**Список тем по линейной алгебре и геометрии:**

<http://wiki.cs.hse.ru/%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0_%D0%B8_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BD%D0%B0_%D0%9F%D0%9C%D0%98_2023/2024_(%D0%BE%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BA)#1-2_.D0.BC.D0.BE.D0.B4.D1.83.D0.BB.D0.B8>

**Список тем по математическому анализу:**

Вещественные числа и принцип полноты.

Точные верхние и нижние грани.

Предел последовательности.

Принцип вложенных отрезков, теорема Вейерштрасса.

Частичные пределы и теорема Больцано.

Числовые ряды.

Фундаментальная последовательность и критерий Коши.

Топология вещественной прямой.

Предел функции, первый и второй замечательные пределы.

Локальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Вейерштрасса и Коши, равномерная непрерывность.

Числовые ряды.

Топология вещественной прямой.

Предел функции.

Критерий Коши.

Теорема Вейерштрасса.

О - символика.

Непрерывные функции.

Свойства непрерывных на отрезке функций.

Равномерная сходимость и теорема Вейерштрасса.

Непрерывность обратной функции.

Построение показательной функции.

Дифференцируемые функции, дифференциал.

Свойства дифференцируемых функций.

Производная сложной функции и производная обратной функции.

Основные теоремы дифференциального исчисления.

Правило Лопиталя.

Производные старших порядков.

Многочлен Тейлора и формула Тейлора.

Достаточные условия локального экстремума.

Выпуклые функции.

Для подготовки к написанию работы полезно ознакомиться с материалами прошлого года по соответствующим темам:

<http://wiki.cs.hse.ru/Математический_анализ_1_2023/24_(основной_поток)>

**Список тем по дискретной математике:**  
  
Множества и операции над ними. Связь алгебры логики и алгебры множеств: предикаты, универсум и дополнение, законы де Моргана, кванторы, эквивалентность тождеств алгебры множеств и алгебры логики, импликация и включение множеств.

Правила суммы и произведения. Отображения и подсчёты. Правило суммы. Правило произведения — биекция с декартовым произведением множеств. Число двоичных слов длины n. Число подмножеств n-элементного множества. Размещения. Перестановки. Подсчёт количества слов длины k с разными буквами. Подсчёты с кратностью: сколько различных слов можно составить из слова «Математика»? Число сочетаний. Количество k-элементных подмножеств n-элементного множества. Дискретная вероятность. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона и биномиальные коэффициенты. Рекуррентное соотношение. Сумма биномиальных коэффициентов и её комбинаторный смысл. Количество путей по узлам клеток (вправо и вверх) из (0,0) в (i,j) как биномиальный коэффициент. Треугольник Паскаля и его свойства: симметрия, возрастание биномиальных коэффициентов к середине, оценка. Знакопеременная сумма биномиальных коэффициентов. Комбинаторные доказательства. Рекуррентное соотношение на биномиальные коэффициенты в треугольнике Паскаля. Метод точек и перегородок. Число решений уравнения x1+x2+…+xk=n в неотрицательных целых числах равно числу сочетаний из n+k−1 по k−1 (Формула Муавра). Число мономов степени d. Число сочетаний с повторениями. Числа Фибоначчи. Формула включений-исключений. Характеристические функции. Доказательство формулы включений-исключений. Множества и функции. Принцип Дирихле: при m>n нет инъекции из {1,…,m} в {1,…,n}.

Высказывания и логические связки. Булевы функции и способы их задания: таблицы истинности, формулы, вектор значений. Законы коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности, приоритет операций. Законы поглощения. Равенство булевых функций (и булевых формул). Существенные и фиктивные переменные.

Определение, утверждение, теорема, критерий. Запись утверждений в кванторах (формулы первого порядка). Логический вывод, Modus Ponens. Методы доказательств: контрапозиция, индукция, от противного, конструктивные (примеры и контрпримеры), неконструктивные.

Функции (область определения, множество значений, образ, полный прообраз). Отображения (всюду определённые функции): инъекции, сюръекции, биекции.

Неориентированные графы. Определение неориентированных графов Степень вершины. Сумма степеней вершин равна удвоенному количеству рёбер. Число людей, сделавших нечётное число рукопожатий, чётно. Теоретико-множественные операции с графами. Определение подграфа. Определение путей и циклов (через подграфы). Связные графы и компоненты связности (через подграфы). Между двумя вершинами графа есть простой путь, если между ними есть путь. Деревья. Критерии деревьев. Расстояние между вершинами, диаметр графа. Диаметр любого связного графа не превосходит |V|−1. Двураскрашиваемый граф. Граф двураскрашиваемый тогда и только тогда, когда нет циклов нечётной длины. Хроматическое число графа. Клики и независимые множества. Теорема Рамсея.

Двудольные графы и паросочетания. Теорема Холла. Вершинные покрытия. Теорема Кёнига.

Студенту рекомендуется ознакомиться с семинарскими листками на <http://wiki.cs.hse.ru/DM1PMIbase-2024-25> и приложенной литературой.