

Демонстрационные варианты по математике и программированию.

Вопросы и задачи для тех, кто начинает учиться в сентябре.

Блок по математике.

1. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Теорема Кронекера–Капелли. Теорема Фредгольма.
2. Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем элементов в линейном пространстве. Размерность и базис.
3. Разложение по базису в линейном пространстве. Координатное представление элементов линейного пространства и операций с ними. Матрица перехода. Изменение координат при изменении базиса в линейном пространстве. Теорема об изоморфизме.
4. Определения и свойства пределов. Непрерывность функций/отображений одной и нескольких переменных. Композиция непрерывных функций/отображений. Теорема о достижимости минимального и максимального значений.
5. Производная, определения и свойства. Дифференцирование функций, заданных неявно. Экстремумы функций и производные. Касательная к графику функции.
6. Неопределенные интегралы, определение и свойства. Замена переменных и интегрирование по частям. Методы вычисления неопределенных интегралов. Определенные интегралы, определение и свойства. Замена переменных и интегрирование по частям. Связь определенного и неопределенного интеграла.
7. Многомерный анализ. Дифференцирование функции нескольких переменных, частные производные, определения и свойства. Градиент, ротор и дивергенция - определения и свойства. Интегрирование функций нескольких переменных. Матрица Якоби, замена переменных в интеграле функции нескольких переменных.
8. Основные понятия вероятности. Пространство событий и события. Определения вероятности. Аксиомы вероятности. Условная вероятность и независимость событий.
9. Перестановки и комбинации. Биномиальные коэффициенты.

Блок по программированию.

1. Вычислите сумму элементов заданного массива целых чисел.

Пример:

Input : arr[] = {1, 2, 3}
Output : 6

2. Найдите максимальный элемент в заданном массиве целых чисел:

Пример:

Input : arr[] = {10, 20, 4}

Output : 20

3. Для заданного списка напишите программу, переставляющую первый и последний элементы списка.

Пример:

Input : [12, 35, 9, 56, 24]

Output : [24, 35, 9, 56, 12]

4. Для заданного списка, проверить наличие заданного элемента в списке.

5. Дана строка, нужно удалить из нее все дубликаты.

Каким будет результат, если порядок символов имеет значение?

6. Дана строка, нужно проверить, является ли строка полиндромом.

7. Релизуйте алгоритм бинарного поиска элемента в упорядоченном списке.

8. Релизуйте алгоритм сортировки массива методом пузырька.

Вопросы и задачи для тех, кто начинает учиться в декабре.

Блок по математике.

1. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Теорема Кронекера–Капелли. Теорема Фредгольма.

2. Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем элементов в линейном пространстве. Размерность и базис.

3. Разложение по базису в линейном пространстве. Координатное представление элементов линейного пространства и операций с ними. Матрица перехода. Изменение координат при изменении базиса в линейном пространстве. Теорема об изоморфизме.

4. Подпространства в линейном пространстве. Способы задания подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Формула размерности суммы двух подпространств. Прямая сумма.

5. Линейные отображения и линейные преобразования линейного пространства. Ядро и множество значений. Ранг линейного отображения. Условия инъективности, сюръективности и биективности. Операции над линейными преобразованиями. Обратное преобразование. Матрицы линейного отображения и линейного преобразования для конечномерных пространств. Изменение матрицы линейного отображения (преобразования) при замене базисов. Операции над линейными преобразованиями в координатной (матричной) форме.

6. Собственные векторы и собственные значения. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям. Инвариантные подпространства линейных преобразований. Ограничение преобразования на инвариантное подпространство. Собственные подпространства

7. Определения и свойства пределов. Непрерывность функций/отображений одной и нескольких переменных. Композиция непрерывных функций/отображений. Теорема о достижимости минимального и максимального значений.

8. Производная, определения и свойства. Дифференцирование функций, заданных неявно. Экстремумы функций и производные. Касательная к графику функции.

9. Неопределенные интегралы, определение и свойства. Замена переменных и интегрирование по частям. Методы вычисления неопределенных интегралов. Определенные интегралы, определение и свойства. Замена переменных и интегрирование по частям. Связь определенного и неопределенного интеграла.

10. Многомерный анализ. Дифференцирование функции нескольких переменных, частные производные, определения и свойства. Градиент, ротор и дивергенция - определения и свойства. Интергирование функций нескольких переменных. Матрица Якоби, замена переменных в интеграле функции нескольких переменных.

11. Основные понятия вероятности. Пространство событий и события. Определения вероятности. Аксиомы вероятности. Условная вероятность и независимость событий.

12. Перестановки и комбинации. Биномиальные коэффициенты.

13. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция вероятностного распределения и функция плотности вероятности. Кумулятивная функция распределения. Математическое ожидание Дисперсия и стандартное отклонение Свойства и теоремы (например, линейность математического ожидания).

14. Дискретные распределения и примеры: распределение Бернулли, распределение Пуассона. Непрерывные распределения и примеры: нормальное распределение и экспоненциальное распределение. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

15. Теорема Байеса. Априорная вероятность, правдоподобие, апостериорная вероятность. Байесовский вывод.

Блок по машинному обучению.

1. Линейная регрессия, постановка задачи, функции ошибок, метрики, регуляризация. Метод k ближайших соседей (k -NN). Деревья решений. Случайные леса. Машины градиентного бустинга (например, XGBoost).

2. Классификация. Логистическая регрессия. Метод k ближайших соседей (k -NN). Деревья решений. Случайные леса. Машины градиентного бустинга (например, XGBoost). Метрики и функции ошибок. Матрица ошибок. Точность, Полнота, F1-оценка. ROC и AUC.

3. Алгоритмы кластеризации: Кластеризация методом k -средних, Иерархическая кластеризация, DBSCAN. Снижение размерности: Метод главных компонент (PCA), t-SNE

4. Настройка гиперпараметров: Grid Search, Random Search, Байесовская оптимизация. Техники регуляризации: Регуляризация. Методы ансамблирования: Бэггинг, Бустинг, Стекинг.

Блок по программированию.

1. Вычислите сумму элементов заданного массива целых чисел.

Пример:

Input : arr[] = {1, 2, 3}

Output : 6

2. Найдите максимальный элемент в заданном массиве целых чисел:

Пример:

Input : arr[] = {10, 20, 4}

Output : 20

3. Для заданного списка напишите программу, переставляющую первый и последний элементы списка.

Пример:

Input : [12, 35, 9, 56, 24]

Output : [24, 35, 9, 56, 12]

4. Для заданного списка, проверить наличие заданного элемента в списке.

5. Дана строка, нужно удалить из нее все дубликаты.

Каким будет результат, если порядок символов имеет значение?

6. Дана строка, нужно проверить, является ли строка полиндромом.

7. Релизуйте алгоритм бинарного поиска элемента в упорядоченном списке.

8. Релизуйте алгоритм сортировки массива методом пузырька.