Примеры вопросов на собеседовании. Теоретический блок.

Магистерская программа
«Продуктовый подход и аналитика данных в HR-менеджменте»

1 Линейная алгебра

Задача 1

Решите пример:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Ответ: по правилам матричного умножения: сумма произведений элементов 1 строки 1 матрицы и 1 столбца 2 матрицы и т.д. поэлементно.

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 4 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 2

Решите пример:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Ответ: нет решений, матрицы не бьются из-за размерности.

Задача 3

Транспонируйте следующую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 8 & 5 & 9 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & 5 & 0 \\ 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

2 Теория вероятности и математическая статистика

Задача 4

В компании работают три вида аналитиков: джун, мидл и сеньор. Сеньоров 40%, мидлов 30% и джунов тоже 30%. Шанс, что сеньор допустит в рабочей задаче ошибку 2%, шанс ошибки мидла 3%, шанс ошибки джуна 4%. Мы знаем, что есть ошибка. Какова вероятность, что ее совершил джун?

Решение: Тут условная вероятность, полная и Байес.
Сначала определим вероятности событий:
Вероятность того, что аналитик — джун: $P(A_1) = 0.30$
Вероятность того, что аналитик — мидл: $P(A_2) = 0.30$

Вероятность того, что аналитик — сеньор: $P(A_3) = 0.40$
Вероятность ошибки, если аналитик — джун: $P(B|A_1) = 0.04$
Вероятность ошибки, если аналитик — мидл: $P(B|A_2) = 0.03$
Вероятность ошибки, если аналитик — сеньор: $P(B|A_3) = 0.02$

По условию нужно найти эту вероятность по Байесу: $P(A_1|B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1)/P(B)$
По формуле полной вероятности находим P(B), так как образуют полную группу событий:
$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + P(B|A_3)P(A_3)$
Далее подставляем и получаем ответ примерно 0.4138

Задача 5

В ящике есть A белых шаров, B черных шаров. Мы вытащили 1 белый шар и отложили. Какая вероятность вытащить еще один белый шар?

Ответ: (A-1) / (A-1+B)

Задача 6

Есть два четырехгранных кубика (На кубиках числа 1, 2, 3, 4). Какова вероятность, что число 2 не выпадет ни разу после одного подбрасывания двух кубиков?

Ответ: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ ($\frac{3}{4}$ - благоприятный исход, когда из четырех возможных значений, выпадают три нужных без числа 2, события независимы)

Задача 7

В колоде 52 карты. Какова вероятность вытащить карту масти крести или карту выше 10 (валет, дама, король, туз)?

Решение:
P(Карта крести): $\frac{13}{52}$
Карт выше 10: 4 масти $\cdot$ 4 карты = 16 карт
Не пересекается с условием крести: 16 - 4 валета, дамы, короля, туза = 12 карт (не крести).
P = $\frac{13}{52} + \frac{12}{52} = \frac{25}{52}$

Задача 8

В доме живут два попугая, которые встречаются в природе в двух цветах: розовые и голубые. Если известно, что один из них розовый, какова вероятность того, что оба попугая розовые?

Решение: Возможные комбинации: (Р, Р), (Р, Г), (Г, Р), (Г, Г).
При условии, что один попугай розовый, остаются (Р, Р), (Р, Г), (Г, Р).
Ответ: $\frac{1}{3}$

Задача 9

Какова вероятность получить 3 решки при 4 подбрасываниях?

Решение: $0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 4 = 0.25$

Задача 10

В городе X было замечено, что случайный арбуз весит больше 5 кг (назовем такие арбузы большими) с вероятностью 1/4. Было куплено 3 арбуза. С какой вероятностью все арбузы будут большими? С какой вероятностью большим будет только один? Как оценить какое количество больших арбузов будет в среднем в такой ситуации?

Решение:
P(ни один не большой)=P(не большой)^3=(1/4)3=1/64
P(большой только один)=3×3/64=9/64
E(X)=n×P(большой)=3×3/4=9/4=2.25

Задача 11

11. В компании работают 60% программистов, 30% дизайнеров и 10% менеджеров. Шанс успеха проекта при участии программиста – 80%, дизайнера – 70%, менеджера – 60%. Какова вероятность, что проект будет успешен, если известно, что им занимается программист?

Решение:
$P(A_1) = 0.6$, $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.1$
$P(B|A_1) = 0.8$, $P(B|A_2) = 0.7$, $P(B|A_3) = 0.6$
$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + P(B|A_3)P(A_3) = 0.8 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.1 = 0.74$
$P(A_1|B) = P(B|A_1) * P(A_1)/P(B) = 0.8 \cdot 0.6/0.74 \approx 0.649$

Задача 12

В городе живет 10,000 человек, и 1% населения инфицирован неизлечимым вирусом. Есть тест, который диагностирует этот вирус. Тест имеет точность 99%, то есть он верно диагностирует наличие вируса в 99% случаев, и дает ложный положительный результат в 1% случаев, когда вируса нет. Какова вероятность того, что человек инфицирован, если тест показал положительный результат? Какова вероятность того, что человек не инфицирован, если тест показал отрицательный результат?

Решение:
P(инфицирован|тест положительный)=/P(тест положительный|инфицирован)×P(инфицирован)/P(тест положительный)
P(тест положительный)=P(тест положительный|инфицирован)·P(инфицирован)+P(тест положительный|не инфицирован)·P(не инфицирован) =0.99·0.01+0.01 · 0.99 = 0.0198
P(инфицирован|тест положительный)=0.99 · 0.01/0.0198 ≈ 0.5

Задача 13

У вас есть 100 лампочек для новогодней гирлянды. Каждая лампочка может перегореть с вероятностью 0.01 в течение сезона. Какова вероятность того, что не перегорит ни одна лампочка?

Решение: P(не перегорит ни одна лампочка)= $(1 - 0.01)^{100} \approx 0.366$

Задача 14

В классе 30 учеников. Какова вероятность того, что хотя бы у двух учеников окажется день рождения в один и тот же день?

Решение:
P(ни у кого нет общего дня рождения)=$365/365 \cdot 364/365 \cdot 363/365 \cdot \ldots \cdot 336/365$
P(хотя бы у двух есть общий день рождения)=1-P(ни у кого нет общего дня рождения)≈ 0.71

3 Математический анализ

Задача 15

Предприятие производит продукцию, себестоимость которой описывается функцией $C(x) = x^2 + 6x + 25$, где х — количество произведенной продукции в тысячах единиц. Продажная цена продукции постоянна и равна 40 тыс. руб. Найдите объем производства, при котором прибыль будет максимальной.

Решение:
1)Прибыль P(x) определяется как разница между выручкой и себестоимостью:
$P(x) = 40x - (x^2 + 6x + 25)$
Упростим выражение: $P(x) = 40x - x^2 - 6x - 25 = -x^2 + 34x - 25$
2)Найдем первую производную функции прибыли P(x):
P'(x)=d/dx(-x2+34x-25)=-2x+34
3)Найдем критические точки, приравняв первую производную к нулю:
$-2x + 34 = 0 \Rightarrow x = 17$
4)Найдем вторую производную для исследования характера критической точки:
P"(x)=d/dx(-2x+34)=-2
Так как вторая производная отрицательна (P"(x)=-2), точка x=17 является точкой максимума.
5)Найдем значение прибыли при x=17:
$P(17) = -17^2 + 34 \cdot 17 - 25 = -289 + 578 - 25 = 264$

Ответ: Максимальная прибыль достигается при производстве 17 тыс. единиц продукции и составляет 264 тыс. руб.

Задача 16

16. Компания перевозит груз между двумя городами. Стоимость транспортировки одного груза на расстояние х километров описывается функцией $C(x) = 2x^2 - 40x + 400$. Найдите расстояние, на котором стоимость транспортировки будет минимальной.

Решение:
1) Чтобы найти точку минимума функции затрат C(x), сначала найдем её первую производную:
$C'(x) = d/dx(2x^2 - 40x + 400) = 4x - 40$
2) Найдем критические точки, приравняв первую производную к нулю:
$4x - 40 = 0 \Rightarrow x = 10$
3) Найдем вторую производную для исследования характера критической точки:
$C''(x) = d/dx(4x - 40) = 4$
Так как вторая производная положительна (C"(x)=4), точка x=10 является точкой минимума.
4) Найдем значение затрат при x=10:
$C(10) = 2 \cdot 10^2 - 40 \cdot 10 + 400 = 200 - 400 + 400 = 200$

Ответ: Минимальная стоимость транспортировки достигается на расстоянии 10 километров и составляет 200 рублей.

Задача 17

Решите уравнение $x^x = 2^{2048}$

Решение: По правилу $(x^{a^b}) = x^{a*b} \Rightarrow 256^{256}$

Задача 18

Дана функция $f(x) = (2x^3 + x^2) \cdot sin(x)$. Найдите её первую производную.

Решение:
Чтобы найти производную функции $f(x) = (2x^3 + x^2) \cdot sin(x)$, воспользуемся правилом произведения.
1)Пусть $u(x) = 2x^3 + x^2$ и $v(x) = sin(x)$.
2)Найдем производные $u'(x)$ и $v'(x)$:
$u'(x) = d/dx(2x^3 + x^2) = 6x^2 + 2x$
$v'(x) = d/dx(sin(x)) = cos(x)$
3) По правилу произведения производная f(x)равна:
$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
Подставим найденные производные:
$f'(x) = (6x^2 + 2x) \cdot sin(x) + (2x^3 + x^2) \cdot cos(x)$
Окончательное выражение для производной:
$f'(x) = (6x^2 + 2x) \cdot sin(x) + (2x^3 + x^2) \cdot cos(x)$

Ответ: Первая производная функции $f(x) = (2x3 + x2)sin(x)$ равна: $f'(x) = (6x^2 + 2x) \cdot sin(x) + (2x^3 + x^2) \cdot cos(x)$

4 Логические задачи

Задача 19

Имеется два суждения. Какой вывод можно сделать, опираясь только на эти два суждения?
А. Вся вкусная еда часто вредна для здоровья.
Б. Ни один овощ не вреден для здоровья

Ответ: Если вся вкусная еда вредна для здоровья (суждение А), а овощи не вредны для здоровья (суждение Б), то следует, что некоторые овощи могут не считаться вкусной едой, потому что они не вредны для здоровья.

Задача 20

Имеется два суждения. Какой вывод можно сделать, опираясь только на эти два суждения?
А. Ни один автомобиль не умеет маршировать.
Б. Все телеги - автомобили.

Ответ: Так как все телеги являются автомобилями (суждение Б) и ни один автомобиль не умеет маршировать (суждение А), то следует, что ни одна телега не умеет маршировать.

Задача 21

Все красные фрукты сладкие. Некоторые сладкие фрукты ядовиты. Выведите логическое заключение о красных фруктах, если известно, что некоторые ядовитые фрукты не красные.

Ответ:
Суждение А: Все красные фрукты сладкие.
Суждение Б: Некоторые сладкие фрукты ядовиты.
Вывод: Не все ядовитые фрукты красные.

Задача 22

В гостинице 100 номеров и 100 дверей. Каждый день 100 разных гостей либо открывают, либо закрывают двери. В первый день каждый открывает каждую дверь, во второй — каждая вторая дверь меняет состояние (если была закрыта, открывают и наоборот), в третий — каждая третья и так далее. Сколько дверей останется открытыми после 100 дней?

Ответ: Останутся открытыми те двери, номера которых являются полными квадратами (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100). Ответ: 10 дверей.

Задача 23

На фабрике по производству конфет был корпоратив. Начальник цеха выписал премию 10 сотрудникам - каждому сотруднику полагается по 1 коробке конфет. В каждой коробке по 10 одинаковых конфет весом 10 грамм. Однако, среди 10 коробок присутствует одна бракованная партия конфет - в ней конфеты весят не 10, а 9 грамм каждая. На фабрике остались старые весы, но после одного взвешивания они перестают работать. Как определить за одно взвешивание в какой коробке бракованные конфеты?

Решение: Для начала пронумеруем коробки и возьмем из каждой количество конфет, соответствующее номеру. То есть из первой коробки — одну конфету, из второй — две и так далее. Складываем их на весы и смотрим на получившееся число. Допустим, весы показали 547 грамм. Максимальная масса всех нормальных конфет по десять грамм будет равна 550 грамм ($10 \cdot (1+2+3+\ldots+10)$). Теперь отнимаем получившееся при взвешивании число: $550 - 547 = 3$. Это значит, что 3 конфеты на весах были по 9 грамм, а не по 10. Следовательно, коробка под номером 3 с бракованными конфетами.

Задача 24

У вас два отрезка шнурков от кроссовок. Каждый настолько плотный, что если поджечь его с одного конца, он будет гореть ровно 60 минут. Часы, к сожалению, сломались. Как отмерить с помощью двух отрезков таких шнурков 45 минут (рвать шнурки нельзя и количество спичек не ограничено)?

Решение: Один из отрезков поджигается с двух концов, одновременно с этим поджигается второй отрезок, но с одного конца. Когда первый отрезок догорит полностью, пройдет 30 минут, от первого также останется 30-минутный отрезок. Поджигая его с двух концов, получим 15 минут.

Задача 25

В лаборатории культивируются бактерии, и каждый день их количество удваивается. Если бактериям требуется 48 часов, чтобы полностью заполнить чашку Петри, то сколько времени им потребуется, чтобы заполнить только половину чашки Петри?

Решение: 47 часов (Поскольку бактерии заполняют чашку Петри целиком за 48 часов, то, чтобы она была заполнена наполовину, нужно вернуться на один час назад, так как количество бактерий удваивается каждый час).

Задача 26

В цирке используется канат длиной 80 метров, подвешенный на двух опорах. Высота каждой опоры составляет 50 метров. На каком расстоянии друг от друга находиться опоры, если центр провисающего каната находится на высоте 10 метров от земли?

Решение: Если представить ситуацию в виде треугольника, где основание - это расстояние между столбами, а боковые стороны - отрезки кабеля от центра до верхушек столбов, то можно применить теорему Пифагора. Поскольку центр кабеля находится на высоте 10 метров, а высота столбов 50 метров, длина боковых сторон треугольника равна 50 - 10 = 40 метров. Используя теорему Пифагора: $(основание/2)^2 + (40)^2 = (80/2)2$. Решая это уравнение, получаем, что основание (расстояние между столбами) равно 0. Таким образом, при заданных условиях задачи, когда центр кабеля на высоте 10 метров от земли, треугольника как такового не существует.

Задача 27

Имеется два числа. Можно ли поменять их местами без использования дополнительной переменной?

Решение: Да, можно
Пусть у нас есть A и B.
A = A + B
B = A − B // После этого B становится A, т.к. в действительности получаем (A + B) − B = A
A = A − B

Задача 28

У вас есть две сковородки и три котлеты. Для того чтобы обжарить одну котлету с одной стороны, требуется 1 минута. На одной сковороде можно жарить только одну котлету одновременно. За какое минимальное время вы сможете полностью обжарить все три котлеты с обеих сторон?

Решение: Мы положим жариться по 1 котлете на две сковородки, через минуту перевернем первую котлету, а вторую уберем. На место второй котлеты положим третью, еще через минуту первая котлета будет полностью готова. На ее место положим дожариваться вторую котлету, которую мы убрали, а третью котлету перевернем, спустя минуту все 3 котлеты будут полностью обжарены.

Задача 29

Перед Вами 3 коробки. Одна содержит только монеты, вторая - только купюры, а третья - и монеты, и купюры. На каждой коробке неправильно повешенный ярлык, вроде:
Коробка 1: «монеты»
Коробка 2: «купюры»
Коробка 3: «монеты и купюры»
Вам нужно выбрать только одну коробку, после чего я вытащу один предмет из выбранной коробки и покажу Вам (так, что Вы сможете определить, монета это или купюра). Вам требуется безошибочно перевесить ярлыки на коробках.

Решение: Необходимо выбрать 1 предмет из коробки с табличкой «Монеты и купюры». Поскольку табличка неправильная, в этой коробке либо только монеты, либо только купюры.
Предположим, мы достали монету. Правильная табличка для этой коробки: «Монеты». На оставшихся двух коробках таблички «Монеты» и «Купюры», среди них одна коробка с купюрами и одна коробка со смесью. Таблички по условию на них неправильные, значит купюры находятся в коробке с табличкой «Монеты», а смесь - в коробке с табличкой «Купюры».
Если бы достали из первой коробки купюру, решение было бы аналогичным.

Задача 30

Есть 50 мотоциклов с полными баками топлива, которого хватит на 100 км езды. Как далеко можно уехать, используя эти 50 мотоциклов, учитывая то, что все они находятся изначально в одном месте.

Давайте внесем некоторую ясность и будем решать задачу с тем условием, что для каждого мотоцикла есть мотоциклист, который готов принести в жертву себя и свой мотоцикл ради того, чтобы вы уехали максимально далеко.

Решение:
1. Старт: 50 мотоциклов, каждый с полным баком (запас хода 5000 км).
2. Первый этап: Все проезжают 50 км. 25 мотоциклов переливают бензин в остальные 25, затем 25 мотоциклов бросают. Оставшиеся 25 мотоциклов имеют запас хода 2500 км.
3. Второй этап: 25 мотоциклов проезжают 50 км. 12 мотоциклов переливают бензин в остальные 12, один остается с полбака. 13 мотоциклов имеют запас хода 1250 км.
4. Третий этап: 13 мотоциклов проезжают 25 км. Один сливает бензин в другие 12. Запас хода 925 км.
5. Повторяем такие действия еще 5 раз
6. Последний этап: Один мотоцикл проезжает 100 км и останавливается.

Ответ: Проехали 375 км.