

Демонстрационный вариант

Общие темы

1. Пусть d наибольший общий делитель целых чисел a и b . Найдите максимальное возможное значение d , если $a \cdot b = 720$.
2. Найдите решение системы уравнений

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ -2x + 2y = -2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

3. Бассейн наполняется тремя шлангами: красным зеленым и синим. Наполнение бассейна только из красного шланга заняло бы 3 часа. Если наполнять бассейн красным и синим шлангами одновременно, то это займет 45 минут. Если же наполнять бассейн зеленым и красным шлангом одновременно, то это займет 90 минут. Как долго будет наполняться бассейн всеми тремя шлангами?
4. Глеб Жеглов допрашивает трех рецидивистов, он знает, что их фамилии — Иванов, Петров и Сидоров, но не знает кто есть кто. Каждый из них сделал ровно одно заявление, причем Глеб знает, что из всех троих ровно один всегда говорит правду, а два других всегда врут. Вот их утверждения:
 - (a) темноволосый сказал: «Если я Сидоров, то рыжий - Сидоров»;
 - (b) светловолосый сказал: «Если я Сидоров, то рыжий - Сидоров»;
 - (c) рыжий сказал: «Если я Петров, то светловолосый Сидоров».

Помогите Глебу узнать кто есть кто.

5. а) Найдите предел последовательности $a_n = \frac{6n^2 + 2n + 1}{2n^2 - 3n + 4}$.
б) Сходится ли последовательность $b_n = (-1)^n \frac{6n^2 + 2n + 1}{2n^2 - 3n + 4}$?
6. Постройте эскиз графика функции $y = \sin(\arccos(x))$.
7. Пусть задана функция $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Постройте график функции $g(x) = |f(|x - 1| - 1)|$.
8. Используя принцип (полной) математической индукции докажите, что

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n + 1)(n + 2) = \frac{1}{4}n(n + 1)(n + 2)(n + 3).$$

9. Сколько существует слов длины n в алфавите $\{a, b, c\}$, в которых присутствует каждая из букв a и c , но не присутствует буква b ?
10. В связном графе на 10 вершинах нет мостов. Какое наименьшее число рёбер может быть в этом графе?
11. Выясните, эквивалентны ли формулы

$$x \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow y \wedge z) \quad \text{и} \quad (x \vee (y \rightarrow z)) \wedge (x \oplus y)$$

12. Многочлен $p(x) = (x^4 - 3x^3 - x + 1)^9$ записали в стандартно виде (раскрыли скобки и привели подобные слагаемые). Найдите сумму всех его коэффициентов.