметь другого выбора, кроме как построить в одиночку электростанцию мощностью 1 гигаватт.
- Стоимость строительства плотины на 1 гигаватт составляет 80 миллионов долларов для Швеции, 90 миллионов долларов для Норвегии и 70 миллионов долларов для Финляндии. Как три страны должны разделить между собой стоимость строительства большой плотины?

Дележ ресурсов
(пример PLEIADES/PLEIADES : a system of Earth Observing Satellite)



Решение спорных вопросов (кейс - слияние фирм)



Ли Рэймонд, исполнительный директор Exxon (слева) и **Лучио Ното**, президент и председатель правления Mobil (справа) на конференции, посвященной объявлению о слиянии двух корпораций 1 Декабря 1998 г.

Фото: Moises Salman/AP.

Составление расписания

Это расписание действует с 21 сентября до 26 сентября

При обнаружении проблем с расписанием просьба сообщить о них на адрес ruz@hse.ru

Курс , группа

	Пн, 21	Вт, 22	Ср, 23	Чт, 24	Пт, 25	Сб, 26
1	<p>Лекция on-line Линейная алгебра (углубленный курс) (рус) доц. Бурмистрова Елена Борисовна ауд. Online 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/95448043870</p>		<p>Семинар on-line Основы статистических наблюдений (рус) доц. Кузин Сергей Иванович ауд. D108 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/98493614726</p>	<p>Семинар on-line Экономическое мышление (рус) доц. Таровик Елена Викторовна ауд. D109 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/95173004932</p>	<p>Семинар on-line Математический анализ 1 (углублённый курс) (рус) проф. Лобанов Сергей Григорьевич ауд. Online (ауд бронь 12) 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/94079212341</p>	09:30
				Перемена 0 20 мин		
2	<p>Лекция on-line Математический анализ 1 (углублённый курс) (рус) проф. Лобанов Сергей Григорьевич ауд. Online 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/95259195960</p>		<p>Лекция on-line Математический анализ 1 (углублённый курс) (рус) проф. Лобанов Сергей Григорьевич ауд. Online (ауд бронь 10) 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/91648291047</p>			11:10
				Перемена 0 30 мин		
3	<p>Семинар on-line Линейная алгебра (углубленный курс) (рус) доц. Бурмистрова Елена Борисовна ауд. Online (ауд бронь 11) 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/91546861844</p>		<p>Семинар Экономическая история России в глобальном контексте (анг) доц. Раков Алексей Александрович ауд. Online (ауд бронь 11) 📍 Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/5586022793</p>	<p>Матанализ консультация ауд. Online (ауд бронь 7) Покровский б-р, д.11 zoom.us/j/99331317165</p>		13:00
						14:20

Отбор в команду



Описание задачи

- Имеются $t \geq 1$ объектов (предметов, пунктов переговоров), которые надо поделить между $n \geq 2$ участниками
- Объекты дележа (предметы, пункты):
 - Делимые и неделимые
- Предпочтения участников:
 - Ординальные и кардинальные

Предпочтения участников

- Предпочтения участников:
 - Ординальные и кардинальные

Вася	Анна
Машина	Дом
Дом	Вклад
Дача	Дача
Вклад	Машина

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

Предпочтения участников

- Предпочтения участников:
 - Ординальные и кардинальные

Вася	Анна
Машина	Дом
Дом	Вклад
Дача	Дача
Вклад	Машина

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Дележ $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ – это распределение объектов по участникам дележа

Предпочтения участников

- Предпочтения участников:
 - Ординальные и кардинальные

Вася	Анна
Машина	Дом
Дом	Вклад
Дача	Дача
Вклад	Машина

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Дележ $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ – это распределение объектов по участникам дележа

Критерии справедливости дележа

- **Пропорциональность:** дележ $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ среди n участников удовлетворяет условию пропорциональности, если каждый участник считает, что получил не менее $1/n$ части общей ценности делимых предметов.

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

Критерии справедливости дележа

- **Пропорциональность:** дележ $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ среди n участников удовлетворяет условию пропорциональности, если каждый участник считает, что получил не менее $1/n$ части общей ценности делимых предметов.

	C1	C2	C3
A	30	40	30
B	50	45	30
C	20	15	40

	C1	C2	C3
A	30	30	30
B	50	40	30
C	20	30	40

Критерии справедливости дележа

- **Отсутствие зависти:** дележ удовлетворяет условию отсутствия зависти, если ни у одного из участников нет желания отдать полученную долю в обмен на долю другого участника.

	C1	C2	C3
A	30	40	30
B	50	45	30
C	20	15	40

	C1	C2	C3
A	30	30	30
B	50	40	30
C	20	30	40

Критерии справедливости дележа

- **Отсутствие зависти:** дележ удовлетворяет условию отсутствия зависти, если ни у одного из участников нет желания отдать полученную долю в обмен на долю другого участника.

	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

Муж сравнивает долю жены (вклад и дачу) со своей долей (машина и квартира), а не предлагает ей поменяться кусочками своей доли (например, отдать машину за вклад)! Аналогично с женой

Критерии справедливости дележа

- **Отсутствие зависти:** дележ удовлетворяет условию отсутствия зависти, если ни у одного из участников нет желания отдать полученную долю в обмен на долю другого участника.

	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

Критерии справедливости дележа

- **Равноценность:** каждый участник считает, что все участники дележа получили одинаковые доли в соответствии с тем, как каждый из них оценивает разные объекты дележа.

	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

Критерии справедливости дележа

- **Равноценность:** каждый участник считает, что все участники дележа получили одинаковые доли в соответствии с тем, как каждый из них оценивает разные объекты дележа.

	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

Критерии справедливости дележа

- **Эффективность:** дележ X эффективен, или Парето-оптимален, если не существует никакого другого дележа Y , который был бы лучше хотя бы для одного из участников, не будучи хуже для других участников.

	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

Не Парето-эффективен,
можно улучшить!



	Муж	Жена
Машина	15	20
Квартира	40	20
Вклад	30	10
Дача	15	50

Пример

- *Каким свойствам удовлетворяет этот дележ?*

	Попандопуло	Сметана
Платок	3	3
Пальто	25	18
Шаль	6	12
Пиджак	10	25
Юбка	5	10
Китель	50	30
Чепчик	1	2

Критерии справедливости дележа

- *Есть и другие критерии справедливости дележа!*

	Капитан 1	Капитан 2
Петров П.	13	8
Сидорова С.	35	19
Кузнецов К.	9	12
Иванова И.	17	8
Семенов С.	11	22
Одинцова О.	15	31

Критерии справедливости дележа

- *Есть и другие критерии справедливости дележа!*
- *Как быть здесь с отсутствием зависти?*

Вася	Анна
Машина	Дом
Дом	Вклад
Дача	Дача
Вклад	Машина

Вася	Анна
Машина	Дом
Дом	Вклад
Дача	Дача
Вклад	Машина

Критерии справедливости дележа

- *Есть и другие критерии справедливости дележа!*
- *Сравните два дележа*

P_A	P_B
1	8
2	7
3	6
4	1
5	2
6	3
7	4
8	5

P_A	P_B
1	8
2	7
3	6
4	1
5	2
6	3
7	4
8	5

Процедуры дележа

1. Дели-и-выбирай,
2. Строгая очередность,
3. Сбалансированная очередность (шаг с запросом),
4. Подстраивающийся победитель.

Задача с кардинальными предпочтениями

- *Процедура «дели и выбирай»* применима для задач с двумя участниками дележа и предусматривает два этапа. На первом этапе один из участников делит предметы дележа на две части, на втором этапе другой участник выбирает одну из частей, а оставшаяся часть достается первому участнику дележа.



Пример: дележ предметов одежды (Свадьба в Малиновке)

- Пусть предметы одежды, найденные в сундуке, Попандопуло и Сметана оценивают следующим образом.

	Попандопуло	Сметана
Платок	3	3
Пальто	25	18
Шаль	6	12
Пиджак	10	25
Юбка	5	10
Китель	50	30
Чепчик	1	2

- Предположим, что распределение одежды среди бандитов происходило по методу «дели-и-выбирай» и делил Попандопуло. Какой дележ предложил бы Попандопуло, если бы он не знал предпочтений Сметаны?

Пример: дележ предметов одежды (Свадьба в Малиновке)

- Пусть предметы одежды, найденные в сундуке, Попандопуло и Сметана оценивают следующим образом.
- Предположим, что распределение одежды среди бандитов происходило по методу «дели-и-выбирай» и делил Попандопуло. Какой дележ предложил бы Попандопуло, если бы он не знал предпочтений Сметаны?

	Попандопуло	Сметана
Платок	3	3
Пальто	25	18
Шаль	6	12
Пиджак	10	25
Юбка	5	10
Китель	50	30
Чепчик	1	2

- Попандопуло лучше разделить все вещи на два набора так: Набор 1- Китель (50), Набор 2 – все остальное (50)
- Если не знаешь предпочтений другого участника, то лучше делить максимально близко к 50/50!

Пример: дележ предметов одежды (Свадьба в Малиновке)

- Пусть предметы одежды, найденные в сундуке, Попандопуло и Сметана оценивают следующим образом.
- Предположим, что распределение одежды среди бандитов происходило по методу «дели-и-выбирай» и делил Попандопуло. Какой дележ предложил бы Попандопуло, если бы он не знал предпочтений Сметаны?

	Попандопуло	Сметана
Платок	3	3
Пальто	25	18
Шаль	6	12
Пиджак	10	25
Юбка	5	10
Китель	50	30
Чепчик	1	2

- Попандопуло лучше разделить все вещи на два набора так: Набор 1- Китель (50), Набор 2 – все остальное (50)
- Сметана выберет Набор 2 «Все остальное» и получит полезность 70. А Попандопуло - 50

А если участников больше, чем 2?

А если участников больше, чем 2?

- Dubins and Spanier's moving-knife protocol (1961)
- n – произвольное число игроков, 1 судья.

1. Судья медленно пронесет нож над тортом, слева направо.

Любой агент может сказать «стоп» в любой момент времени (судья опускает нож). Тот, кто сказал «стоп», получает кусок слева от ножа;

2. После того, как кусок отрезан, процедура продолжается с оставшимися агентами, пока не останется один агент, который заберет остаток.

Строгая очередность

Анна и Бен разводятся. Нужно поделить:



- коттедж (К)
- пенсионные накопления (П)
- пакет облигаций (О)
- с кем будет жить дочь (Д)

Предпочтения:

Анна	Бен
П	К
К	О
О	Д
Д	П

Анна выбирает первой
(например, по жребию)

1-й шаг

Анна	Бен
П	К
К	О
О	Д
Д	П

Анна выбирает П

2-й шаг

Анна	Бен
К	К
О	О
Д	Д

Бен выбирает К

3-й шаг

Анна	Бен
О	О
Д	Д

Анна выбирает О

4-й шаг

Анна	Бен
Д	Д

Бен выбирает Д

Анна получает: П и О
(1-й и 3-й пункты ее предпочтений)

Бен получает: К и Д
(1-й и 3-й пункты его предпочтений)

Сбалансированная очередность (шаг с запросом)

Предпочтения:

Анна	Бен
П	К
К	О
О	Д
Д	П

Шаг с запросом

1-й шаг: Анна – П, Бен – К

2-й шаг:

Анна	Бен
О	О
Д	Д

О – помещается в **спорную кучу** (contested pile)

3-й шаг:

Анна	Бен
Д	Д

Д – помещается в спорную кучу

Предварительный результат: Анна – П, Бен – К, спорная куча – О, Д

Сбалансированная очередность (шаг с запросом)

Предпочтения:

Анна	Бен
П	К
К	О
О	Д
Д	П

В зависимости от того, сколько предметов в спорной куче:
(если Анна выбирает первой)

Шаг с запросом

1-й шаг: Анна – П, Бен – К

2-й шаг:

Анна	Бен
О	О
Д	Д

О – помещается в **спорную кучу** (contested pile)

3-й шаг:

Анна	Бен
Д	Д

Д – помещается в спорную кучу

- 1 предмет: **Анна**
- 2 предмета: **Анна** – **Бен**
- 3 предмета: **Анна** – **Бен** – **Бен**
- 4 предмета: **Анна** – **Бен** – **Бен** – **Анна**
- 5 предметов: **Анна** – **Бен** – **Бен** – **Анна** – **Бен**
- 6 предметов: **Анна** – **Бен** – **Бен** – **Анна** – **Бен** – **Анна**
- 7 предметов: **Анна** – **Бен** – **Бен** – **Анна** – **Бен** – **Анна** – **Анна**
- 8 предметов: **Анна** – **Бен** – **Бен** – **Анна** – **Бен** – **Анна** – **Анна** – **Бен**

Предварительный результат: Анна – П, Бен – К, спорная куча – О, Д

Процедура «Подстраивающийся победитель»

- Пусть все пункты делимы

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

Процедура «Подстраивающийся победитель»

- Пусть все пункты делимы

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Сначала раздадим всем участникам самые желанные ими объекты

Процедура «Подстраивающийся победитель»

- Пусть все пункты делимы

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Сначала раздадим всем участникам самые желанные ими объекты
- Теперь будем выравнивать дележ: Вася получил полезность 60, Анна 80
- Анна будет делиться с Васей. Чем?

Процедура «Подстраивающийся победитель»

- Пусть все пункты делимы

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Сначала раздадим всем участникам самые желанные ими объекты
- Теперь будем выравнивать дележ: Вася получил полезность 60, Анна 80
- Анна будет делиться с Васей домом. Пусть x – доля дома, которая отойдет Васе, и $1 - x$ останется Анне:

$$60 + 30x = 25 + 55(1 - x) \rightarrow x = 4/17$$

Процедура «Подстраивающийся победитель»

- Пусть все пункты делимы

	Вася	Анна
1. Дом	30	55
2. Машина	45	5
3. Дача	15	15
4. Вклад	10	25
Сумма	100	100

- Тогда Васе достанется Машина, Дача и $\frac{4}{17}$ дома, а Анне останется $\frac{13}{17}$ дома и Вклад.
- Этот дележ будет справедливым

Кейс: раздел Арктики

(по материалам Aleskerov F. T., [Shvydun S. Allocation of Disputable Zones in the Arctic Region](#) // *Group Decision and Negotiation*. 2019. Vol. 28. No. 1. P. 11-42.)



Арктический регион (вид со стороны Северного полюса).

Арктический регион занимает 6% поверхности Земли.

Прогнозные запасы: 30% газа, 13% нефти от мировых запасов.

Приблизительно 84% этих запасов расположены в зоне оффшорного континентального шельфа.

Значительные запасы рыбы (450 видов).

Ввиду глобального потепления стали более привлекательными морские пути.

Арктические страны:

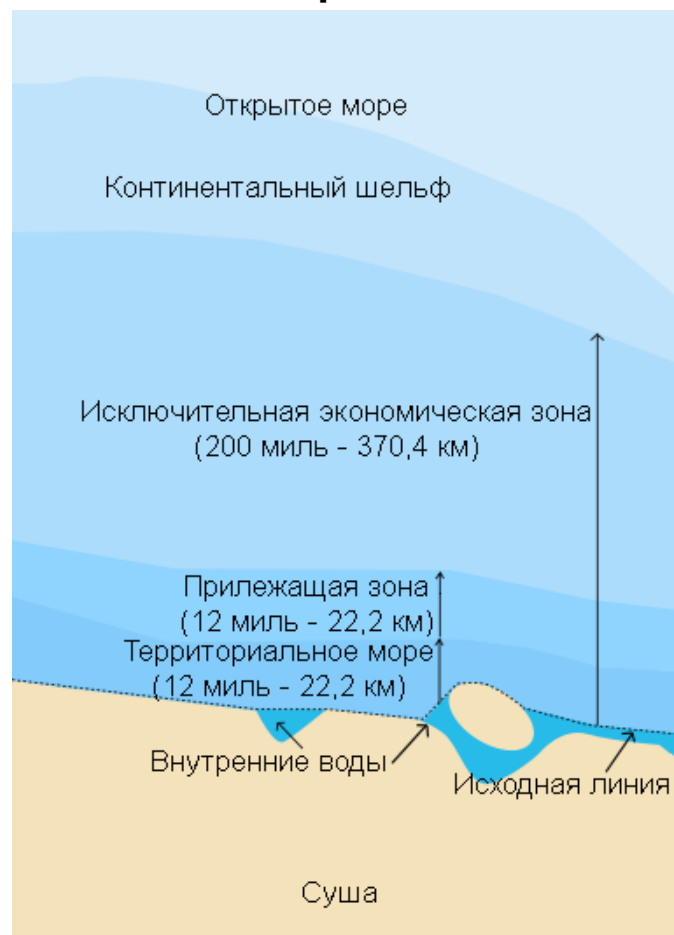
- 1. США (Аляска).**
- 2. Канада.**
- 3. Финляндия.**
- 4. Дания (Гренландия).**
- 5. Исландия.**
- 6. Норвегия.**
- 7. Россия.**
- 8. Швеция.**

**Также проявляют интерес к арктической зоне:
Китай, Япония, Южная Корея, Индия, Франция, Германия, Нидерланды,
Польша, Испания, Великобритания, ...**

Согласно международному праву:

Территориальные воды – 12 морских миль (22,2 км) от береговой линии. Страна имеет право распоряжаться всеми ресурсами.

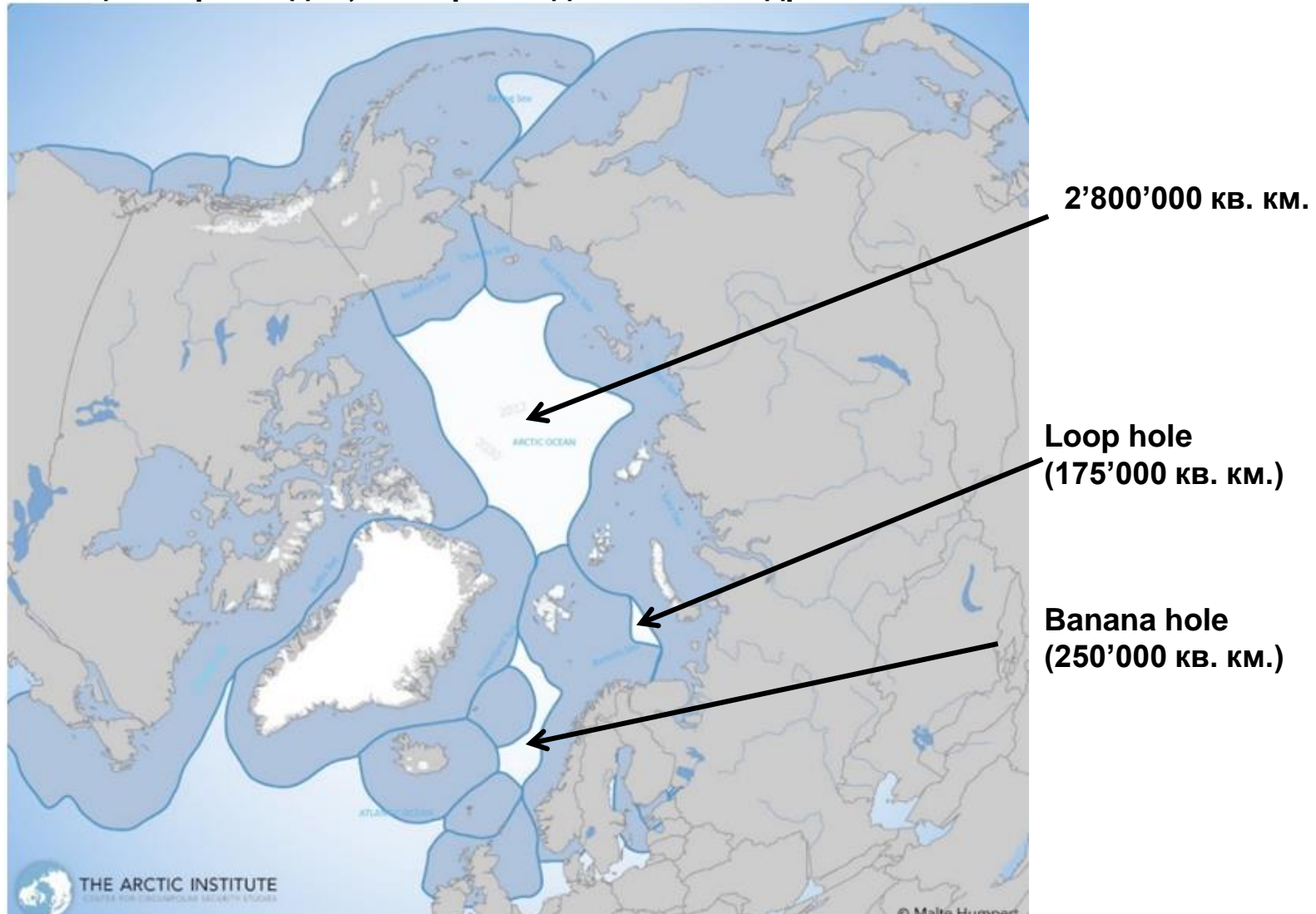
В зоне, прилегающей к территориальным водам (24 морских мили, или 44,4 км). Страна имеет право осуществлять контроль за исполнением таможенных, фискальных, иммиграционных и санитарных законов и правил.



Исключительная экономическая зона - район, находящийся за пределами территориального моря и прилегающий к нему, подпадающий под действие особого правового режима.

Ширина его не может превышать 200 морских миль (370,4 км), отсчитываемых от исходных линий.

Государство в своей исключительной экономической зоне имеет исключительное право на разведку, разработку и сохранение природных ресурсов как живых, так и неживых, в водах, покрывающих морское дно, на морском дне и в его недрах.



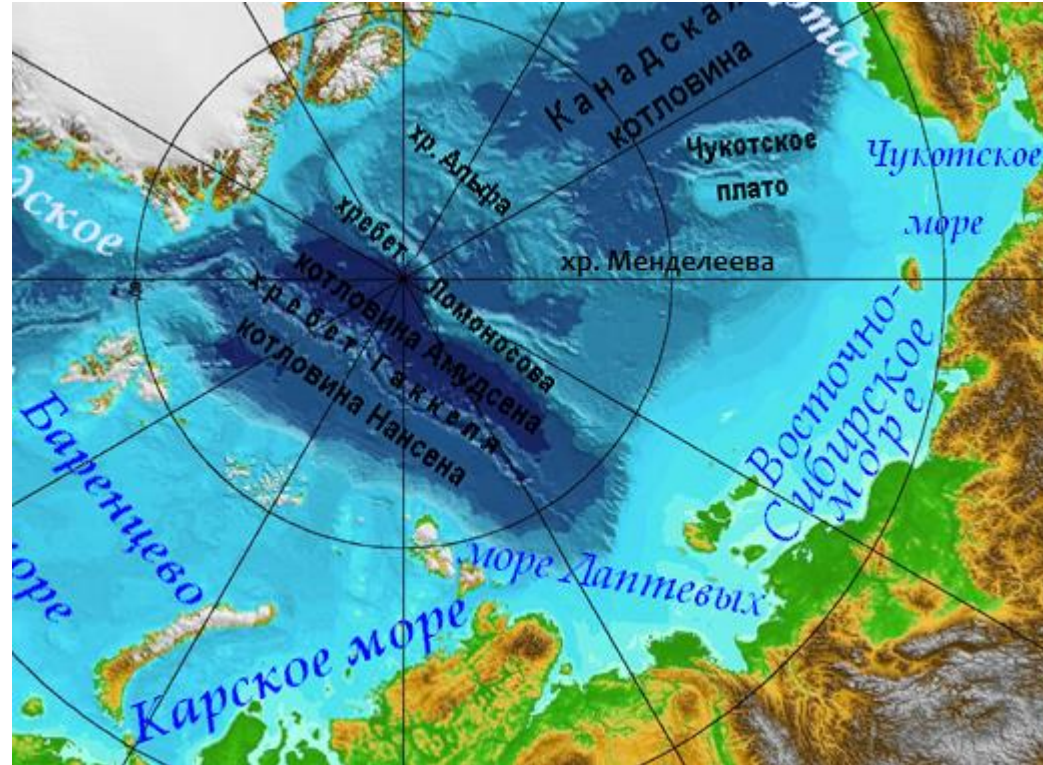
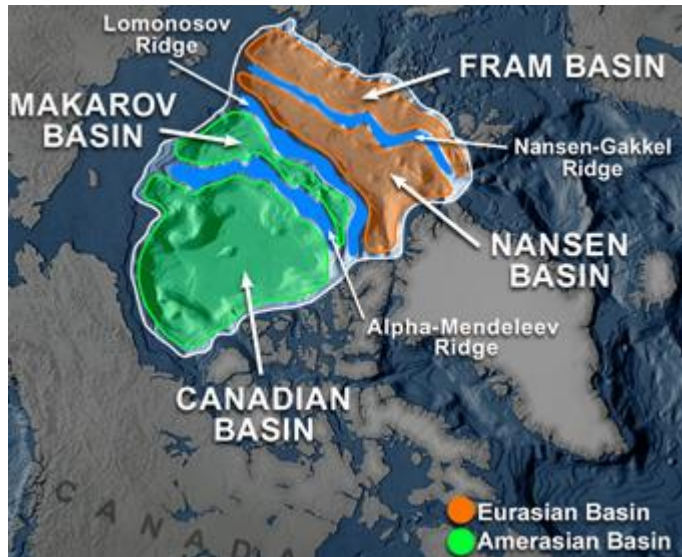
Претензии арктических стран на континентальный шельф:

Россия:

хребет Ломоносова
(до Северного полюса),
хребет Менделеева,
Чукотское плато.

Норвегия:

Vanana hole,
Nansen basin



Дания:

Хребт Ломоносова (со стороны Гренландии)
Vanana hole

Весь морской регион покрывается сеткой (800 x 800).

Всего – 640'000 ячеек.

Каждая ячейка сетки – 50 кв. км.

Рассматриваются только ячейки, расположенные вне исключительных экономических зон стран (таких ячеек - 59'281).

Исключаются ячейки не имеющие природных ресурсов.

Оставшееся число ячеек - 9'281.

**Рассматриваются следующие природные ресурсы:
нефть, газ, рыболовство, привлекательность для мореходства.**

Каждой ячейке приписываются числовые оценки по каждому из этих параметров (4 – самая высокая, 1 – самая низкая).

Таким образом каждая ячейка характеризуется четырьмя числами (привлекательность по нефти, газу, рыболовству и мореходству).



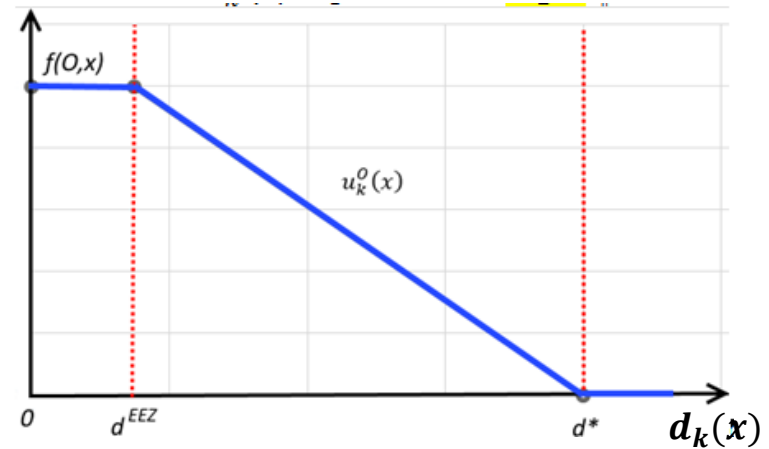
Интерес страны в природных ресурсах в спорных областях Арктики:

Предполагается, что интерес страны в каждом ресурсе постоянен в исключительной экономической зоне (ИЭЗ) этой страны и пропорционально уменьшается с удалением от этой зоны.

Этот интерес становится равным 0 после некоторого расстояния от ИЭЗ.

$d_k(x)$ – расстояние от ближайшей точки страны $k \in N$ к области $x \in X$.

$$d^* = 4000 \text{ км}$$



Агрегированная функция полезности страны $k \in N$ в природных ресурсах Арктики:

$$u_k^T(x) = \alpha_O \cdot u_k^O(x) + \alpha_G \cdot u_k^G(x) + \alpha_F \cdot u_k^F(x) + \alpha_M \cdot u_k^M(x).$$

Применение похода, основанного на процедуре «Подстраивающийся победитель»

1. Все страны делятся на 2 подгруппы.
2. Оценивается интерес каждой из подгрупп к со всем областям арктического региона.
3. Применяется процедура «Подстраивающийся победитель» и распределяются все области между этими двумя подгруппами.
4. Для каждой из подгрупп применяются шаги 1 – 3, если эта подгруппа содержит более одной страны.

Страны делятся на две группы $N' \subset N$ и $N \setminus N'$ по уровню их интереса к арктическим зонам.

Это сводится к решению уравнения:

$$\left| \sum_{x \in X} \sum_{k \in N'} (u_k^T(x)) - \sum_{x \in X} \sum_{k \in N \setminus N'} (u_k^T(x)) \right| \rightarrow \min \quad (*)$$

Идея формулы (*) - получить 2 группы стран с почти одинаковым уровнем интереса во всем регионе.

На следующем шаге для каждой из подгрупп решается такое же уравнение.

Группы стран и их разбитие на подгруппы:

Step 0	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	Step 5	
China, Republic of Korea, Iceland, Russia, Japan, Denmark, Norway, USA, Canada	China, Republic of Korea, Iceland, Russia, Japan, Denmark	China, Republic of Korea, Iceland, Russia	China, Republic of Korea, Iceland	China, Republic of Korea	China Republic of Korea	
				Iceland		
			Japan, Denmark	Japan Denmark		
			Norway, USA	Norway USA		
			Canada	Canada		

Число ячеек для каждой страны при применении этой процедуры:

	Число ячеек
USA	2051
Russia	2298
Canada	1126
Denmark	1772
Norway	2034
Iceland	0
China	0
Japan	0
South Korea	0
<i>Всего:</i>	9281

Спасибо за внимание!

Compromise is the art of dividing a cake in such a way that everyone believes he has the biggest piece.

—Ludwig Erhard (1897–1977; Chancellor of West Germany, 1963–1966)